

UNIVERSAL  
LIBRARY

**OU\_224506**

UNIVERSAL  
LIBRARY









لتجربوں کا نظریہ اور تجویز

نصرتك يا محمد بن عبد الله

# تعمیر و نفاذ نظر اور تجویز

(حصہ اول)

مُصَنَّفٌ

## ایوارٹ ایس۔ اینڈریوز

بی۔ ایس سی (لندن)۔ ایم آئی سی، ایم آئی، اسٹرکٹ، ای وغیرہ۔

مترجمہ

مولوی ضیاء الدین حسنا نصاریٰ ایم۔ اے (عثمانیہ) بی۔ ایس سی آنرز (میںچھٹرا)

اسٹنٹ انجینئر سر رشتہ تعمیرات سرکار عالی

۱۳۵۶ م ۱۳۴۶ م ۱۳۳۸ م

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



# تعمیر وں کا نظریہ و تجربہ

حصہ اول

باب تا باب



# فہرستِ امین

## تعمیروں کا نظریہ اور تجویز

حصہ اول

### پہلا باب

صفحہ

۱

فساد، زور اور لچک

۲

فساد اور زور کی قسمیں

۵

زور اور فساد کے نقشے

۱۱

لچک کے مقیاس یا مستقل اور اُن کے درمیان ربط

۱۸

صدر زور

۲۵

زور کا ناقص

۰

متحدہ راست اور خزی فساد کی وجہ سے اعظم فساد

۳۷

دولر کے تجربات اور زور کی تکراریں

۴۲

فوری لداؤ کی وجہ سے زور

۴۴

ضرب کی وجہ سے زور

۴۷

غیر متجانس سلاخوں میں زور

### دوسرا باب

صفحہ

۵۲

تجویز کے اصول - کامی زور وغیرہ - ہوا کا دباؤ -

۵۳-۵۲

تجویز کا تجارتی اور علمی پہلو

۵۴

کامی زور اور قدر سلاستی -

۵۶

زندہ بوجھوں کی رعایت

۵۹

ہوا کا دباؤ -

۶۰

فورٹھ کے پل کے تجربات

۶۲

ائل سطحوں پر ہوا

مجلس تجارت کی سفارشات -

## تیسرا باب

قوتیں، رقبے اور معیار

۶۶

سمتی جمع کے قانون

۶۶

رسمانی اور سمتی کثیر الاضلاع کی ساخت

۶۸

قوتوں کی تحلیل

۷۱

رقبوں کی پیمائش -

۷۲

حاصل جمع منحنی -

۷۲

سنسین اور پارمانیٹ کے قاعدے

۷۵

پہلے معیار

۷۵

دوسرے معیار یا معیار جمود -

۸۲

معیار کا ناقص

۸۶

پہلے اور دوسرے معیاروں کی تریبی تخمین

۹۳

معیاری صورتوں کے لیے ضابطے -

۱۰۹

## چوتھا باب

صفحہ	ریلوٹ دار جوڑ اور رابطے
۱۱۶	ریلوٹوں اور جوڑوں کی شکلیں
۱۱۶-۱۱۷	ناکارگی کے طور
۱۱۸	جوڑ کی استعداد
۱۲۲	عملی امور -
۱۳۰	برمانا اور چھیدنا -
۱۳۰	معیاری فصل بندی -
۱۳۵ (۱۳۱)	I شہتیروں کے لیے کلیٹی رابطے -
۱۳۲	

## پانچواں باب

### شہتیروں میں خماؤ کے معیار اور جزی قوتیں

۱۴۰	برآمدہ بیرم اور سادہ طور پر سہارے ہوئے شہتیر -
۱۴۰ (۱۴۱)	معیاری صورتیں
۱۵۴	ترسیمی ساخت
۱۶۳	بوجھ، جز، اور خماؤ کے معیار کے نقطوں کے درمیان ربط
۱۶۶	جہازوں کے خماؤ کے معیار اور جز کے سختی
۱۶۵	ڈھلوان شہتیر اور مائل بوجھوں کا شہتیر
۱۸۱	دباؤ کا خط -

## چھٹا باب

### شہتیروں کے زور -

۱۸۵

۱۸۶

تعدیلی محور

صفحہ

۱۸۷

معمولی نظریے کے مفروضات

۱۹۰

مزامنت کا معیار اور مقیاس

۲۰۰

زوروں پر جزی قوت کا اثر

۲۰۱

شہتیریوں کے زوروں کی عام صورت

۲۱۱

منحنی شہتیر

۲۱۷

خماؤ کے زور اور راست زور ایک ساتھ

۲۲۵

I تراشوں کے تقریبی مقیاس

۲۲۷

نظریے اور عمل میں اختلافات

## ساتواں باب

۲۳۰

متحرک بوجھوں کے لیے خماؤ کے معیار اور جزی قوتیں

۲۳۶

اعظم جز اور خماؤ کے معیار کے منحنی

۲۳۰-۲۳۱

منفرد بوجھ اور دو منفرد بوجھ ایک فضل کو عبور کرتے ہیں

۲۳۳

یکساں بوجھ ایک فضل کو عبور کرتا ہے۔

۲۴۱

دو صورتیں

۲۴۹

متحرک بوجھوں کی عام صورتیں۔

ترسیمی ساخت۔

## آٹھواں باب

۲۵۷

شہتیریوں کے انصاف

۲۵۹

خماؤ کے عام ربط

۲۵۹

انحناء



صفحہ

- ۲۶۰ موہر کا مسئلہ اور عام اور معیاری صورتوں پر ترسیمی بحث  
 . معیاری صورتوں پر ریاضیاتی بحث  
 ۲۶۲ تراش کی تبدیلی کی رعایت  
 ۲۶۹ منفرد بوجھ کا انصراف جو کسی نقطے پر ہو

## نواں باب

ثابت اور مسلسل شہتیر

- ۳۰۲ تسلسل اور تثبیت کا اثر  
 " ثابت شہتیروں پر یکساں مرکزی اور ہموار طور پر بڑھتے ہوئے بوجھ  
 ۳۰۴ ثابت شہتیروں پر متشاکل لداؤ  
 ۳۲۶ مسلسل شہتیر دو مساوی فصل کا  
 . ضابطہ سہارے کو کم کرنے کے اثر  
 ۳۳۴ تین معیاروں کا مسئلہ  
 . یکساں بوجھوں اور مساوی فصلوں کے نتائج کی جدول  
 ۳۵۳ مسلسل شہتیروں کی ترسیمی بحث

## دسواں باب

- ۳۶۳ شہتیروں میں جبری زوروں کی تقسیم  
 ۳۶۴ افقی جز  
 ۳۶۶ معیاری صورتوں کے لیے جز کی تقسیم  
 ۳۸۵ ترسیمی طریقہ  
 ۳۸۶ جز کی وجہ سے انصراف  
 ۳۹۰ جز کی وجہ سے شہتیر کی تراش میں فساد



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

# تعمیر و کانظر یہ و تجویز

نوٹ۔ جن حصوں پر چلیپے کا نشان لگایا گیا ہے پہلی مطالعہ کرتے وقت ان کو چھوڑ دیا جائے۔

## پہلا باب فساد، زور اور لچک

فساد کی تعریف یہ کی جاسکتی ہے کہ یہ کسی جسم کی شکل یا صورت کی تبدیلی ہے جو بیرونی قوتوں کے عمل سے پیدا ہو۔  
زور کی تعریف یہ ہوگی کہ یہ کسی جسم کے ذرات کے درمیان وہ قوت ہے جو فساد کی وجہ سے پیدا ہو۔

لچکدار جسم وہ ہے جس میں ایک خاص فساد سے ایک محقق زور پیدا ہو اور زور اور فساد اس بیرونی قوت کی مدت پر منحصر نہ ہوں جس سے یہ زور اور فساد پیدا ہوئے اور قوت کے ہٹ جانے پر زور اور فساد غائب ہو جائیں۔ جس جسم میں قوت کے ہٹ جانے پر فساد غائب نہ ہو جائے اس کے متعلق کہا جاتا ہے کہ اس میں ایک مستقل فساد پیدا ہو گیا ہے اور اس طرح کے جسم کو پیکر پذیر کہا جاتا ہے۔

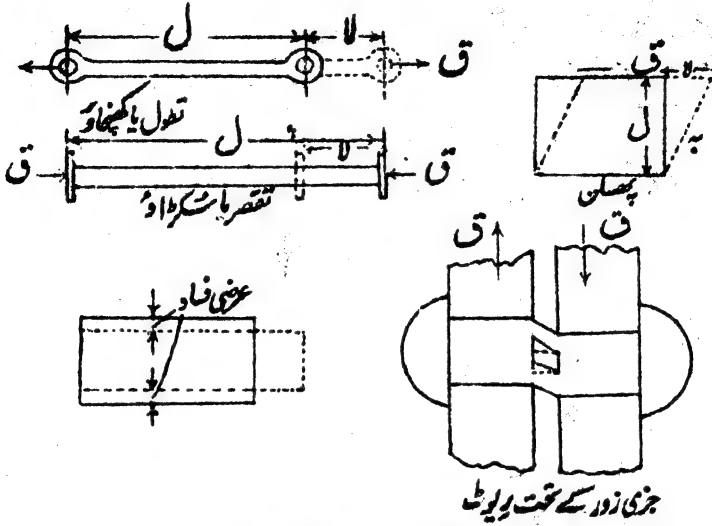
اگر کوئی پچکدار جسم تعادل میں ہو تو ضرور ہے کہ اس کے کسی دیے ہوئے حصے پر عمل کرنے والے زور اس حصے پر عمل کرانے والی تمام بیرونی قوتوں کی تعدیل کریں۔ بیرونی قوتیں لگانے سے جسم میں فساد شروع ہوتا ہے اور یہ فساد بڑھتا جاتا ہے یہاں تک کہ اس سے پیدا ہونے والے زوروں کی مقدار اتنی ہو جائے کہ بیرونی قوتوں کی تعدیل کر سکیں۔

تعمیر کے اغراض کے لیے کسی شے کے بکار آمد ہونے کے لیے ضروری ہے کہ اس پر جو زور ڈالے جائینگے اُن کی حدود کے اندر وہ پچک دار رہے۔ اکثر ٹھوس اشیا ایک حد تک پچکدار ہوتی ہیں اور فساد ایک خاص حد سے بڑھ جائے تو پیکر پذیر ہو جاتی ہیں۔

ہوک کا قانون — جو ہوک نے ۱۶۶۶ء میں معلوم کیا۔ یہ اس امر کو بیان کرتا ہے کہ پچکدار جسم میں فساد نہروں کے متناسب ہوتا ہے۔ اس طرح اگر ایک سلاح کے طول میں ایک خاص کھینچاؤ پیدا کرنے کے لیے ایک خاص وزن درکار ہو تو اس سے دوگنا کھینچاؤ پیدا کرنے کے لیے اس قانون کے بموجب اس سے دوگنا وزن درکار ہوگا۔ ایک شہتیر میں ایک خاص انصراف پیدا کرنے کے لیے ایک خاص وزن درکار ہو تو اس سے دوگنا انصراف پیدا کرنے کے لیے اس سے دوگنا وزن درکار ہوگا۔

فساد اور زور کی قسمیں۔ فسادوں کی تین قسمیں کی جاسکتی

ہیں۔ (۱) تطویل یا کھینچاؤ (۲) تقصیر یا مسکڑاؤ (۳) پھسلان۔ ان فسادوں کے متناظر زور یہ ہونگے (۱) تنشی نہروں (۲) فشلی زور (۳) جنری نہروں۔



### شکل ۱۔ فساد کی قسمیں

اگر کوئی جسم ان میں سے صرف ایک کے زیرِ عمل ہو تو کہا جاتا ہے کہ سادہ فساد کی حالت میں ہے۔ اور اگر ایک سے زیادہ کے زیرِ عمل ہو تو کہا جاتا ہے کہ مخلوط فساد کی حالت میں ہے۔

سادہ فسادوں کی مثالیں یہ ہیں :- بندھن سلخ - ستون جس پر بوجھ مرکزی ہو - ریوٹ - مخلوط فساد کی حالت کے جسم کی بہترین مثال شہتیر ہے جس میں فسادوں کی تمام قسمیں پائی جاتی ہیں جیسا کہ آگے چل کر دکھایا جائیگا۔

زور کی حدت - ایک زیرِ فساد جسم کی تراش میں نقطہ لا پر ایک چھوٹے رقبہ کا تصور کرو۔ اگر اس چھوٹے رقبہ پر عمل کرنے والی تمام سالماتی قوتوں کا حاصل ح ہو تو چھ نقطہ لا پر زور کی حدت کہلائیگا۔ جو اجسام پیچیدہ فساد کے تحت ہوں ان میں زور کی حدت تراش کے مختلف نقاط پر

مختلف ہوگی۔ اور جو سادہ فساد کے تحت ہوں ان میں تراش کے ہر نقطے پر زور دہی ہوگا اور اس طرح اگر پوری تراش کا رقبہ ب ہو اور پوری تراش پر عمل کرنے والی مجموعی قوت  $Q$  ہو تو زور کی حد  $\frac{Q}{b}$  ہوگی۔ آئندہ ”زور“ سے ہماری مراد ”زور کی حد“ ہوگی الا اس کے کہ اس کے خلاف صراحت کی گئی ہو۔

**اکائی کا فساد**۔ اکائی کے فساد سے مراد شے کے اکائی طول کا فساد ہے۔ تقول اور تقصر کی صورت میں مجموعی فساد جسم کے اصلی طول کے متناسب ہوتا ہے۔ مثلاً ایک ہی بوجھ کے تحت ۲ فٹ لمبی سلاح افٹ لمبی سلاح سے دوگنا کھینچگی۔ شکل ۱ میں اگر تناؤ اور فشار کی سلاخوں کا طول فساد سے پہلے  $L$  ہو اور تقول یا تقصر لاہو تو اکائی کا فساد  $\frac{L}{L_0}$  ہے۔

پہلے فساد کی صورت میں جسم کا طول نہیں بدلتا بلکہ زاویہ بدلتا ہے اور زاویے کی یہ تبدیلی  $\theta$  اکائی کے فساد کا ناپ ہے۔ اگر یہ زاویہ چھوٹا ہو، جیسا کہ اشیائے تعمیر میں ہمیشہ ہوگا، تو یہ تقریباً  $\frac{1}{2}$  کے مساوی ہوگا جہاں  $L$  اور  $L_0$  وہ مقداریں ہیں جو شکل میں دکھائی گئی ہیں۔

**پوائنٹ سن کی نسبت**۔ عرضی فساد۔ جب کسی جسم کو

کھینچا یا بھینچا جاتا ہے تو ساتھ ہی ایک عرضی فساد واقع ہوتا ہے جو جسم کے حجم کی تبدیلی کو روکنے کا تقاضا رکھتا ہے۔ عرضی فساد کی مقدار طولی فساد سے ایک خاص نسبت رکھتی ہے۔

یہ نسبت =  $\frac{\text{عرضی فساد}}{\text{طولی فساد}}$  = عا جو اکثر مادوں کے لیے  $\frac{1}{3}$  اور  $\frac{1}{4}$  کے درمیان ہوتا ہے اور ”پوائنٹ سن کی نسبت“ کہلاتا ہے۔

لچک کے باہرین کی ایک جماعت کا خیال ہے کہ اس نسبت عا کی قیمت ۱ ہوئی چاہیے، لیکن تجربات سے اس کی پوری تصدیق نہیں ہوئی اگرچہ کہ بغض اشیا کے لیے یہ بہت قریب قریب صحیح ہے۔ اس نسبت کو بالراست ناپنا مشکل ہے۔ اس کی قیمت معلوم کرنے کا بہترین طریقہ یہی ہے کہ جز اور تناؤ کے لچک کے مقیاسوں سے بالواسطہ حاصل کریں جس کا طریقہ آگے چل کر سمجھایا جائیگا۔

زور اور فساد کے نقشے۔ اگر کسی شے کا تناؤ یا فشار میں

امتحان کیا جائے اور ہر زور پر فساد کو ناپا جائے اور ایک نقشہ میں ان فسادوں کو زوروں کے بالمقابل ترسیم کیا جائے تو جو نقشہ حاصل ہوگا اُس کو "زور اور فساد کا نقشہ" کہا جاتا ہے۔ اگر شے مذکور ہوک کے قانون کی پابندی کرتی ہو تو یہ نقشہ ایک خط مستقیم ہوگا۔ اکثر دھاتوں کے لیے زور اور فساد کا نقشہ خط مستقیم ایک خاص نقطے تک ہوگا جس کو "لچک کی حد" کہتے ہیں جس کے بعد فساد زور کی بہ نسبت زیادہ تیزی سے بڑھتا ہے یہاں تک کہ ایک نقطہ آتا ہے جس کو نقطہ مغلوبیت کہتے ہیں جب کہ فساد میں یکا یک بڑا اضافہ واقع ہوتا ہے۔ نقطہ مغلوبیت کے بعد دھات ایک پیکر پذیر حالت میں ہوتی ہے اور فساد تیزی سے بڑھتے رہتے ہیں یہاں تک کہ شکستگی واقع ہوتی ہے۔

شکل ۱ میں ایسے نرم فولاد کے جو کہ تعمیروں کے کاموں کے لیے موزوں ہے ایک تنشی نمونے کے زور اور فساد کا نقشہ دکھایا گیا ہے۔ نقشے کا حصہ (ب) ایک خط مستقیم ہے اور اُس عرصے کو تعبیر کرتا ہے جس میں شے ہوک کے قانون کی پابندی کرتی ہے۔ نقطہ ج نقطہ مغلوبیت ہے۔ اس پر فساد اس حد تک بڑھتا ہے کہ نقشے کے پہلے حصے کو دوبارہ ایک بہت چھوٹے پیمانے پر کھینچا گیا۔

یہ حصہ ۱ ب ج سے دکھایا گیا ہے۔ اس کے بعد فساد نقشے میں دکھائے ہوئے طریقہ پر بڑھتا رہتا ہے یہاں تک کہ نقطہ د آتا ہے۔ ج اور د کے درمیان منحنی تقریباً ایک مکافی ہے۔ نقطہ د پر زور کی اعظم قیمت ہوتی ہے۔ اس کے بعد نمونہ ایک خاص مقام پر پتلا پڑ جاتا ہے اور کھینچ جاتا ہے اور اگر زور قائم رہے تو آخر کار ٹوٹ جاتا ہے۔ حصہ د ع جو نقطہ دار دکھایا گیا ہے فساد کے اُس بڑھنے کو تعبیر کرتا ہے جس کے دوران میں زور بظاہر گھٹتا ہے۔ یہ گھٹاؤ صرف ظاہری ہے کیونکہ اس عرصے میں نمونے کا رقبہ چھوٹا ہو جاتا ہے۔ اس طرح بوجھ کو گھٹا کر زور کو پھر بھی وہی رکھا جاسکتا ہے۔ عملاً بوجھ کو اس طرح گھٹانا بہت مشکل ہے کہ رقبے کے گھٹاؤ کا ساتھ دے سکے۔ اس وجہ سے نقشے کا یہ اخیر حصہ بہت ہی شاذ صحیح ہوتا ہے اور نیز عملی نقطہ نظر سے اس کی کوئی اہمیت بھی نہیں۔

نقطہ شکستگی پر نمونے کا کھینچ جانا شکل میں دکھایا گیا ہے۔ امتحان

سے پہلے دستور ہے کہ نمونے کے طول میں مساوی فاصلوں سے مرکز سنبہ کے نشان لگائے جائیں۔ شکستگی کے بعد ان نشانات کے

باہمی فاصلوں سے معلوم ہوتا ہے کہ طول میں مختلف نقاط پر تپوں

کی تقسیم کیا ہوتی ہے۔ شکل میں اس طرح کے چار نقاط 'ا'، 'ب'، 'ج'، 'د' دکھائے گئے ہیں۔ سب میں زیادہ تپوں نقطہ شکستگی پر واقع ہوتا ہے۔

اس طرح ایک چھوٹے طول کے نمونے میں فی صدی مجموعی تپوں

بڑے طول کے نمونوں سے زیادہ ہوگا۔ تپوں پر نمونے کے طول

کے اثر کے متعلق مکمل معلومات کے لیے قارئین پروفیسر آڈن کے

مضمون کا مطالعہ کریں (ریڈیاد انسٹی ٹیوٹ آف سول انجینیرز جلد ۱۵)۔

تعمیروں کے کاموں کے لیے عموماً یہ تخصیص کی جاتی ہے کہ فولاد

کی انتہائی یا اعظم تنشی مضبوطی ۲۸ تا ۳۳ ٹن فی مربع انچ ہو اور اس کے ۸۰

کے طول میں ۲۰ فی صدی کا تپوں ہو۔ ایک معین تپوں کی تخصیص کی غایت





یہ ہے کہ فولاد میں تمدد کافی ہو۔ متعدد فولاد بالعموم پھونک نہیں ہوتا اگرچہ چند استثنائی صورتوں میں دیکھنے میں آیا ہے کہ ایک فولاد تمدد کے معمولی امتحانات میں پورا اُترا اور پھر بھی اس کی شکستگی بالکل پھونک شے کی طرح ہوئی۔ اسی وجہ سے حال میں بعض ماہرین نے ضرب کا امتحان استعمال کیا ہے اور معلوم ہوتا ہے کہ اس طریقے سے عمدہ نتائج حاصل ہوتے ہیں۔

نرم فولاد کے لیے فشار اور جز کے زور اور فساد کے نقشے تناؤ کے نقشے سے بہت مشابہ ہوتے ہیں۔ فشار میں پورے نقشے کا حاصل کرنا مشکل ہے کیونکہ ناکارگی جھکاؤ کی وجہ سے واقع ہوتی ہے سوائے اُن صورتوں کے جن میں طول بہت چھوٹا ہو اور طول چھوٹا ہو تو فسادوں کا ناپنا مشکل ہوتا ہے۔ اور جز میں امتحان مروڑ کے ذریعے کیا جاتا ہے کیونکہ دوسرے طریقے سے خماؤ کے اثرات سے بچنا تقریباً ناممکن ہے۔ مروڑ میں جزی زور یکساں نہیں ہوتا جس کی وجہ سے گول سلاخ میں سطح کے قریب کا مادہ نقطہ مغلوبیت کو مرکز پر کے مادے سے پہلے پہنچتا ہے اور اس کی وجہ سے ظاہری نقطہ مغلوبیت اصلی سے زیادہ حاصل ہوتا ہے۔ آگے چل کر معلوم ہوگا کہ شہتیر کے ذریعے تناؤ یا فشار کا امتحان کیا جائے تو اس میں بھی یہی ہوتا ہے۔

لچک کی حد کی اہمیت کو انجینیئری تعمیروں کے مجوزوں نے بڑی حد تک نظر انداز کیا ہے لیکن چونکہ جس نظریے پر شہتیروں کی مضبوطی کے اکثر ضابطوں کی بنیاد ہے اس میں یہ فرض کیا گیا ہے کہ زور و فساد کے مناسب ہے اس لیے یہ یاد رہے کہ ہمارے حسابات اسی وقت تک صحیح ہونگے جب تک کہ ہوک کا قانون صحیح ہو۔ اس سے ظاہر ہے کہ مادے کی لچک کی حد ایک بڑی اہم مقدار ہے۔ ہم اس مسئلے سے عملی زوروں کی بحث میں مزید بحث کریں گے۔

(باب)۔

لچک کی حد اور نقطہ مغلوبیت کے درمیان خلط ملط۔ تجارتی آزمائشوں میں یہ بات بہت عام ہے کہ فسادوں کی پیمائش کے لیے کوئی صحت والے ذرائع استعمال نہیں کیے جاتے (فسادوں کی پیمائش کے آلات امتداد پیدا کھلاتے ہیں۔ ان آلات کا اور آزمائش کی مشینوں کا بیان اس کتاب کی وسعت سے باہر ہے) مشین کے گز پر بوجھ کو باہر کی طرف حرکت دی جاتی ہے یہاں تک کہ گز کا ایک اپنی روکوں پر گر پڑتا ہے۔ گز کا یہ گر پڑنا اس وقت واقع ہوتا ہے جب کہ نقطہ مغلوبیت واقع ہو لیکن بہت لوگ اس کو لچک کی حد کہتے ہیں۔ شکل ۷ کے نقشے سے معلوم ہوگا کہ تنشی آزمائش میں اس سے کوئی بڑی غلطی واقع نہیں ہوتی لیکن آڑے خم و میں یہ فرق زیادہ واضح ہوتا ہے اور اس سے خلط ملط واقع ہوتا ہے۔ ہم اس نکتے سے شہتیروں کے سلسلے میں باب صفحہ ۲۲ پر مزید بحث کرینگے۔

ڈھلے لوہے کے لیے زور اور فساد کے نقشے۔

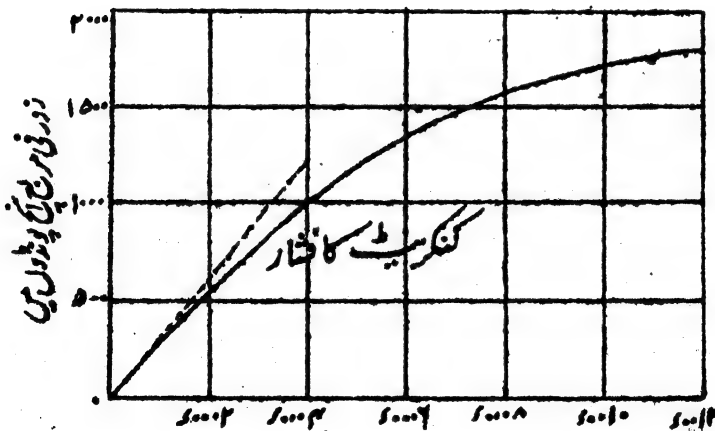
ڈھلا لوہا بطور ایک مسالا تعمیر کے باستشنا فشاری ارکان یا داب روکوں کے تقریباً متروک ہو گیا ہے۔ ڈھلے لوہے کی مضبوطی بڑی حد تک اس کی مختلف ترکیبوں پر منحصر ہے۔ اس کی تنشی مضبوطی فشاری مضبوطی سے خاصی کم ہوتی ہے۔ شکل ۷ میں تناؤ اور فشار دونوں کے زور اور فساد کے نقشے دکھائے گئے ہیں۔ ان کو دیکھنے سے معلوم ہوگا کہ تناؤ میں فساد در اصل زور کے کبھی بھی متناسب نہیں ہوتا لیکن فشار میں زور اور فساد تقریباً ۸۰ فی مربع انچ کے زور تک تقریباً متناسب ہوتے ہیں۔ شکل میں فشار کا منحنی مکمل نہیں کیا گیا کیونکہ جھکاؤ واقع

لے مزید معلومات کے لیے قارئین مصنف کی کتاب "مضبوطی اشیا" دیکھ سکتے ہیں۔

ہو جاتا ہے۔ ڈھلے لوہے میں زور اور فساد کے تناسب نہ ہونے کی وجہ یہی ہے کہ ڈھلے لوہے کے ٹہتیروں کی حقیقی اور محسوس مضبوطیوں میں اتنا بڑا اختلاف ہوتا ہے۔

دیگر اشیا - چوبینڈ - چوبینے کی صحیح آزمائش میں بہت سی دقیقیں ہیں جن کی وجہ رطوبت اور مادے کا متجانس پن ہے۔ اتنا کہا جا سکتا ہے کہ زور اور فساد کا نقشہ ایک حصے تک تقریباً مستقیم رہتا ہے لیکن پھر اس طرح منحنی ہو جاتا ہے جس طرح ڈھلے لوہے کا فشاری منحنی ہوتا ہے۔

سیمنٹ اور کنکریٹ - سیمنٹ اور کنکریٹ کے فشار کے زور اور فساد کے نقشے کا کوئی حصہ ٹھیک ٹھیک مستقیم نہیں ہوتا۔ اس طرح اس کی کوئی لچک کی حد نہیں۔ اور نقشے کا منحنی ترکیب پر اور جمنے کے بعد کی مدت پر منحصر ہوتا ہے۔



فساد فی انچ

نکسل ۳۰ - کنکریٹ کے فشار کے زور اور فساد کے نقشے

شکل ۳ میں جو منحنی دکھایا گیا ہے وہ تقریباً بالکل ایک مکافی ہے۔ یہ منحنی ایک ۱: ۳: ۶ کنکریٹ کا ہے جو ۹۰ دن کا تھا جس کا امتحان مسٹر اسلوم (الی نو آئے یونیورسٹی) نے کیا۔ بعض ماہرین فرض کر لیتے ہیں کہ منحنی ایک مکافی ہے لیکن عملاً یہ بہت کم ہوتا ہے کہ منحنی مکافی ہونے کے اتنا قریب ہو۔ البتہ زور اور فساد کا نقشہ تقریباً ہمیشہ ایک مشابہ شکل و صورت کا ہوتا ہے جس میں فساد زور کی بہ نسبت زیادہ تیزی سے بڑھتے ہیں۔ یہ یاد رکھنا بے حد اہم ہے کہ سیمنٹ اور کنکریٹ میں زور اور فساد کا ربط اجزاء کے وصف اور تناسب کے بدلنے سے بڑی حد تک بدل جاتا ہے اور اس کو تقریباً مستقل نہیں سمجھا جاسکتا جس طرح کہ فولاد کی صورت میں سمجھا جاتا ہے۔ تناؤ میں اس سے کسی قدر مشابہ منحنی حاصل ہوتا ہے لیکن چونکہ سیمنٹ اور کنکریٹ تناؤ میں تقریباً کبھی استعمال نہیں ہوتے اس لیے اس کی تنشی مضبوطی کی کچھ زیادہ تحقیق نہیں کی گئی۔ نیز یہ بہت متغیر بھی ہے۔

اینٹ پتھر وغیرہ۔ اینٹ اور پتھر کے زور اور فساد کے نقشے منحنی ہوتے ہیں لیکن اتنے نہیں جتنے کنکریٹ کے۔ ان میں کوئی معین پچک کی حد نہیں اور منحنی بڑی حد تک اس پر منحصر ہے کہ کیا یہ اشیاء گچ میں بٹھائی گئی ہیں کیونکہ اس صورت میں منحنی گچ کے خواص سے متاثر ہوگا۔ اس مضمون پر مزید معلومات کے لیے قارئین جانسن کی ”اشیاء کے تعمیر“ اور پائل ویل و کیرنگٹن کی ”انجینیری اشیاء کے خواص“ کا مطالعہ کر سکتے ہیں۔

پچک کے مستقل یا مقیاس۔ اگر کوئی شے فی الحقیقت

پچکدار ہو یعنی اگر فساد زور کے متناسب ہو تو یہ لازم آتا ہے کہ زور

اکائی کے فساد کا ہمیشہ ایک خاص ضعف ہو یعنی نسبت زور کی حدت  
اکائی کا فساد مستقل ہو۔ اس زور اور فساد کی نسبت کو مقیاس کہا جاتا ہے۔  
 تناؤ اور فشار کے مقیاس کو عام طور پر ینگ کا مقیاس کہا جاتا ہے اور اس کے لیے حرف ے  
 اختیار کیا جاتا ہے۔ جز کے مقیاس کو جزی مقیاس یا استواری کا مقیاس  
 (س) کہا جاتا ہے۔ ایک اور مقیاس جھمی مقیاس (ح) ہے  
 جو دباؤ یا تناؤ کی حدت کی اور اس اکائی کی تبدیلی کی نسبت کو تعبیر  
 کرتا ہے جو زیر بحث شے کے ایک ایسے مکعب کے حجم میں پیدا ہو  
 جس کے تمام چہروں پر دباؤ یا تناؤ کی یہ حدت عمل کرے۔  
 تعمیرات کی تجویز میں ہم کو سب میں زیادہ ینگ کے مقیاس  
 سے سابقہ رہیگا۔ فرض کرو کہ ایک تنشی رکن (جس کو بندھن کہا جاتا  
 ہے) یا ایک فشاری رکن (یعنی داب مر دکن) پر جس کا  
 طول ل اور تراشی رقبہ ب ہے ایک کھینچ یا ڈھکیل د عمل کرتا  
 ہے اور یہ کہ تطول یا تقصر لا ہے (شکل ۱)۔ تب زور کی حدت  $\frac{ب}{ل}$   
 ہوگی اور اکائی کا فساد  $\frac{ل}{ب}$  ہوگا۔

$$\therefore \text{ینگ کا مقیاس} = \frac{ب}{ل} = \frac{ب}{ل} \div \frac{ل}{ب} = \frac{ب}{ل}$$

عددی مثال - ایک نرم فولاد کی بندھن سلاخ پر  
 جس کا طول ۱۲ انچ اور قطر  $\frac{1}{4}$  انچ ہے ۱۸ ٹن کی ایک کھینچ  
 عمل کرتی ہے۔ اگر تطول ۱۰.۹۲ انچ ہو تو ینگ کا مقیاس  
 معلوم کر د۔

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \text{ انچ قطر کی تراش کا رقبہ} &= 15.496 \text{ مربع انچ} \\ \therefore \text{زور فی مربع انچ} &= \frac{18}{15.496} = 1.1619 \text{ ٹن فی مربع انچ} \\ \text{اکائی کا فساد} &= \frac{1.1619}{11} = 0.1056 \end{aligned}$$

∴ ینگ کا مقیاس =  $\frac{10619}{1000000000} = 13 \dots$  ٹن فی مربع

ینگ کے مقیاس کی قیمت زور اور فساد کے نقشے سے معلوم ہو سکتی ہے۔  
مثلاً نرم فولاد کے نقشے (شکل ۱) سے

$$س = \frac{Z}{\sigma}$$

ربط ہے =  $\frac{\text{زور}}{\text{فساد}}$  میں اگر فساد = ۱ یعنی اگر سلاخ کو اصلی طول کے دو گنے تک کھینچا جائے تو  $س = \text{زور}$  اور اسی بناء پر بعض مصنفین نے ینگ کے مقیاس کی یہ تعریف کی ہے کہ ینگ کا مقیاس وہ زور ہے جو کسی سلاخ کے طول کو دو گنا کر دینے کے لیے درکار ہو۔ بعض طلبہ اس تعریف کو پہلے کی تعریف سے زیادہ واضح پاتے ہیں لیکن یہ یاد رہے کہ اشیاء تعمیر میں سے کوئی شے ٹوٹے بغیر دو گنے طول تک نہیں کھینچی جاسکتی۔

کنکریٹ اور مماثل اشیاء کے لیے ینگ کا مقیاس۔  
اگر ینگ کا مقیاس ایک مستقل مقدار ہو تو اس کو صرف لچک کی حد کے اندر تک معلوم کر سکتے ہیں اور صحیح دیکھا جائے تو کنکریٹ جیسی اشیاء کے لیے کوئی مقیاس ہی نہیں کیونکہ ان میں فساد، زور کے تناسب نہیں بہم آگے چل کر باب ۱۵ میں دیکھینگے کہ ینگ کے مقیاس کی قیمت محکم کنکریٹ کی تجویز میں ایک بہت اہم مقدار ہے۔ شکل ۲ سے ظاہر ہے کہ چونکہ کنکریٹ میں فساد، زور کی بہ نسبت زیادہ تیزی سے بڑھتا ہے اس لیے  $\frac{\text{زور}}{\text{فساد}}$  کی قیمت بہت زور پر بڑے زور کے مقابلے میں زیادہ ہوگی اس لیے قبل اس کے کہ اس کی قیمت ہمارے کچھ کام آ سکے وہ زور معلوم ہونا چاہیے جس پر اس کو محسوب کیا گیا ہے۔ ان اصولوں پر جن پر نظریہ تعمیر کی بنیاد ہے جتنا زور دیا جائے کم ہے اور کنکریٹ میں فشاری مضبوطی اور ینگ کے مقیاس کے اعداد بے کار ہیں جب تک کنکریٹ کی ترکیب نہ معلوم ہو اور وہ زور نہ معلوم ہو جس پر مقیاس محسوب کیا گیا ہے۔

لچک کے مستقلوں کے درمیان ربط — لچکدار اشیاء میں

چمک کے مستقلوں سے 'س'، 'ح' اور 'پ' آئی سن (Poisson) کی نسبت عا میں چند خاص ربط ہونگے۔ ان کو اس طرح معلوم کیا جاسکتا ہے:-

پہلے سے اور 'ح' کے درمیان ربط معلوم کرنے کے لیے ایک مکعب پر غور کرو جس کا ہر ضلع اکائی ہے اور جس پر ایک کھینچ زاعمل کرتی ہے شکل ۲ (۱)۔ فرض کرو کہ محور کی سمت میں طول ۱ ہے اور عرضی تقصرب ہے۔

تب

مکعب کا ابتدائی حجم = ۱

فساد کے بعد حجم = (۱+۱) (۱-۱) = ۲

= ۱-۲ + ۲-۱ + ۱-۲ + ۲-۱

= ۱-۲ + ۲-۱ (تقریباً)

کیونکہ فسادوں کے بہت چھوٹے ہونے کی وجہ سے ان کے حاصل ضرب نظر انداز کیے جاسکتے ہیں۔

∴ حجم کا اضافہ = (۱+۱-۲) = ۱-۲

= ۱-۲

اب مکعب کے ہر پہلو پر زور لگاؤ تو تین زور ہونگے جن میں سے ہر ایک سے حجم کا اضافہ (۱-۲) عمل میں آئیگا۔

∴ حجم کا مجموعی اضافہ تقریباً = ۳(۱-۲)

= ۳(۱-۲)

ب =  $\frac{\text{عرضی فساد}}{\text{طولی فساد}} = \frac{۱}{۱}$

لیکن

حجم کا اضافہ = ۳(۱-۲)

۵

چوکہ اصلی حجم = ۱

اور

حجم کا اضافہ =  $\frac{\text{محبی اکائی کا فساد}}{\text{اصلی حجم}} = ۳(۱-۲)$

۶



$$\text{لیکن} \quad \frac{ز}{(۶۲-۱)۳} = \frac{\text{کھینچ کی حدت}}{\text{اکائی کا فساد}} = ح$$

$$\text{اور} \quad \frac{ز}{۱} = \frac{\text{تنشی زور کی حدت}}{\text{اکائی کا تنشی فساد}} = \text{ننگ کا مقیاس} = ۷$$

$$\therefore \quad ح = \frac{۷}{(۶۲-۱)۳} \dots\dots (۱)$$

۷ اور ۳ کا ربط اس طرح معلوم کیا جائیگا۔

فرض کرو کہ حدت ز کی دو جزئی قوتیں ایک اکائی کعب اب ج د کے چہروں پر عمل کرتی ہیں، شکل ۷ (ب)۔ اب حصہ ا د ج شکل ۷ (ج) کے تعادل پر غور کرو۔ قوتوں ز کے توازن کے لیے وتر ا ج پر ایک کھینچنے والی قوت لگائی ہوئی چاہیے اور ز کی قیمت ۳ ز ہوئی چاہیے لیکن جس رقبے پر یہ عمل کرتی ہے وہ ۳ ہے کیونکہ کعب کا ضلع اکائی ہے۔ اس طرح ح تنشی زور  $\frac{۳۷}{۶۲}$  = ز ہوگا۔ اسی طرح حصہ ب ج د شکل ۷ (د) پر غور کرنے سے حال ہوگا کہ وتر ب د پر ایک فشاری قوت  $\frac{۳۷}{۶۲}$  = ز ہوئی چاہیے۔ اس طرح دیکھو دو علی القوائم مستویوں پر عمل کرنے والے جزئی زور معادل ہیں ایک تنشی زور اور ایک فشاری زور کے جو ایک دوسرے کے علی القوائم اور جزئی زوروں سے ۳۷ پر عمل کریں اور جن کی حادثات جزئی زور کی حادثات کے مساوی ہو۔

کعب کی شکل بڑھ کر ا ب ج د شکل ۷ (ع) ہو جائیگی۔ اکائی کا جزئی فساد بگاڑ کے زاویے ۲ سے ناپا جاتا ہے۔ چونکہ فساد

$$\text{بہت چھوٹے ہونگے اس لیے یہ تقریباً} \quad \frac{۲}{۱} = \frac{۲}{۱} = \frac{۲}{۱}$$

$$(\text{کیونکہ } ۱ = ۱) \quad ۲ = ۲$$

فرض کرو کہ د وتر ب د کے متوازی تناؤ سے اکائی کا فساد = ۱۔ تب اس وتر کی سمت میں ا ج کے متوازی فشار کے عرضی فساد کی وجہ سے بھی ایک فساد ہوگا اور یہ عا x ۱ ہوگا۔ اس لیے وتر کی سمت میں مجموعی اکائی کا فساد = ۱ (۱ + عا) لیکن ب ج = د وتر کی سمت میں اکائی کا فساد x ۱/۲ ج د کیونکہ ب ج = د

$$\therefore \text{ب ج} = ۱ (۱ + عا) \times \frac{۱}{۲} \text{ب د} = \frac{۱ (۱ + عا)}{۲} \text{ب د}$$

چونکہ فساد دراصل بہت چھوٹے ہیں اس لیے ب ج ب ج بہت تقریباً ایک قائم الزاویہ مثلث ہے۔

$$\text{ب ج} = \frac{۱}{۲} \text{ب د}$$

$$\text{یا } \frac{\text{ب ج}}{\text{ب د}} = \frac{۱}{۲} = \frac{۱ (۱ + عا)}{۲}$$

$$\text{لیکن } \frac{\text{تنشی زور کی مدت}}{\text{تنشی اکائی کا فساد}} = \frac{ز}{۱} = \frac{۱}{۲}$$

$$\text{اور } \frac{\text{جزی زور کی مدت}}{\text{اکائی کا جزوی فساد}} = \frac{ز}{\frac{۱}{۲} \text{ب ج}} = \frac{۲}{۱} \text{س}$$

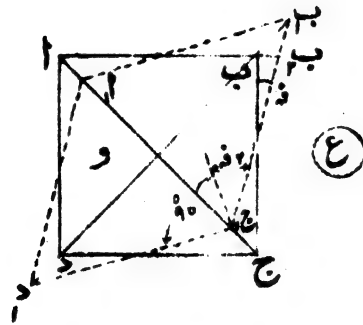
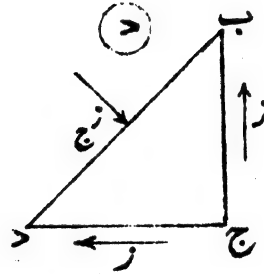
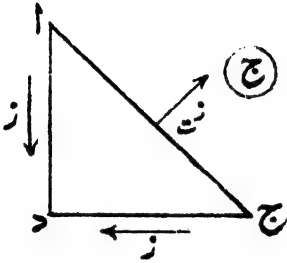
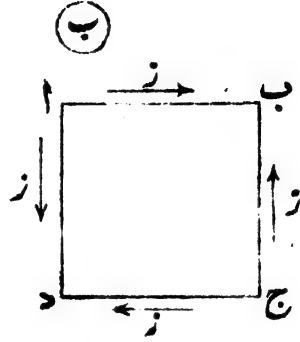
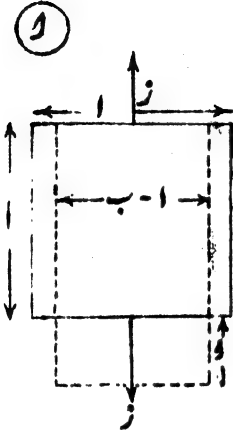
چونکہ ہم ثابت کر چکے ہیں کہ وتر کی سمت میں تنشی زور کی مدت جزی زور کے مساوی ہے

$$\text{اس لیے } ز = ۱ = س \times \frac{۱}{۲} \text{ب ج}$$

$$\therefore \frac{س}{۱} = \frac{\frac{۱}{۲} \text{ب ج}}{۱} = \frac{۱ (۱ + عا)}{۲}$$

$$\therefore \frac{س}{۱} = ۱ (۱ + عا) \dots \dots \dots (۲)$$

اور (۱) میں دکھایا جا چکا ہے کہ



شکل ۳

$$\frac{ع}{ح} = ۳ (۱-۲ ع) \dots\dots\dots (۲)$$

$$\therefore (۲) \text{ سے } ع = ۱ - \frac{ع}{۳}$$

$$\text{اور } (۳) \text{ سے } ع = \frac{۱}{۴} - \frac{ع}{۶}$$

$$\therefore \frac{ع}{۶} = \left( \frac{۱}{۴} + \frac{ع}{۳} \right)$$

$$\therefore \frac{۲}{ع} = \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{ع}$$

$$\text{یا } \frac{۹}{ع} = \frac{۲}{ع} + \frac{۱}{۳} \dots\dots\dots (۳)$$

یہ مستقلوں کے باہمی ربط کی سادہ ترین شکل ہے۔

اگر  $ع = \frac{۱}{۳}$  جیسا کہ بعض ماہرین کا بیان ہے تو  $\frac{ع}{۳} = \frac{۱}{۹}$  اور اسی کو صحیح مانا جائے اگر کسی شے کے لیے اس کی قیمت معلوم نہیں۔

**مخلوط زور** — صلہ س زور — یہ دکھایا جاسکتا ہے کہ جب کوئی جسم زور کے کسی پیچیدہ نظام کے تحت ہو تو یہ زور ان زوروں کے مساوی ہونگے جو تین باہم علی القوائم سطحوں پر عمل کرنے والے سادہ متشی یا فشاری زوروں سے پیدا ہوں۔ یہ سادہ زور صلہ س زور کہلاتے ہیں۔

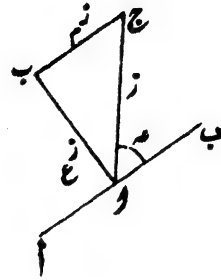
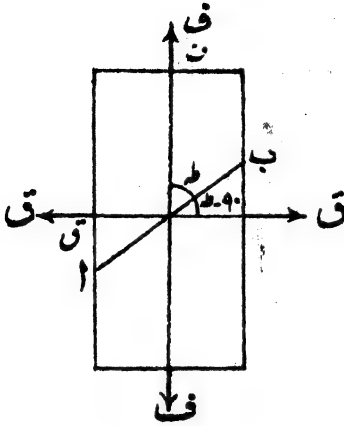
مثلاً ایک کُندے پر غور کرو جس پر دو علی القوائم سمتوں میں دو کھینچیں ف اور ق عمل کرتی ہیں (شکل ۷) اور فرض کرو کہ ان سمتوں میں کھینچ تراشی رقبہ کے فی مربع انچ علی الترتیب ف اور ق ہے۔

ایک مستوی ا ب پر کے زوروں پر غور کرو جو ق و ف کی سمت سے زاویہ ط بنائے۔

زور ف کو ا ب کے علی القوائم اور اس کی سمت میں یعنی ا ب کی عمادی اور ماسی سمتوں میں تحلیل کیا جاسکتا ہے۔

اب ف کے علی القوائم مربع پانچ رقبے پر غور کرو۔ اس کے متناظر

ا ب پر رقبہ  $\frac{1}{\text{ج ب ط}}$  ہوگا۔



شکل ۵ - صدر زور

ف کا جزو تحلیل ا ب کے علی القوائم ف جب ط اور ا ب کی سمت میں ف جم ط ہوگا۔ لیکن زور = قوت کا جزو تحلیل ÷ رقبہ  
∴ زور ف کا جزو تحلیل ا ب پر عادی سمت میں

$$= \text{ف جب ط} \div \frac{1}{\text{ج ب ط}}$$

$$= \text{ف جب ط}$$

اور زور ف کا جزو تحلیل ا ب پر ماسی سمت میں

$$= \text{ف جم ط} \div \frac{1}{\text{ج ب ط}}$$

$$= \text{ف جب ط جم ط}$$

اب زور ق پر غور کر دے۔ ا ب پر اس کا ماسی جزو تحلیل ف کے جزو تحلیل کی مخالف سمت میں ہوگا اور چونکہ اس صورت میں رقبہ جب (ج ب ط) = جم ط اور ق کے

عمادی اور ماسی اجزائے تحلیلی علی الترتیب ق جم ط اور ق جب ط ہونگے اس لیے  
 زور کا عمادی جزو تحلیلی ق جم ط اور ماسی جزو تحلیلی - ق جب ط جم ط ہوگا  
 کیونکہ یہ ماسی جزو تحلیلی ف کے ماسی جزو تحلیلی کی مخالف سمت میں ہے۔  
 ∴ مجموعی عمادی جزو تحلیلی = ز = ف جب ط + ق جم ط ..... (۱)  
 اور ماسی = ز = (ف - ق) جب ط جم ط ..... (۲)  
 ان زوروں ز اور ز کا حاصل ز خط و ج سے بقیر ہوگا۔

$$\text{اور } ز = \begin{matrix} ز^۱ \\ ز^۲ \end{matrix} + \begin{matrix} ز^۱ \\ ز^۲ \end{matrix}$$

$$= \left\{ (ف جب ط + ق جم ط) + (ق - ف) جب ط جم ط \right\}$$

$$= \left\{ ف جب ط + جب ط جم ط + ق جم ط + ق (جم ط جب ط + جم ط) \right\}$$

$$+ ۲ ف ق (جم ط جب ط - جم ط جب ط) \}$$

$$= \left\{ ف جب ط (جم ط + جب ط) + ق جم ط (ق جب ط + جب ط جم ط) + \dots \right\}$$

$$= \left\{ ف جب ط + ق جم ط + \dots \dots \dots (۳) \right\}$$

کیونکہ جم ط + جب ط = ۱  
 اس زور کا میلان اب سے ہو تو

$$\text{مس } = \frac{ز}{نم} = \frac{ف جب ط + ق جم ط}{(ف - ق) جب ط جم ط}$$

$$= \frac{ف مس ط + ق}{(ف - ق) مس ط} \dots \dots \dots (۴)$$

اگر ا ج اور ف کی سمت کے درمیان زاویہ فہ ہو  
تو فہ = (ع۔طہ)

$$\text{اور مس فہ} = \text{مس (ع۔طہ)} = \frac{\text{مس ع۔مس طہ}}{1 + \text{مس ع} \times \text{مس طہ}}$$

$$\frac{\text{ف مس طہ} + \text{ق} - \text{مس طہ}}{\text{ف (ق۔مس طہ)}} =$$

$$1 + \frac{\text{ف مس طہ} + \text{ق}}{\text{ف (ق۔مس طہ)}} \times \text{مس طہ}$$

$$= \frac{\text{ف مس طہ} + \text{ق} - \text{ف (ق۔مس طہ)}}{\text{ف (ق۔مس طہ) + مس طہ (ف مس طہ + ق)}}$$

$$= \frac{\text{ق}}{\text{ف مس طہ}} = \frac{\text{ق (1 + مس طہ)}}{\text{ف مس طہ (1 + مس طہ)}}$$

یعنی مس فہ =  $\frac{\text{ق}}{\text{ف}}$  مم طہ ..... (۵)

زور کا ناقص (Ellipse) — علی الترتیب ف اور ق

کے مساوی نصف قطروں والا اور دما کے دائرے کھینچو (رکھو) اور دما سے زاویہ طہ پر دس کھینچو۔

دس کے علی القوائم بڑے دائرے کا نصف قطر و ف کھینچو جو چھوٹے دائرے کو ع پر قطع کرے۔

دما کے علی القوائم ف ۴ اور ف ۴ کے علی القوائم ع گ کھینچو اور دگ کو ملاؤ۔

اب د ۴ = و ف جم (۰۔۹۔طہ) = ف جب طہ

اور گ ۴ = ع گ = و ع جب (۰۔۹۔طہ) = ق جم طہ

∴ دگ =  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$  فاجباً ط + ق + جم ط

∴ مساوات (۳) سے دگ = ز

اب مس دگ =  $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$  ق جم ط =  $\frac{1}{2}$  ق جم ط = مس ف

∴  $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$  دگ = ف

اور چونکہ ع = ط + ف

∴  $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$  دس = ع

نقطہ گ کا طریق ایک ناقص ہوگا جس کا بڑا محور ۲ ف اور چھوٹا محور ۲ ق ہوگا اور یہ ناقص ”زور کا ناقص“ کہلاتا ہے۔

اس طرح دیکھو مرکز د سے ایک دی ہوئی سمت کے علی التوائم بڑے دائرے تک و ف کھینچ کر ف کا اُفقاً کھینچیں جو زور کے ناقص کو گ پر ملے تو وہ گ اُس محل زور کو تعبیر کرتا ہے جو دی ہوئی سمت کے مستوی پر عمل کرتا ہے اور زاویہ گ دس = ع سے اس حاصل زور اور مستوی کا زاویہ تعبیر ہوتا ہے۔

عدوی مثال — فرض کرو کہ ایک مربع سلاح پر

جس کا ضلع ۲ انچ ہے اور جو ۲ انچ لمبی ہے محوری اور عرضی سمتوں میں علی الترتیب ۱۰ اور ۱۲ ان کی کھینچیں عمل کسرتی ہیں۔ اس مستوی پر حاصل زور معلوم کرو جو محور سے ۶۰° بنائے اور

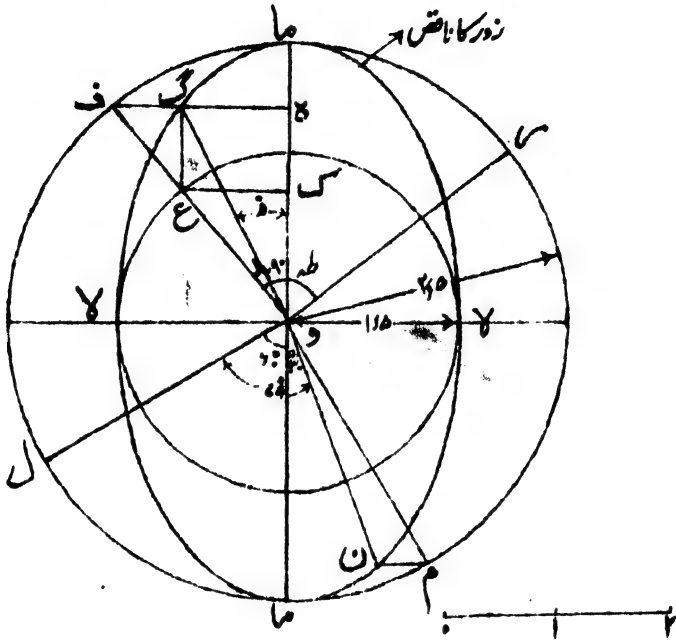
اس زور کا اُس مستوی سے میلان معلوم کرو۔

اس صورت میں ف =  $\frac{1}{2}$  = ۲۵۰ ٹن فی مربع انچ

اور ق =  $\frac{1}{2}$  = ۱۵۰ ” ” ”



شکل ۷۔ میں زور کا ناقص پیمانے کے ساتھ کھینچا گیا ہے۔



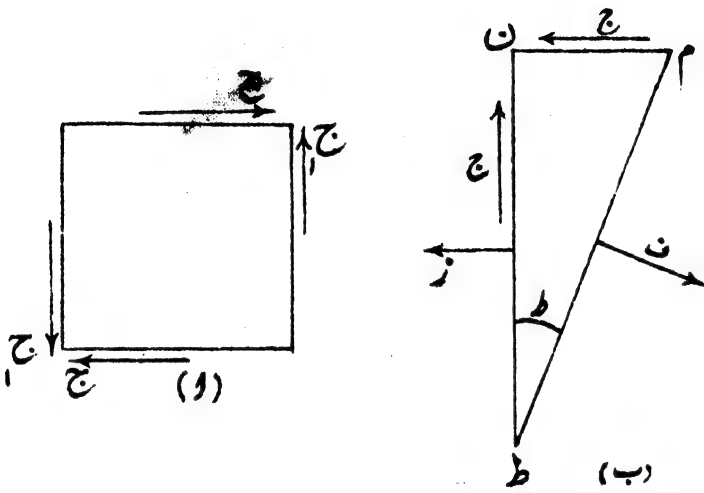
شکل ۷۔ زور کا ناقص

وہاں سے ۹۰ پر دل کھینچو اور دل کے علی القوائم و م کھینچو جو بیرونی دائرے کو م پر قطع کرے۔ م ن افق کھینچو جو زور کے ناقص کو ن پر ملے۔ تب و ن حاصل زور کو تعبیر کریگا اور ل و ن اس کے اس مستوی سے میلان کو تعبیر کریگا۔ و ن = ۲۵۲۹ ثن فی مربع انچ اور ل و ن = ۲۹ پاے جائیگے۔

اب پھر زوروں ف اور ق اور عمادی اور عماسی زوروں ن و اور ن و پر غور کرو تو معلوم ہوگا کہ ف اور ق زوروں ن و اور ن و کے متناظر صلا در خواہ ہیں۔ علی اکثر یہ ہوگا کہ صدر زوروں کی مقدار اور میلان مطلوب ہوئے کیونکہ ایک صدر زور کی مدت اعظم مدت ہوگی۔ یہ زور کے ناقص کی شکل سے ظاہر ہے کیونکہ صریحاً و ما ناقص کا اعظم مستی نیم قطر ہے۔ اس لیے اب ہم اس کا محسوس

عمل کرینگے یعنی ایک عمادی زور  $z$  اور اسکے علی القوائم ایک جزئی یا ماسی زور  $n$  کی وجہ سے پیدا ہونے والے صدر زور معلوم کرینگے۔

متحدہ عمادی اور جزئی زور — اس مسئلہ سے بحث کرنے سے پہلے یہ ثابت کرنا ضروری ہے کہ کسی جزئی زور کے ساتھ ایک مساوی جزئی زور



شکل ۱ - متحدہ عمادی اور جزئی زور

اس کے علی القوائم موجود ہونا ضروری ہے۔ مثلاً ایک اکائی مکعب لو، شکل ۱ (ا) جس کے مقابل پہلوؤں پر جزئی قوتیں  $J$  عمل کرتی ہیں۔ یہ قوتیں  $J$  مل کر ایک جفت ہوئیں گی اور مکعب کے تعادل کے لیے ضروری ہے کہ ایک اور جفت مساوی معیار اور مخالف جہت کا عمل کرے۔ یہ جفت جزئی قوتوں  $J$  سے حاصل ہوگا جو  $J$  کے علی القوائم عمل کریں۔

اب زور کے ایک مخلوط نظام پر غور کرو جو ایک عمادی زور  $z$  اور ایک جزئی یا ماسی زور  $n$  پر مشتمل ہے۔

فرض کر دو کہ  $n$ ، شکل ۱ (ب) اس مستوی کے ایک حصے کو بغیر

کرتا ہے جس پر زور ز اور ج عمل کرتے ہیں۔

فرض کرو کہ ایک صدر زور کا مستوی ط م ہے اور یہ صدر زور ف ہے تب م ن پر بھی ایک جزی زور حدت ج کا ہوگا۔

تب زور ف اور زوروں ز اور ج سے پیدا ہونے والی قوتوں کے اجزائے تحلیل  
سمتوں ط ن اور م ن میں مساوی ہونے چاہئیں۔ اس طرح

$$ز \times ط ن + ج \times م ن = ف \times ط م \text{ جم ط } \dots \dots (۱)$$

$$اور ج \times ط ن = ف \times ط م \text{ جب ط } \dots \dots (۲)$$

$$\therefore (۱) \text{ سے } ز = \frac{ج \times م ن}{ط م} + ف \text{ جم ط}$$

$$یا ز \text{ جم ط} = ج \text{ جب ط} + ف \text{ جم ط}$$

$$\therefore (ف - ز) \text{ جم ط} = ج \text{ جب ط} \dots \dots (۳)$$

$$(۲) \text{ سے } ج = \frac{ط ن}{ط م} = ف \text{ جب ط}$$

$$\therefore ج \text{ جم ط} = ف \text{ جب ط} \dots \dots (۴)$$

(۳) کو (۴) سے تقسیم کرنے سے

$$\frac{ف - ز}{ج} = \frac{ج}{ف}$$

$$یا ف (ف - ز) = ج^2$$

$$یا ف^2 - ز ف - ج^2 = 0$$

$$یا ف = \frac{ز}{2} \pm \sqrt{\frac{ز^2}{4} + ج^2}$$

$$یا ف = \frac{ز}{2} (1 \pm \sqrt{1 + \frac{ج^2}{ز^2}}) \dots \dots (۵)$$

ط میں سے منفی علامت دوسرے صدر زور کے لیے ہے جو منفی یعنی فشاری ہوگا۔  
ہم کو چونکہ صرف اعظم زور مطلوب ہے اس لیے مثبت علامت لینے سے

$$ف = \frac{ز}{۲} (۱ + \sqrt{۱ + \frac{۲ ج^۲}{ز^۲}}) \dots\dots\dots (۶)$$

یہ زور جس مستوی پر عمل کرتا ہے اس کی سمت طہ ہوگی جو اس طرح حاصل ہوگی:—

$$(۳) \text{ سے } ف \text{ جم طہ} - ز \text{ جم طہ} = ج \text{ جب طہ}$$

$$(۴) \text{ سے } ف \text{ جب طہ} = ج \text{ جم طہ}$$

$$ف = \frac{ج}{ج \text{ جب طہ}}$$

$$\frac{ج \text{ جم طہ}}{ج \text{ جب طہ}} - ز \text{ جم طہ} = ج \text{ جب طہ} \dots\dots\dots (۵)$$

$$یا \quad ج \text{ (جم طہ} - ج \text{ جب طہ)} = ز \text{ جب طہ جم طہ}$$

$$یا \quad ج \text{ جم طہ} = ز \frac{ج \text{ جب طہ}^۲}{۲}$$

$$یا \quad مس ۲ طہ = \frac{۲ ج}{ز} \dots\dots\dots (۸)$$

اس سے طہ کی دو قیمتیں حاصل ہونگی جن میں ۹۰ کا فرق ہوگا۔ اس طرح اس سے صدر زور کے دونوں مستویوں کے میلان حاصل ہونگے۔

اعظم جزئی زور — صدر زوروں ف اور ق کی بحث میں

دکھایا گیا تھا کہ ف سے طہ بنانے والے مستوی پر حماسی زور (ف ق) جب طہ جم طہ ہوتا ہے۔ (دیکھو صفحہ ۲۰ مساوات (۲)۔) اب یہ اس وقت اعظم ہوگا جب کہ جب طہ جم طہ اعظم ہو یعنی جبکہ  $\frac{۲ ج}{۲ طہ}$  اعظم ہو یعنی جب کہ طہ = ۵۴۔ اس سے معلوم ہوا کہ اعظم جزئی زور صدر زوروں سے ۵۴ پر واقع ہوتا ہے اور  $\frac{ف ق}{۲}$  کے مساوی ہوتا ہے۔

اس وقت جو مسئلہ زیر بحث ہے اس میں ثابت کیا گیا ہے کہ

$$ف = \frac{ز}{۲} (۱ + \sqrt{۱ + \frac{۴ج^۲}{ز^۲}})$$

$$اور ق = \frac{ز}{۲} (۱ - \sqrt{۱ + \frac{۴ج^۲}{ز^۲}})$$

$$یعنی ف - ق = \frac{ز}{۲} \sqrt{۱ + \frac{۴ج^۲}{ز^۲}}$$

$$یعنی اعظم جزی زور = \frac{ز}{۲} \sqrt{۱ + \frac{۴ج^۲}{ز^۲}} \dots \dots \dots (۹)$$

$$یا \sqrt{\frac{ز^۲}{۴} + ج^۲} \dots \dots \dots (۱۰)$$

(۹) اور (۱۰) میں (۱۰) زیادہ کارآمد ہے کیونکہ  $ز = ۰$  کی صورت میں (۹) سے غیر معین نتیجہ حاصل ہوتا ہے۔

**عددی مثال** — پنج قطر کے ایک فولادی بولٹ پر ۳۰۰۰ پونڈ

کی ایک راست کھینچ اور اٹن کی ایک جزی قوت عمل کرتی ہے۔ اعظم تنشی اور جزی زور پونڈ فی مربع پنج میں اور ان زوروں کی سمت کا میلان بولٹ کے طولی محور سے معلوم کرو۔ (بی۔ ایس سی لندن ۱۹۰۷ء)۔

$$\frac{۳۰۰۰}{۵۷۸۵۴} = \frac{۳۰۰۰}{\text{پنج بولٹ کا رقبہ}} = \text{موجودہ صورت میں } ز$$

$$= ۳۸۱۹ \text{ پونڈ فی مربع پنج}$$

$$اور ج = \frac{۲۲۴۰}{۵۷۸۵۴} = ۲۸۵۲ \text{ پونڈ فی مربع پنج}$$

$$یعنی اعظم تنشی زور = ف = \frac{ز}{۲} (۱ + \sqrt{۱ + \frac{۴ج^۲}{ز^۲}})$$

$$\left( \frac{\sqrt{(2852) \times 2}}{\sqrt{(3819)}} + 1 \right) \frac{3819}{2} =$$

$$\left( \sqrt{2222} + 1 \right) \frac{3819}{2} =$$

$$(15496 + 1) \frac{3819}{2} =$$

$$= 5322 \text{ پونڈ فی مربع انچ}$$

صدرستی کا میلان محور کے علی القوائم سے طہ ہو تو

$$\text{مس } 2 \text{ طہ} = \frac{2852 \times 2}{3819} = \frac{2 \text{ انچ}}{2}$$

$$= 15292$$

$$2 \text{ طہ} = 54 \text{ انچ تقریباً}$$

$$2 \text{ طہ} = 9 \text{ انچ}$$

$$2 \text{ طہ} = 90 - 9 \text{ انچ سے میلان}$$

$$= 81 \text{ انچ}$$

$$\sqrt{\frac{2}{2} + \frac{2}{2}} = \text{اعظم جزی زور}$$

$$\sqrt{(2852) + \frac{(3819)}{2}} =$$

$$\sqrt{\frac{(3819)}{(2852) \times 2} + 1} \quad 2852 =$$

$$5322 + 1 \quad 2852 =$$

$$15201 \times 2852 =$$

$$= 43228 \text{ پونڈ فی مربع انچ}$$

یہ زور مصدر زور کی سمت سے ۵۴° پر یعنی  
۹۱° ۲۴' - ۲۵° = ۶۶° ۱۶' پر طولی محور سے ہوگا۔

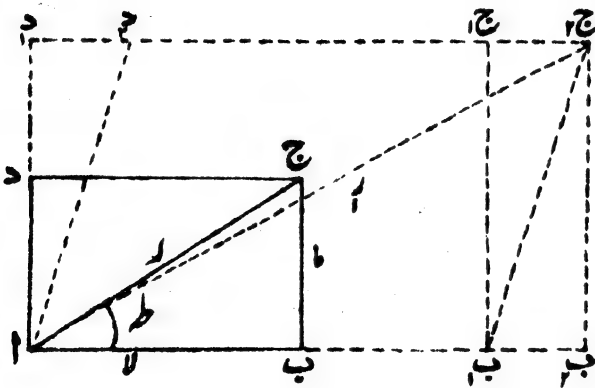
اور یا اس سے ۹۰° پر یعنی طولی محور سے ۳° ۶' پر ہوگا۔

\* اعظم فساد کا مقابلہ اعظم زور کے ساتھ — مخلوط زوروں کے

مسائل میں یہ خیال رہے کہ اعظم فساد کے لحاظات اعظم زور سے مختلف ہوتے ہیں۔  
لچک کے ماہرین کے درمیان میں خاصا اختلاف ہے کہ کسی تعمیر کی سلامتی آیا تنشی یا  
فشاری زور کے ایک خاص مد کے اندر رہنے پر یا جزئی زور کے ایک خاص مد کے  
اندر رہنے پر یا فساد کے ایک خاص مد کے اندر رہنے پر موقوف ہے۔

اعظم تنشی یا فشاری اور جزئی زور پر غور کیا جا چکا ہے۔ اب ہم اعظم فساد  
کے سوال پر غور کریں گے۔

فرض کرو کہ ایک مستطیل کُندے اب ج د کو دو علی القوالم تنشی فساد اور  
ایک پھسل فساد اسی مستوی میں پہنچائے جاتے ہیں۔



شکل ۷۷ - متحدہ فساد

اس مخلوط فساد کے تحت کُند ا و ض ع ا ب ج د اختیار کر گیا۔ تب اگر  
 ا ب = لا، ب ج = ما اور ا ج = ر، اور فساد کے بعد یہ طول لا، ما، ر  
 ہو جائیں اور ج ا د = بہ تو

$$\frac{لا - لا}{لا} = س = س$$

$$\frac{ما - ما}{ما} = س = " " " "$$

$$\frac{ر - ر}{ر} = س = " " " "$$

$$یا \quad لا = لا (ا + س) \dots \dots \dots (۱)$$

$$ما = ما (ا + س) \dots \dots \dots (۲)$$

$$ر = ر (ا + س) \dots \dots \dots (۳)$$

$$ب = ب (ا + ۲س + س ر)$$

$$ر = ر (ا + ۲س) \dots \dots \dots (۴)$$

کیونکہ فسادوں کی دوسری قوت نظر انداز کی جاسکتی ہے۔

$$ا ب = ا ج = ا ب + ج ب$$

$$= (ا ب + ج ب) + ا د$$

$$= (ا ب + د ج) + ا د$$

$$اس میں ا ب = لا = لا (ا + س)$$

$$ا د = ما = ما (ا + س)$$

$$د ج = ب د = ب د (ا + س) = ب د$$



کیونکہ یہ چھوٹا ہے اور اس طرح یہ  $x$  سہ دوسرے رتبے کی چھوٹی مقدار ہوگی جو نظر انداز کی جا سکتی ہے۔

$$\therefore \{ (1+s) \text{ لا} + (1+s) \text{ بی} \} + \{ (1+s) \text{ ما} \} = \text{ر}$$

$$= \text{لا} (1+s^2) + 2 \text{ بی لا} + \text{ما} (1+s^2) \dots\dots\dots (5)$$

جس میں فسادوں کی دوسری قوتوں کو نظر انداز کر دیا گیا ہے،

$$\text{لیکن} \quad \text{لا} + \text{ما} = \text{ر}$$

$$\therefore \text{ر} = \text{لا} + \text{ما} + \text{لا} s^2 + \text{ما} s^2 + 2 \text{ بی لا} + \text{لا} s^2 + \text{ما} s^2 \dots\dots\dots (6)$$

$$\text{ر} (1+s^2) = \text{لا} s^2 + \text{ما} s^2 + 2 \text{ بی لا} + \text{لا} s^2 + \text{ما} s^2$$

$$\text{یا} \quad \text{س} = \left( \frac{\text{لا}}{\text{ر}} \right) \text{س} + \left( \frac{\text{ما}}{\text{ر}} \right) \text{س} + \frac{\text{لا}}{\text{ر}} \text{بی} + \frac{\text{ما}}{\text{ر}} \text{بی} \dots\dots\dots (7)$$

اس کو زاویہ طہ کی رقوم میں بیان کریں تو یہ حاصل ہوتا ہے۔

$$\text{س} = \text{س} \text{ جم} + \text{س} \text{ جب} + \text{س} \text{ جب} + \text{س} \text{ جب} \dots\dots\dots (8)$$

اب ہم کو طہ کی وہ قیمت معلوم کرنا ہے جس کے لیے حاصل اکائی سفا فساد  $s$  اعظم ہو۔

$$\text{یہ اس وقت ہوگا جب کہ} \quad \frac{\text{در س}}{\text{فر طہ}} = 0$$

یعنی جب کہ

$$\text{س} \times \text{جم طہ} - (\text{جب طہ}) + \text{س} \times \text{جب طہ} + \text{س} \times \text{جب طہ} + \text{س} \times \text{جب طہ} + \text{س} \times \text{جب طہ} = 0$$

$$+ \text{جب طہ} - (\text{جب طہ}) = 0$$

$$\text{یعنی جبکہ} \quad - \text{س} \text{ جب} + \text{س} \text{ جب} + \text{س} \text{ جب} + \text{س} \text{ جب} = 0$$

$$\text{یعنی} \quad (\text{س} - \text{س}) \text{ جب} + \text{س} \text{ جب} = 0$$

$$\text{یا} \quad \text{س} = \text{س} \dots\dots\dots (9)$$

اس سے طہ کی دو قیمتیں علی القوائم حاصل ہوتی ہیں جس سے معلوم ہوتا ہے کہ اعظم فساد کی قیمتیں باہم علی القوائم ہیں۔

اب مساوات (۸) پر غور کرو۔  $1 = \text{جم}^2 \text{طہ} + \text{جب}^2 \text{طہ}$  رکھ کر اس کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$\text{س}^2 (\text{جم}^2 \text{طہ} + \text{جب}^2 \text{طہ}) = \text{س}^2 \text{جم}^2 \text{طہ} + \text{س}^2 \text{جب}^2 \text{طہ} + \text{بہ جب طہ جم طہ}$   
 $\text{جم}^2 \text{طہ سے تقسیم کرنے سے}$

$\text{س}^2 (1 + \text{س}^2 \text{طہ}) = \text{س}^2 + \text{س}^2 \text{س}^2 \text{طہ} + \text{بہ س}^2 \text{طہ}$

یا  $\text{س}^2 \text{طہ} (\text{س}^2 - 1) + \text{بہ س}^2 \text{طہ} + \text{س}^2 - \text{س}^2 = 0$

یا  $\text{س}^2 \text{طہ} = \frac{-\text{بہ} \pm \sqrt{\text{بہ}^2 - 4(\text{س}^2 - 1)(\text{س}^2 - \text{س}^2)}}{2(\text{س}^2 - 1)}$

اس کے حقیقی ہونے کے لیے ضروری ہے کہ

بڑا پھوٹا نہ ہو  $4(\text{س}^2 - 1)(\text{س}^2 - \text{س}^2)$  سے

اب دیکھو س کے بڑھنے سے  $4(\text{س}^2 - 1)(\text{س}^2 - \text{س}^2)$  بڑھتا کیونکہ

یہ جملہ  $= 4(\text{س}^2 - 1)(\text{س}^2 - \text{س}^2)$

س کے قیمت اس سے زیادہ نہ ہونی چاہیے جس سے

$\text{بہ} = 4(\text{س}^2 - 1)(\text{س}^2 - \text{س}^2)$

یا  $\text{س}^2 - \text{س}^2 (\text{س}^2 + 1) + \text{س}^2 \text{س}^2 - \frac{\text{بہ}^2}{4} = 0$

یا  $\text{س}^2 = \frac{\text{س}^2 + \text{س}^2 \text{س}^2 - \frac{\text{بہ}^2}{4}}{2(\text{س}^2 - 1)}$  ..... (۱۰)

اب اس صورت پر غور کرو جس کے لیے ہم صدر زور حاصل کر چکے ہیں یعنی

ایک تنشی یا فشاری زور  $ز$  اور ایک جزی زور  $ج$ ۔ اس صورت میں اگر  $س = زور$  کی وجہ سے فساد تو سمت  $ا$  میں فساد صرف  $س$  کا عرضی فساد ہوگا یعنی  $س = عا \times س$  (منفی اس لیے کہ عرضی فساد فشاری ہوگا)۔ مساوات (۱۰) میں صرف مثبت قیمت لینے سے اس صورت میں

$$س = \frac{س (ا-ع) + س (ا+ع)}{۲}$$

$$اب س = \frac{ز}{۲} \quad اور \quad ب = \frac{ج}{س}$$

نیز  $س = \frac{ف}{۲}$  جہاں  $ف$  معادل زور ہے جو اعظم فساد کے لحاظ سے ہو۔ اس اور  $س$  بینگ کا اور جزی میاس ہیں۔

$$\therefore \frac{ف}{۲} = \frac{ز (ا-ع)}{۲} + \frac{۱}{۲} \left[ \frac{ز}{۲} (ا+ع) + \frac{ج}{س} \right]$$

$$= \frac{ز}{۲} (ا-ع) + \frac{۱}{۲} \left[ \frac{ز}{۲} (ا+ع) + \frac{ج}{س} \right] \quad لیکن \quad \frac{س}{۲} = (ا+ع)$$

$$\therefore ف = \frac{ز}{۲} (ا-ع) + \frac{۱}{۲} \left[ \frac{ز}{۲} (ا+ع) + \frac{ج}{س} \right] \quad (۱۱)$$

عاکہ قیمت فولاد کے لیے تقریباً  $\frac{۱}{۲}$  ہے۔ اس لیے اس کو اختیار کرنے سے

$$ف = \frac{ز}{۲} \left( \frac{۳}{۲} + \frac{۵}{۲} \right) + \frac{۱}{۲} \left[ \frac{ز}{۲} + \frac{ج}{س} \right] \quad (۱۲)$$

اس کا مقابلہ مساوات (۶) (صفحہ ۲۶) سے کریں جس میں زور پر غور کیا گیا ہے تو دونوں نقاط نظر سے حاصل ہونے والے نتائج کا فرق واضح

ہو جاتا ہے۔

عددی مثال۔ اسی سوال پر غور کریں جو صفحہ ۲۷ پر

حل کیا گیا ہے۔

اس صورت میں  $z = 3819$  پونڈ فی مربع انچ

$c = 2852$

$$\left( \frac{(2852) \times 2}{1(3819)} + 1 \right) \frac{5}{2} + \frac{3}{2} \left( \frac{3819}{2} \right) = f$$

$$\left( \sqrt{3523} \left( \frac{5}{2} + \frac{3}{2} \right) \right) \frac{3819}{2} =$$

$$(25224 + 565) \frac{3819}{2} =$$

$$25994 \times \frac{3819}{2} =$$

$$5622 \text{ پونڈ فی مربع انچ}$$

اعظم فساد کی سمت معلوم کرنے کے لیے مساوات (۹) پر واپس آئے۔

اس سے

$$\frac{c}{s} = \frac{z}{s} = \frac{z}{s}$$

$$\frac{\frac{c}{s}}{\frac{z}{s}} = \frac{\frac{c}{s}}{\frac{z}{s}} = \frac{c}{z}$$

$$\frac{c \times c}{z \times (c+1)} =$$

$$\frac{c^2}{z} = \frac{c \times (c+1)}{z \times (c+1)} =$$

اور یہ وہی صدر زور کی سمت ہے اس لیے طہ کی وہی قیمت حاصل ہوگی جو صدر زور کے لیے آچکی ہے۔

مخلوط زوروں کا لحاظ کرنے کے اس طریقے کو مصنف نے اس قدر تفصیل کے ساتھ اس لیے لکھا ہے کہ اکثر درسی کتابوں میں اس کا حوالہ تک نہیں دیا جاتا۔ اس طریقے میں فساد سادہ تثنیٰ زور ہے جس سے کسی شے میں وہی فساد پیدا ہوگا جو دیے ہوئے مخلوط زوروں سے پیدا ہونے والا اعظم فساد ہے اور اس طرح اس کو ان مخلوط زوروں کا معادل زور سمجھا جاسکتا ہے۔

یہ اعظم فساد کا طریقہ، جس کو اعظم زور یا رنگین کے طریقے سے تمیز کرنے کے لیے سان وینٹان نکالیا یا فرانسیسی طریقہ کہہ سکتے ہیں، انگلستان میں عام طور پر معلوم نہیں لیکن لچک کے نظریے کے متاثر ماہر اس کے استعمال کے بہت حامی ہیں۔

حال میں اس مضمون پر ہین کاک، اسکول، سمٹھ، اور ٹرنر جاحان نے بہت احتیاط کے ساتھ تجربات کیے ہیں اور ان تجربات کے عام نتائج سے اس کی بڑی تائید ہوتی ہے کہ مخلوط زوروں کے حسابات کے لیے اعظم جزی زور کا یعنی "تثنیٰ کا نظریہ" اختیار کیا جائے۔ اس نظریے سے یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ خالص جزی علی زور خالص تناؤ سے نصف ہونا چاہیے۔ یہ مساوات (۱۰ صفحہ ۲ میں ج۔ ۲) رکھنے سے نظر آجائیگا۔ یہ ایک بہت اہم نکتہ ہے جس کو علی مجزوں نے اب تک محسوس نہیں کیا ہے۔ یا تو ہمارے جزی زوروں کو گھٹانا چاہیے یا تثنیٰ زوروں کو بڑھانا چاہیے۔

بازگشتگی — فساد پیدا کرنے میں کسی شے کے فی اکائی حجم

جو کام کیا جائے وہ بازگشتگی کہلاتا ہے۔ ایک جسم پر غور کریں پر سادہ تثنیٰ فساد

Scoble ۳

Hancock ۴

St. Venant ۵

Guest ۶

Turner ۷

C. A. M. Smith ۸

عمل کرتا ہے۔ نقطہ ۱ سے بہت قریب کے نقطہ ب تک جانے میں (مثلاً ۹) عمل کرنے والا اوسط زور ز ہے۔ اس لیے اگر  $ا ب = لا$  تو قوت ز کا کام شے میں ۱ سے ب تک فساد پیدا کرنے میں  $ز \times لا$  ہو گا۔ اب اگر لا اکائی کے فساد کا اضافہ ہو اور ز زور کی حدت ہو تو شے کا حجم جس پر عمل ہوا ہے اکائی ہے۔ اب چونکہ ۱ ب بہت چھوٹا فرض کیا گیا ہے اس لیے  $ز \times لا$  زور اور فساد کے معنی کے سایہ دار حصے کے رقبے کے مساوی ہو گا۔

اس لیے بازگشتگی مساوی ہے زور اور فساد کے معنی کا رقبہ نقطہ ۱ تک

یعنی بازگشتگی =  $\Delta$  ط م و کا رقبہ

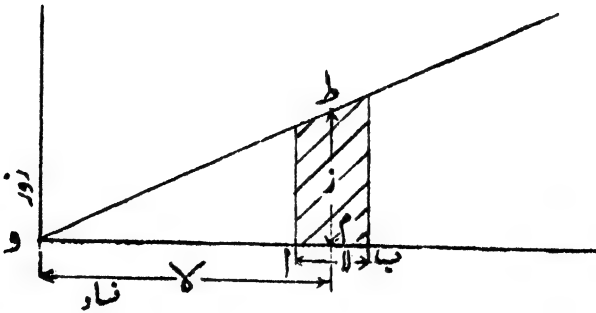
لیکن  $\frac{ز}{لا} = \text{یٹنگ کا معیاس} = \text{ے}$

$\frac{ز}{ے} = لا$  ::

تناؤ میں بازگشتگی =  $\frac{ز}{ے}$  ::

اسی طرح جزیں بازگشتگی =  $\frac{ج}{س}$

جہاں ج جزی زور ہے۔



شکل ۱۔ بازگشتگی

## زور کی تکرار یا تغیر — تعمیروں کی تجزیہ میں ایسی صورتوں سے

اکثر سابقہ پڑتا ہے جن میں زور کی مقدار وقت کے لحاظ سے بدلتی رہتی ہے۔ یہ صورتیں ایسی تعمیروں میں پیش آتی ہیں جن کو ہوا کا دباؤ یا متحرک بوجھ برداشت کرنا ہوتا ہے۔ حال میں ایسی اشیاء کی مضبوطی پر بہت تحقیقات کی گئی ہے جن پر متبادل زور عمل کرتے ہیں۔ کسی شے کو تدریج بڑھتے ہوئے زور سے توڑنے میں جو زور درکار ہو وہ ”سکوئی شکستی زور“ کہلاتا ہے اور وہی زور ہے جو معمولی امتحانی مشینوں سے حاصل ہوتا ہے۔

فیر بلیئر نے ٹیواں کو بے گے گڑروں کی چند آزمائشوں کے سلسلے میں دریافت کیا کہ کسی گڑر کو ایک بوجھ بار بار لگا کر توڑنے کے لیے سکوئی شکستی بوجھ کا تقریباً نصف بوجھ کافی ہے۔ اس معنوں پر پہلی مکمل تحقیق ڈولر نے پریشیا (جرمنی) کی وزارت تجارت کی فرمائش پر کی جو شائع ہوئی۔ وولر بارہ سال تک تجربے کرتا رہا اور اس کے حاصل کردہ نتائج اُس زمانے میں بہت چونکا دینے والے تھے اور ان کی اہمیت انجینئروں نے بہت حال ہی میں محسوس کی ہے۔

ان تجربات سے اور ان کے بعد کے تجربات سے یہ ظاہر ہوا کہ کسی شے کو تکراری زور سے توڑنے کے لیے سکوئی زور سے بہت کم زور درکار ہوتا ہے۔

ڈولر کے تجربات میں جو تناؤ، غاؤ، اور مروڑ میں کیے گئے زور کے بعض تغیرات و افیشاں صفر سے ایک اعظم قیمت تک تھے اور بعض میں زور پورا سکوس کیا گیا۔

تجربات کا پورا بیان آؤن کی ”اشیاء کے تعمیر کی آزمائش“ میں ملے گا۔

ہم اس کے نتائج کی چند مثالیں لینگے۔

کسٹپ کا دھرا فولاد۔

سکوئی شکستی زور = ۵۲ ٹن فی مربع پانچ

شکستی زور صفر سے اعظم تک = ۲۶۵۵

یہ متعکس زور کے لیے = ۱۳۵۰۵

سواں لوہا۔

سکوئی شکستی زور = ۲۲۵۸۵ ٹن فی مربع پانچ

شکستی زور صفر سے اعظم = ۱۵۵۱۵

یہ متعکس زور کے لیے = ۸۵۶

پہلی صورت میں زور کی وسعت ایک صورت میں ۲۶۵۵ اور تعکس کی صورت

میں ۱۳۵۰۵ سے + ۱۴۰۵ تک یعنی ۲۸۶۱ ہے۔ دوسری صورت میں وسعتیں

۱۵۵۲۵ اور ۱۶۵۲ ہیں۔

سین بنجمن بیکنر نے اسی طرح کے تجربات انگلستان میں کیے اور اسی طرح

کے نتائج حاصل ہوئے۔

۲۶۵۸ تا ۲۸۵۶ ٹن فی مربع پانچ کی سکونی مضبوطی کے نرم فولاد کے لیے

اُن کو زور کے تعکس کی صورت میں شکستی زور ۱۱۵۶ ٹن فی مربع پانچ حاصل ہوا۔

باؤشنگر نے بہت سے تجربات دولو کے ہنج پر کیے اور اس سے زیادہ

اشیاء کا امتحان کیا۔

بسم (Bessemer) فولاد کے لیے اس کے نتائج یہ تھے۔

سکوئی شکستی زور = ۲۸۵۶ ٹن فی مربع پانچ

شکستی زور صفر سے اعظم = ۱۵۵۶

یہ متعکس زور کے لیے = ۸۵۵۵

Sir Benjamin Baker

Krupp

Wöhler

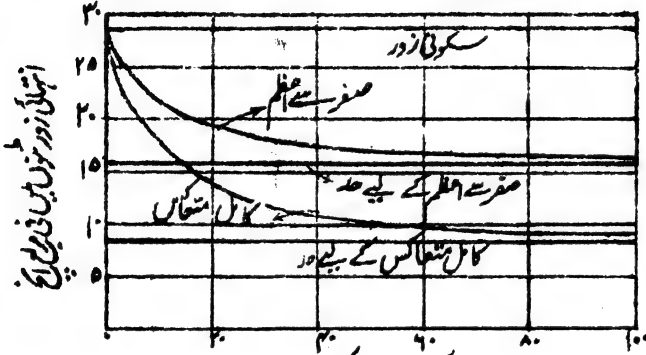
ہی

Bauschinger

ہی



زور کے تغیر کے ان شکستہ نوروں کے متعلق یہ معلوم ہو کہ یہ وہ کم سے کم زور ہیں جن پر نمونہ بہت بڑی تکرار کے بعد ٹوٹتا ہے۔  
اس قسم کی آزمائشوں کے لیے یہ کیا جاتا ہے کہ بہت سے نمونے لیے جاتے ہیں اور مختلف نمونوں یا ان کے مختلف سطحوں کے لیے زور کے تغیر



شکل ۷۱۔ زور کی تکرار (لاکھوں)

کی وسعت مختلف رکھی جاتی ہے۔ جب یہ وسعت ایک خاص حد سے کم ہو تو نمونہ تجربے کی مدت میں نہیں ٹوٹتا۔ نتائج کو ایک نقشے کے ذریعے دکھایا جاتا ہے جس میں زور کی وسعت تکرار کی اس تعداد کے بالمقابل ترسیم کی جاتی ہے جو شکستگی کے لیے درکار ہوتی ہے۔ یا اگر تغیر صفر سے اعظم تک ہو یا زور پورا متعکس ہو تو تکرار کی تعداد کے بالمقابل زور کی حد کو ترسیم کیا جاتا ہے۔ اس طرح کا ایک منحنی شکل ۷۱ میں دکھایا گیا ہے۔ ان منحنیوں سے وہ ظاہر زور حاصل ہوتا ہے جس کی بے انتہا تکرار شکستگی کے بغیر کی جاسکتی ہے اور اسی کو اقل شکستہ زور سمجھا جاتا ہے۔ ظاہر کا لفظ اس لیے استعمال کیا گیا ہے کہ ۵ کروڑ سے زیادہ تکرار کا کوئی حوالہ موجود نہیں اور یہ خیال ہے کہ اگر اس سے زیادہ تکرار کی جائے تو ممکن ہے کہ اس سے بھی نسبت تر زور حاصل ہوں۔

باؤشنگر نے خیال ظاہر کیا کہ کوئی شے زور کی جو وسعت برداشت کر سکتی ہے اس میں اور اس کی لچک کی حد میں کوئی ربط ہے۔ اس لچک کی حد سے

اس کی مراد اس کے الفاظ میں "لچک کی طبعی حد" تھی یعنی وہ حد جو شے زور کے تغیرات کے تحت آنے کے بعد رکھے کیونکہ یہ معلوم ہے کہ کسی شے میں زور ایک خاص حد سے زیادہ کیا جائے تو اس کی لچک کی حد بدل جاتی ہے۔

ڈاکٹر اسٹینٹن اور مسٹر بیرسٹو نے

(انسٹی ٹیوٹ آف سول انجینئرز کی رولڈا جلد ۶۶ میں)

اس مسئلے پر ایک اہم مضمون شائع کیا ہے جس میں نیشنل فزیکل لباریٹری میں کیے ہوئے تجربات کے نتائج دیے ہیں۔

انہوں نے ایسی مشین استعمال کی جس میں نمونہ ایک بھاپ انجن کے میکا نیسم میں "فشارہ ڈنڈے" کے ایک حصے کے طور پر استعمال کیا گیا۔ اس طرح نمونہ راست زور کے تھاکس کے تحت آیا اور انتہائی زوروں کا تغیر میکا نیسم کے اضافی ابعاد کو بدلنے سے حاصل کیا گیا۔

اس تحقیق کے چند اہم نتائج ہیں جن میں سے قابل ذکر یہ ہیں:۔

(۱) تکرار کی رفتار کو ۶۰ سے ۸۰۰ فی منٹ تک بدلنے سے نتائج پر کوئی

نمایاں اثر نہیں پڑتا۔

(ب) زور کی وسعت جو متوسط بیش کا بین فولاد برداشت کر سکتے ہیں کم کا بین فولاد

اور پٹواں لوہے سے مقابلہ زیادہ ہے۔ اس سے دو گلو کی رائے کی تائید ہوتی ہے۔

(ج) لوہے اور فولاد کا انتہائی زور زور کی وسعت پر منحصر ہے اور زوروں کی

حقیقی قیمت پر تقریباً بالکل منحصر نہیں۔

اگرچہ ڈاکٹر اسٹینٹن اور مسٹر بیرسٹو کو اس سے اتفاق ہے کہ

کوئی قطعی بیان دینے سے پہلے اور تحقیق کرنے کی ضرورت ہے لیکن ان کے تجربات سے باؤشنگر کے لچک کی حدوں کے نظریے کی تائید ہوتی ہے۔

انہوں نے یہ بھی معلوم کیا کہ کسی شے میں تراش کی ایک دم تبدیلی کی صورت میں تدریجی تبدیلی کی نسبت زور کے ٹاکس کی برداشت کم ہوتی ہے۔  
ڈاکٹر اسمتھ اور پروفیسر رینلڈز نے معلوم کیا کہ ۱۳۰۰ تا ۱۶۰۰ فی منٹ کی رفتاروں کے لیے وسعت و ولر کی ۶۰ فی منٹ کی رفتار پر کی وسعت سے کم ہے اور یہ کمی تقریباً ۱۰ فیصدی ہے۔ ۱۹۰۰ تا ۲۴۰۰ فی منٹ کی رفتاروں کے لیے یہ کمی بہت زیادہ ہے اور وسعت و ولر کی رفتار پر کی وسعت سے تقریباً ۴۰ فیصدی کم ہے۔

حال میں ایڈن، ہیٹکنز، کاہرز، روس، اسٹینٹن، اور مور نے جو تحقیق کی ہے اس سے پتہ چلتا ہے کہ زور کی انتہائی وسعت پر زور کے تغیر کا اثر تقریباً قابل نظر انداز ہے اور یہ کہ اسمتھ اور رینلڈز نے رفتار کا جو اثر معلوم کیا وہ غالباً ثانوی زوروں کی وجہ سے تھا جو ان کی امتحانی مشینوں سے مخصوص تھے۔

اس مضمون کے مکمل بیان کے لیے قارئین ڈاکٹر ٹکاف کی کتاب ”دھاتوں کی تھکن“ اور ان کے اس کتاب کے بعد لکھے ہوئے ایک مضمون کا مطالعہ کریں جو رسالہ ”تعمیری انجینیر“ (Structural Engineer) (مارچ ۱۹۲۶ء) میں شائع ہوا۔

ڈھلا لوھا۔ ڈھلے لوہے کے لیے زور کی تکرار پر غالباً بہت کم کام کیا گیا ہے لیکن مصنف نے جو چند تجربات نھاؤ کے ذریعے ٹاکس پر کیے ان سے یہی عام نتائج حاصل ہوئے انتہائی شکستی زور کوئی زور کا تقریباً ۱/۲ حاصل ہوا۔

Prof. Osborne Reynolds

۱

Dr. J. H. Smith

۲

Hankins

۳

Haigh

۴

Eden

۵

Stanton

۶

Roos

۷

Kommers

۸

The Fatigue of Metals

۹

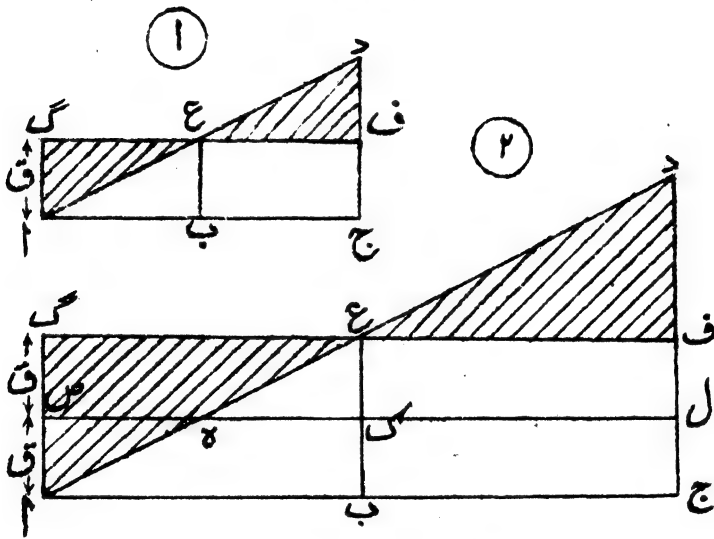
Dr. H. J. Gough

۱۰

Moore

۱۱

فوری یا حرکیاتی لداؤ سے زور اور فساد اگر کسی تعمیر پر ایک بوجھ دفتہ لگایا جائے تو ارتعاش پیدا ہونگے اور فساد (اور اس طرح زور) اس کی دگنی قیمت کو پہنچینگے جو بوجھ کے بتدیج لگائے جانے سے ہوتی۔  
 یہ بات شکل ۱ کے نقشے کو دیکھنے سے واضح ہوگی جس میں قوت کو فساد کے بالمقابل ترسیم کیا گیا ہے۔ ہم دیکھ چکے ہیں کہ کسی لچکدار جسم پر بوجھ بتدیج لگایا جائے تو فساد اور راست زور کے بوجھ کے ربط کا سختی ایک خط مستقیم  $\propto$  ہوگا اور



شکل ۱۔ فوری یا حرکی لداؤ

اس خط کے نیچے کے رقبے سے کسی خاص نقطے تک کیا ہوا کام تعمیر ہوگا۔ اب فرض کرو کہ آگ ایک قوت ق کو تعمیر کرتا ہے۔ تو جب فساد نقطہ ب تک پہنچے تو قوت کا کیا ہوا کام مستطیل ا ب ع گ کے رقبے کے مساوی ہوگا لیکن جسم میں فساد پیدا کرنے میں جو کام صرف ہوا وہ صرف مثلث ا ب ع کے رقبے کے مساوی ہے۔ اس لیے مثلث ا ب ع گ کے رقبے کے مساوی کام ابھی مزید فساد پیدا کرنے کے لیے فاضل ہے۔ اس لیے فساد ابھی بڑھتا جاوے گا یہاں تک کہ مثلث ع ف د کا رقبہ مثلث ا ب ع گ کے رقبے کے مساوی ہو جائے۔

ظاہر ہے کہ اس کے لیے  $۲ = ۱۲$  اب 'یعنی فساد' (اور اس طرح زور) بتدریج لداؤ کے مقابلے میں دگنا ہوگا۔

اگر ایک قوت دفعہ - ق سے + ق ہو جائے تو مجموعی فساد اور زور وہی ہونگے جو ۲ ق کے فوری بوجھ سے ہوتے اور اس صورت میں بھی جب فساد نقطہ ب تک پہنچے گا، شکل ۱۱ (۲) تو مشکت اع گ کے ریفٹ کے مساوی کامل فاضل ہوگا جو مزید فساد پیدا کرے گا۔ اس طرح فساد نقطہ ج تک جاری رہے گا۔ اس طرح اعظم تنش فساد ل ہوگا۔ اگر لداؤ تدریجی ہوتا تو فساد لک ہوتا اور چونکہ  $۲ = ۳$  لک، اس لیے معلوم ہوا کہ اگر کسی بوجھ کو دفعہ معلوم کر دیا جائے تو فساد اور زور اس کے تین گنے ہو گئے جو اس کے انعکاس کے بتدریج ہونے سے ہوتے۔

ان میں سے ہر صورت میں مزید فساد اور زور تغیر کی مقدار کے مساوی ہوتا ہے۔ اس طرح کے مزید زور کو 'تخریب کیاتی اضافہ' کہا گیا ہے اور اس طرح کہا جاسکتا ہے کہ اگر ایک فوری یا حرکیاتی زور  $n$  میں تغیرت ہو تو اس کا معادل تدریجی زور  $n + ۲$  ہوگا۔

**زور کی تکرار اور فوری لداؤ کے درمیان ربط۔**

زور کے تغیر کے تجربات کے نتائج اور فوری لداؤ کے متعلق ادب کے استدلال کے درمیان جو مشابہت ہے اس کی وجہ سے بہت سے لوگوں کا خیال ہے کہ دولہ کے تجربات دراصل فوری لداؤ کے تجربات تھے۔ ایک دوسرا خیال یہ ہے کہ یہ دونوں مسئلے دراصل علیحدہ ہیں اس لیے تعمیرات کی تجویز میں ہر ایک کی علیحدہ رعایت رکھنی چاہیے۔

ان دونوں مسئلوں میں مطابقت پیدا کرنے کے لیے سب میں پہلی بات جس کا سامنا کرنا ہے یہ ہے کہ لچک کی حد کے باہر فساد زور کے متناسب نہیں ہوتا اور اس طرح اس حد کے باہر دگنا فساد دگنا زور نہیں پیدا کرے گا۔

دیکھو (شکل ۷) لیکن اس کے برخلاف اس سلسلے میں ایک اور واقعہ قابل لحاظ ہے اور وہ یہ کہ اگر کسی شے میں لچک کی حد سے باہر تک زور لگایا گیا ہو تو بعد کی آزمائشوں میں پایا جاتا ہے کہ لچک کی حد بڑھ گئی۔ اس لیے اگر زور کی ہر تکرار کے ساتھ یہ عمل جاری رہے تو آخر کار لچک کی حد اتنی اونچی ہو جائیگی کہ حرکیاتی استدلال نقطہ شکست تک صحیح رہے گا۔

اگرچہ کہ اس بحث میں بہت سے نکات تصفیہ طلب ہیں لیکن عملی وجہ سے تعمیروں کی تجویز میں صرف ایک بات کی رعایت رکھی جاتی ہے دونوں باتوں کی نہیں۔ اس کی وجہ یہ ہے:- فرض کرو کہ نرم فولاد کے لیے مستقل اور تدریجی بوجھ کے لیے بے خطر عملی زور ۵ ٹن فی مربع انچ ہے۔ تب حرکیاتی نظریے سے متعکس اور فوری بوجھ کے لیے بے خطر عملی زور اس کا  $\frac{1}{2}$  یعنی ۲.۵ ٹن فی مربع انچ ہوگا۔ اب اگر زور کی تکرار کے لیے علیحدہ رعایت رکھی جائے تو عملی زور  $\frac{1}{2} \times ۲.۵ = ۱.۲۵$  ٹن فی مربع انچ رکھنا ہوگا۔

لیکن چونکہ یہاں صدامد یا ضراب کا کوئی سوال نہیں اس لیے یہ عملی زور ضرورت سے زیادہ سبب ہو گیا۔

**ضرب کی وجہ سے فساد اور زور — فرض کرو کہ ایک وزن**

و ایک تعمیر پر بلندی سے گرتا ہے اور فرض کرو کہ ع کی سمت میں بگڑا یا فساد لا ہوتا ہے (شکل ۷)۔ تب وزن کا کیا ہوا کام و (ع + لا) ہوگا۔ یہ کام تعمیر کے فساد میں جذب ہوگا۔ پہلے اس صورت پر غور کرو کہ یہ فساد لچک کی حد کے اندر ہے۔ اس صورت میں کام باز گشتگی  $\times$  حجم کے مساوی ہوگا۔ ہم یہ دکھا چکے ہیں کہ تناؤ یا فشار میں باز گشتگی  $\frac{1}{2} \times$  ہوتی ہے اس لیے اس

$$\text{صورت میں و (ع + لا) = حجم} \times \frac{1}{2} \times \frac{ح}{ع} = \frac{ح \times لا}{۲}$$

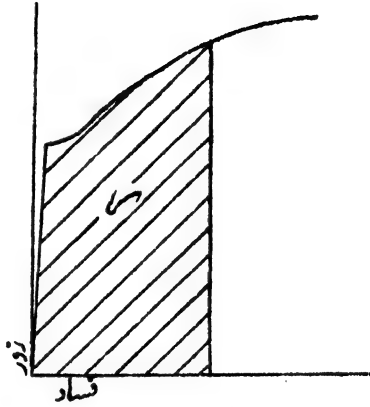
اب اگر ع کے مقابلے میں لا چھوٹا ہو تو

$$و = ع = \frac{ح \times لا}{۲}$$

$$z = \sqrt{\frac{2 \epsilon \omega}{c}}$$



شکل ۱۲



شکل ۱۳

اگر وزن رفتار سے بچو دے تو

$$\frac{z}{c} = \epsilon$$

$$z = \sqrt{\frac{2 \epsilon \omega}{c}} \quad \text{یا} \quad \sqrt{\frac{2 \epsilon \omega}{c}} = z$$

خاؤ کی باز گشتگی پر ہم شہتیروں کے خاؤ کی بحث میں غور کریں گے۔

فساد لچک کی حد سے زیادہ۔ اگر فساد لچک کی حد سے

بڑھ جائے تو صفحہ ۳۵ پر کے استدلال سے یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ فساد میں کام فی اکائی حجم "زور اور فساد" کے منحنی کے نیچے کے رقبے کے مساوی ہوگا۔

اگر یہ رقبہ مساوی ہو (شکل ۱۳) تو  $\omega = \frac{z^2 c}{2 \epsilon}$  یا  $\frac{z^2 c}{2 \epsilon}$  اس سے زور معلوم ہو سکتا ہے۔

عدوی مثال —  $\frac{1}{4}$  انچ قطر کی ایک سلاخ اسٹن کے ایک برقرار بوجھ کے تحت  $\frac{1}{4}$  انچ کھینچتی ہے۔ اگر اس سلاخ پر ۱۵۰ پونڈ کا ایک وزن ۳ انچ کی بلندی سے گرے تو کیا زور پیدا ہوگا۔ سلاخ ابتداء میں بے زور ہے۔  $\frac{1}{4} \times 30 = 7.5$  پونڈ فی مربع انچ لیا جائے۔

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \text{ قطر کی سلاخ کا رقبہ} &= 196 \text{ مربع انچ} \\ \text{اسٹن بوجھ کے تحت زور} &= \frac{1}{196} \text{ اسٹن فی مربع انچ} \\ &= \frac{2230}{196} = \frac{2230}{10 \times 30 \times 196} = \frac{\text{فساد}}{\text{زور}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{اب } \frac{1}{8} &= \text{فساد} \times \text{اصلی طول} \\ \therefore \text{اصلی طول} &= \frac{\frac{1}{8}}{\text{فساد}} = \frac{10 \times 30 \times 196}{8 \times 2230} \\ \therefore \text{حجم} &= \text{طول} \times \text{تراشی رقبہ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{196 \times 10 \times 30 \times 196}{2230 \times 8} \\ &= 42533 \text{ مکعب انچ} \\ 150 \text{ پونڈ کا کام ۳ انچ کرنے میں} &= 150 \times 3 = 450 \text{ انچ پونڈ} \\ \therefore 450 &= \frac{42533 \times 3}{2} \end{aligned}$$

$$\frac{450}{42533} = \frac{1}{95.85} \approx \frac{1}{96}$$





دو مختلف اشیاء (مثلاً فولاد اور کنکریٹ یا فولاد اور تانبہ) پر مشتمل ہو جو ایک دوسری سے مضبوط جوڑی گئی ہوں اور اس مرکب سلاخ پر کوئی کھینچ یا دھکیل عمل کرے تو دونوں اشیاء میں فساد مساوی پیدا ہوگا اور چونکہ دونوں اشیاء کے لیے بینگ کے مقیاس مختلف ہونگے اس لیے دونوں اشیاء میں زور مختلف ہونگے۔

فرض کرو کہ ایک شے کا تراشی رقبہ  $B$  اور بینگ کا مقیاس  $E$  ہے اور اس میں زور  $Z$  پیدا ہوتا ہے اور دوسری شے میں ان کی تناظر مقیاس  $E$  ہے،  $B$  ہے،  $Z$  نہیں۔

تب اگر ایک کھینچ یا دھکیل  $Q$  کے تحت اکائی کا فساد لا ہو تو

$$(۱) \dots\dots\dots \frac{Z}{E} = \text{لا}$$

$$(۲) \dots\dots\dots \frac{Z}{E} = \text{لا}$$

$$(۳) \dots\dots\dots Q = BZ + BZ \quad \text{اور}$$

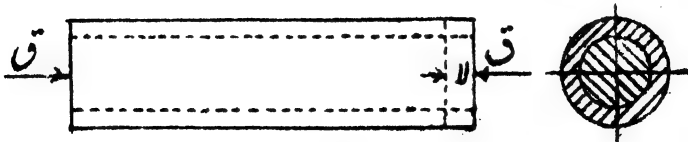
جہاں  $BZ$  اور  $BZ$  دونوں اشیاء پر کے بوجھ ہیں۔

$$(۱) \text{ اور } (۲) \text{ سے } Z = \text{لا} = \frac{QE}{E}$$

$$(۴) \dots\dots\dots Q = Z(B + \frac{BE}{E})$$

$$(۵) \dots\dots\dots \frac{Q}{B(1 + \frac{E}{E})} = Z \quad \text{یا}$$

$$B(1 + \frac{E}{E})$$



مسئلہ ۱۳

اب اگر ایک سلاخ بالکل پہلی شے کی لی جائے جس کا رقبہ جسم ایسا ہو کہ بوجھ ق کے تحت اس میں یہی زور ز پیدا ہو تو

$$Z = \frac{Q}{B}$$

$$(۶) \dots\dots\dots (۱ + \frac{B_1}{B}) B = B \quad یا$$

اس مقدار ب کو "متجانس شے کا معادل رقبہ" کہہ سکتے ہیں اور اس مسئلے کو حال میں محکم کنکریٹ کے استعمال کی وجہ سے بہت زیادہ اہمیت حاصل ہو گئی ہے۔ اس اطلاق سے ہم باب ۵ میں مزید بحث کر چکے۔ عام مسئلے پر واپس آؤ تو

$$(۷) \dots\dots\dots \frac{Q}{B} = Z$$

پہلی شے پر پڑنے والا بوجھ =

$$(۸) \dots\dots\dots \frac{Q}{B} = Z \times B$$

اور دوسری شے پر بوجھ =

$$(۹) \dots\dots\dots \frac{Q}{B} = Z \times B$$

چونکہ یہ مساوی نہیں اس لیے دونوں اشیاء میں اضافی حرکت کا میلنا ہوگا جس کی مزاحمت چپک کی قوت کرے گی۔  
یہ  $Z \times B$  -  $Z \times B$  کے مساوی ہوگی یعنی

$$\begin{aligned} & \frac{\text{ق}}{\text{بے} + \text{بے}} - \frac{\text{ق}}{\text{بے} + \text{بے}} = \\ & \frac{\text{ق}}{\text{بے}} - \frac{\text{ق}}{\text{بے}} = \\ & \frac{\text{ق} \times \text{بے}}{\text{بے} + \text{بے}} - \frac{\text{ق} \times \text{بے}}{\text{بے} + \text{بے}} = \\ & \frac{\text{ق} (\text{بے} - \text{بے})}{\text{بے} + \text{بے}} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{ق} (1 - \frac{\text{بے}}{\text{بے}}) = \\ & \text{ق} + \frac{\text{بے}}{\text{بے}} \end{aligned}$$

اس کے متعلق مثال کے لیے حکم کنکریٹ کا باب دیکھو۔

یہاں ایک جدول منسلک ہے جس میں متعدد اشیاء کے تعمیر کے لچک کے خواص درج ہیں۔ اس جدول کو استعمال کرتے وقت یہ خیال رہے کہ بہت سی اشیاء کے خواص ان کی ترکیب پر منحصر ہوتے ہیں اور ترکیب کے بدلنے سے بڑی حد تک بدل جاتے ہیں۔ اس لیے اس جدول میں دیے ہوئے اعداد کو اسی صورت میں استعمال کیا جائے جب کہ کسی زیر بحث شے کی بطور خود آزمائش کر لینا ممکن نہ ہو۔

# اشیاء کے لچک کے خواص

(نوٹ۔ اشیاء کے زور وغیرہ ٹن فی مربع انچ میں اور ب کے پونڈ فی مربع انچ میں ہیں)

لچک کی حد	لچک کا مقیاس		شکستی زور			وزن ٹن فی مربع انچ	شے
	س	ے	جز	کچلاؤ	تساؤ		
۲۰ تا ۱۵	۵۲۰۰	۱۳۴۰۰	۲۵ تا ۲۰	-	۳۳ تا ۲۸	۲۹۰	نرم فولاد
۱۶ تا ۱۰	۵۰۰۰	۱۲۵۰۰	۱۹ تا ۱۶	۲۲ تا ۱۶	۲۵ تا ۲۰	۳۸۰	پٹھان لوہا
-	۴۰۰ تا ۲۵۰۰	۸۰۰۰ تا ۵۰۰۰	۱۳ تا ۶	۶۵ تا ۲۵	۱۵ تا ۵	۴۰۰ تا ۳۴۰	ڈھلا لاہا
۸ تا ۳	-	۷۰۰۰	۱۲ تا ۱۱	۲۵ تا ۲۰	۱۵ تا ۱۲	۵۴۰	تانبہ
۷ تا ۵	-	۵۰۰۰	۱۲ تا ۹	۲۰ تا ۲۵	-	-	توپ دھات
-	-	۶۰۰۰	-	-	۱۲ تا ۱۰	۵۳۰ تا ۵۲۰	پتیل
-	-	۱۲۰۰ تا ۳۰۰۰	۲ تا ۱/۴	۶ تا ۱	۷ تا ۱	۶۰ تا ۳۰	چوبینہ
-	-	-	-	۸۰۰ تا ۵۰۰	۷۰۰ تا ۵۰۰	۹۰	پورٹ لینڈ سینٹ
-	-	۶۰۰ تا ۲۰۰	۳۰۰	۹۰۰ تا ۲۴۰۰	-	۱۵۰	بحری ٹکڑی (۳:۲:۱)
-	-	۶۰۰ تا ۵۰۰	۲۰۰	۳۰۰ تا ۱۸۰۰	-	۱۴۰	بحری ٹکڑی (۴:۳:۱)
-	-	-	-	۵۰۰	-	-	جلے کوئے کا ٹکڑی
-	-	-	-	۱۸۰۰ تا ۱۲۰۰	-	۱۱۵	اینٹ (نزدن لٹک)
-	-	-	-	۷۵۰۰	-	۱۲۰	اسٹافورڈ شائر ٹیل
-	-	-	-	۱۵۰۰ تا ۵۰۰	-	۱۵۰ تا ۱۰۰	سیمیٹی خشت کاری
-	-	-	-	۸۰۰ تا ۴۰۰	-	۱۲۵	پورٹ لینڈ پتھر
-	-	-	-	۱۰۰۰ تا ۵۰۰	-	۱۴۵ تا ۱۳۵	ریشیلا پتھر
-	-	-	-	۲۵۰۰ تا ۱۵۰۰	-	۱۷۰	گرینٹائٹ

# باب

## ۱. تجویز کے اصول۔ کامی زور و غیرہ۔ ہوا کا دباؤ

تجویز کا علمی پہلو۔ — ایک امریکن نے اپنی قوم کے نقطہ نظر کے مطابق انجینیر کی کیا اچھی تعریف کی ہے کہ "انجینیر وہ شخص ہے جو ایک ڈالر کے خرچ سے وہ کام کرے جو کوئی بھی نادان دو ڈالر میں کر سکے"۔ اگرچہ فن انجینیری کی یہ تعریف بہت مادی ہے اور جالیاتی نقطہ نظر سے بہت پست معلوم ہوتی ہے لیکن یہ یاد رہے کہ سب میں زیادہ سائنٹفک تعمیر وہی ہے جو کم ترین لاگت کی شرط کو پورا کرے اب لوگوں کو عادت ہو گئی ہے کہ قدیم زمانے کی حیرت انگیز تعمیرات کو دیکھ کر کہتے ہیں کہ ایسی تعمیریں اس زمانے میں نہیں بنائی جاسکتیں۔ یہ صحیح ہے لیکن اس کی وجہ یہ نہیں کہ ہم میں وہ ہنرمندی باقی نہیں رہی بلکہ ہم اب اتنا صرف برداشت نہیں کر سکتے۔

در اصل فن تجویز کے نظریے اور عمل میں باہم کوئی لاگ نہیں۔ دونوں ضروری چیزیں ہیں اور دونوں ایک دوسرے کے محتاج ہیں۔ نظریہ تعمیر میں یہ بتایا جائیگا کہ کفایت کے نقطہ نظر سے بہترین تجویز کون سی ہے۔ بہترین طور پر تجویز کی ہوئی تعمیر وہ ہے جو تمام مقامات پر یعنی تراشوں پر ایک ہی وقت میں جواب دے، یا بالفاظ دیگر جس کے مختلف حصے اس طرح تجویز کیے گئے ہوں کہ ان میں زور مساوی ہوں۔ نظریے کا کام بس اتنا ہے۔ اس کے برخلاف عملی تجویز میں یہ دیکھا جاتا ہے کہ آیا نظری تجویز تمام باتوں کا لحاظ کر کے انجام کار درحقیقت ارزاں ترین ہوگی

یا نہیں۔ اس کے لیے کاریگری اور تعمیر کو کھڑا کرنے اور اس کی گنجداشت کی لاگت کے مسئلے پر غور کرنا ہوگا اور ان مسائل کو نظر یے کے ساتھ ملا کر غور کرنے سے ہی حتمی سائنڈفک تجویز حاصل ہوتی ہے۔

تجویز کے نظریے پہلو سے بحث کرتے وقت اس بات کو بھول نہیں جانا چاہیے کہ اگر نظریے کی پابندی کو نا ضروری ہے تو بہترین نظریہ استعمال کرنا چاہیے۔ غرض علمی آدمیوں کی نظر میں نظریے کی وقعت نہ ہونے کی وجہ یہ ہے کہ ان کا نظری علم کافی گہرا نہیں ہوتا۔ ان کو اُن شرائط کا پورا علم نہیں ہوتا جن کا پورا ہونا کسی نظریے کے قابل اطلاق ہونے کے پیشتر ضروری ہے اور اس طرح وہ کوئی ایسا ضابطہ استعمال کر لیتے ہیں جو غالباً زیر تجویز صورت کے لیے بنایا ہی نہیں گیا۔

ایک اور بات یاد رکھنا چاہیے اور وہ یہ ہے کہ تجویز میں جو عملی قاعدے مستعمل ہیں اُن کو محض اس وجہ سے درست نہیں سمجھا جاسکتا کہ جو تعمیریں اُن کی ترو سے بنائی جاتی ہیں وہ اپنا کام بخوبی انجام دیتی ہیں۔ ممکن ہے کہ یہ تعمیریں ضرورت سے زیادہ وزنی اور جسیم اور گراں ہوں۔ نظری تحقیقات میں ہمارا مقصد یہ ہونا چاہیے کہ تجویز کے غیر معین اور مشکوک نکات کو جہاں تک ہو سکے دُور کریں اور صرف اس بات پر قانع نہ ہوں کہ ایسی تعمیر تیار کریں جو کھڑی رہے۔

تجویز کا تجارتی پہلو۔۔۔ اگر لفظ سائنٹفک اپنے صحیح

معنوں میں استعمال کیا گیا ہو تو تجارتی پہلو سے مختلف پہلو سے زیادہ مختلف نہیں ہوتا۔ ہم بعض باتیں ایسی ہیں جو خالص تجارتی پہلو کے اندر آتی ہیں۔ اولاً یہ سوال ہے کہ تعمیر کے مختلف ارکان کی تراشیں کیا اختیار کی گئی ہیں۔ اس کا خیال رکھنا چاہیے کہ جہاں تک ہو سکے ایک ہی تراش اختیار کی جائے اور یہ تراش آسانی سے دستیاب ہو سکنی چاہیے۔ کسی خاص تعمیر کی لاگت محض اس وجہ سے بہت بڑھ جاسکتی ہے کہ ایک ایسی تراش کی تخصیص کی گئی جس کو

خاص طور پر بیلٹا پڑے۔ (اگرچہ کارخانوں کی شائع کردہ فہرستوں میں تراشیں درج رہتی ہیں لیکن یہ ہمیشہ آسانی سے دستیاب نہیں ہو سکتیں)۔ ریوٹ کاری میں بعض اوقات لاگت اس وجہ سے بہت بڑھ جاتی ہے کہ ریوٹوں کی گھائی غیر ضروری طور پر بے قاعدہ رکھی گئی اور اکثر اوقات ایسے نمائشی کلیٹ دار جو تھوڑے کٹے جانے ہیں جن کو سادہ جوڑوں پر کوئی برتری نہیں ہوتی۔ آئندہ ابواب میں جب ہم علیحدہ تجویزوں سے بحث کریں گے تو ان باتوں پر زیادہ تفصیل سے غور کیا جائیگا۔ مجوز کو تجویز میں مخفی خطوط سے جہاں تک ہو سکے احتراز کرنا چاہیے۔ تختیوں کو مخفی کی شکل میں کاٹنے میں بہت صرفہ ہوتا ہے اور عموماً ان سے کوئی فائدہ نہیں ہوتا۔ بعض لوگ یہ کہتے ہیں کہ گولائی دار شکلیں دیکھنے میں زیادہ بھلی معلوم ہوتی ہیں اور بعض لوگ تختی دار گڑروں کی تختیوں پر ڈھلے لوہے کی زیبائشی ٹیلیاں تک لگاتے ہیں۔ لیکن حقیقت یہ ہے کہ فولاد کی کوئی تعمیر حسن کاری کے نقطہ نظر سے خوبصورت نہیں ہوتی اور گولائی دار کلی تختیوں اور زیبائشی ٹیلیوں کے ذریعہ اس کو سجانے کی کوشش اس کو اور زیادہ بد نما بنانا ہے کیونکہ اس سے صرفہ بڑھ جائیگا اور تعمیر پھر بھی حسن کاری کی نظر میں جیسی کی جیسی بد صورت رہیگی۔ مخفی ارکان پر ایک نظری اعتراض بھی ہے اور وہ یہ کہ ایسی سلامتی پر بوجھ خارج المرکز ہوتا ہے جس سے زور بہت بڑھ جاتا ہے۔

اگر عملاً نظریے کے کسی قدر خلاف کرنا پڑے تو حسابات میں اس کا ضرور خیال رہے۔ مثلاً نظری طور پر T تراش میں ریوٹوں کا مرکزی خط تراش کے مرکز ہندسی میں کے خط پر منطبق ہونا چاہیے۔ عملاً یہ ناممکن ہے کیونکہ اس صورت میں ریوٹ (Rivet) کے سر کو بند نہیں کیا جاسکتا۔ اس لیے جن تعمیر وں میں ایسی تراشوں کو بطور بندھن یا داب روک کے استعمال کیا جائے ان کی تجویز کرتے وقت یہ یاد رکھنا چاہیے کہ بوجھ خارج المرکز ہے اور اس کی رعایت ملحوظ رکھنی چاہیے۔

کامی زور اور قدرِ سلامتی — عملاً کامی زور کیا اختیار



کیے جائیں یہ مسئلہ بے حد اہم ہے اور اگر تجویز کو فی الحقیقت مفید بنانا ہو تو کامی زوروں کا صحیح علم اور اندازہ ہونا چاہیے۔

کامی زوروں سے بحث کرتے وقت قدرِ سلامتی کا اکثر نام لیا جاتا ہے۔ اس کی تعریف یہ کی جاسکتی ہے کہ یہ وہ جزوِ ضروری ہے جس سے کامی زور کو ضرب دینے سے ناکارگی کا زور حاصل ہو۔ یہ فقرہ اکثر بغیر سمجھے ہوئے استعمال کیا جاتا ہے۔ اکثر صورتوں میں اس کو ”لا علمی کی رعایت“ کہنا بہتر ہوگا۔ کیونکہ اگر ایک تعمیر کسی قدر سلامتی مثلاً ۴۰ کے ساتھ تجویز کی جائے تو بالعموم اس سے مراد یہ نہیں ہوتی کہ مجوزہ بوجھ کا ۴۰ گنا بوجھ بغیر ناکارگی کے برداشت ہو سکیگا کیونکہ بعض امور ایسے ہوتے ہیں جن کی رعایت تجویز میں نہیں رکھی جاتی۔ لیکن ہمارا مقصد یہ ہونا چاہیے کہ حسابات اس طرح پر کیے جائیں کہ قدرِ سلامتی حقیقی معنوں میں قدرِ سلامتی ہو۔ اور یہ اسی طرح ہو سکتا ہے کہ کامی زور ہوشیاری کے ساتھ انتخاب کیے جائیں اور تجویز کے اندر ممکنہ باتوں کا خیال رکھا جائے۔ فولاد کی تعمیروں میں دستور یہ ہے کہ تناؤ کا کامی زور تناؤ کے شکستی زور کا ایک چوتھائی لیا جاتا ہے اور کہا جاتا ہے کہ قدرِ سلامتی ۴۰ ہے۔ لیکن بہت سے تجویز کرنے والے زندہ یا متغیر بوجھ کی رعایت رکھنا بھول جاتے ہیں۔ نیز قدرِ سلامتی کو شکستی زور کے حوالے سے اختیار کرنے پر بھی ایک اعتراض وارد ہوتا ہے اور وہ یہ ہے کہ کسی تعمیر کی سلامتی کو قرار دینے والی چیز دراصل مسالے کی لچک کی حد ہے۔ اگر زور، لچک کی حد سے زیادہ ہوں تو ناکارگی کا واقعہ ہونا تقریباً یقینی ہے خاص کر فشاری ارکان یا داب روکوں میں۔ پروفیسر آرڈلڈا نے اس نکتے کی طرف مزید توجہ مبذول کرائی ہے۔ اس لیے بہتر ہوگا کہ کامی زور کو لچک کی حد کے حوالے سے اختیار کیا جائے اور فولاد میں لچک کی حد کی ایک اقل قیمت کی تخصیص کی جائے۔ بعض لوگ اس پر جو یہ اعتراض کرتے ہیں کہ لچک کی حد شکستی زور سے ایک بہت زیادہ متغیر مقدار ہے تو یہ واقعہ دراصل اس طریق عمل کی موافقت میں ہے نہ کہ مخالفت میں۔ یہ یقینی ہے کہ لچک کی حد کے باہر کے زور کسی تعمیر کے لیے بھی بہت نقصان رساں

ہوئے ہیں اور اگر یہ حد تغیر ہے تو ہم کو لازم ہے کہ کسی شے کو استعمال کرنے سے پہلے اس کی یہ حد معلوم کر لیں اور کامی زور اس کے مطابق اختیار کریں۔ ہمارا خیال ہے کہ مردہ بوجھ یا اسکوئی کامی زور لچک کی حقیقی حد کے نصف سے بھی زیادہ نہیں ہونا چاہیے۔ تجویز میں ہر حد بوجھوں کے لیے کامی زور اختیار کرنے کے لیے ذیل کی جدول استعمال کی جاسکتی ہے۔

شے	کامی زور			زور کی اکائی
	تھاؤ	فشار	جز	
نم فولاد	۷	۶۴۸	۵	ٹن فی مربع انچ
پٹواں لوہا	۵	۴	۴	"
ڈھلا لوہا	$\frac{1}{4}$	۷	$\frac{1}{4}$	"
شاہ پلوہ	۱۶	۱۳	۵ (ریشوں کے علی التواء)	ہنڈرڈ ویٹ فی مربع انچ
صنوبر زندہ	۱۰	۸	" ۵	"
سینٹ کلکریٹ ۱۲۱۱	—	۶۰۰ (خاؤ) ۵۰۰ (راست)	۶۰	ہنڈ فی مربع انچ
گرینائیٹ	—	۴۰	—	ٹن فی مربع انچ
ریٹلا پتھر	—	۲۵	—	"
یارک پتھر	—	۱۵	—	"
چونا پتھر	—	۲۰	—	"
خشت کاری سینٹی میٹر میں	—	۸	—	"
نیلی خشت کاری معمولی میٹر میں	—	۵	—	"
خشت کاری چونا میٹر میں	—	—	—	"

زندہ یا متغیر بوجھوں کی رعایت — زندہ بوجھوں کی

رعایت کے دو طریقے ہیں جن کی غایت ایک ہی ہے:-

(۱) معادل مردہ بوجھ والا طریقہ۔ اس طریقے میں سکونی زور استعمال کیے جاتے ہیں اور بوجھوں کو ایک طریقے سے بڑھا کر معادل مردہ بوجھ حاصل کیا جاتا ہے۔ اس معادل مردہ بوجھ کو حاصل کرنے کے طریقے حسب ذیل ہیں:-

(۱) معادل مردہ بوجھ = مردہ بوجھ +  $\frac{۲}{۳} \times$  زندہ بوجھ  
اس کو حرکیاتی ضابطہ کہا جاسکتا ہے۔

(۲) معادل مردہ بوجھ

$$= \frac{ن غ + ۱۸ غ + ۲ غ (۱ - \frac{۲}{۳})}{۲}$$

جہاں غ بوجھ کا تغیر ہے اور ۱۸ غ بوجھ ہے۔ ن ایک مستقل ہے جس کی قیمت فولاد کے لیے ۱۵ والی جاسکتی ہے۔ یہ ضابطہ اُس ضابطے سے اخذ کیا گیا ہے جو انون نے دو لوہے کے تجربات کے لیے بنایا ہے۔ فولاد کے لیے معادل مردہ بوجھ حسب ذیل ہوگا:-

$$= \frac{۱۵ غ + ۲۵ غ + ۲ غ (۱ - \frac{۲}{۳})}{۲}$$

اگر تغیر صفر سے اعظم قیمت تک ہو تو غ = د اور تب

$$۲۵ = د$$

(۳) معادل مردہ بوجھ = اعظم بوجھ + تغیر

(ب) متغیر کامی زور والا طریقہ۔ اس طریقے میں

کامی زور کو زندہ اور مردہ بوجھوں کی اضافی قیمتوں کے لحاظ سے بدلا جاتا ہے۔ اس کے زیادہ استعمال طریقے یہ ہیں:-

(۱) لاؤن ہارڈٹ ویراش کا طریقہ۔

$$\text{کامی زور} = \frac{ز}{۱۵۵} \left( ۱ + \frac{\text{اقل بوجھ}}{۲ \times \text{اعظم بوجھ}} \right)$$

جہاں ز سکونی یا مردہ بوجھ کے تحت کا کامی زور ہے۔

(۲) حرکیاتی طریقہ۔

$$\text{کامی زور} = \frac{ز}{۱ + \frac{\text{نندہ بوجھ}}{\text{مجموعی بوجھ}}}$$

جہاں ز سے مراد ادپر کی طرح ہے۔

ایک آسان عددی مثال کے طور پر ایک چھت قینچی کے ایک مرکز پر غور کرو جس میں مردہ بوجھ ۵ ٹن کا تناؤ ہے اور ایک طرف کی ہوا سے ۲ ٹن کا تناؤ اور دوسری طرف کی ہوا سے ۱ ٹن کا فشار پیدا ہوتا ہے۔ ادپر کے مختلف طریقوں سے حسب ذیل نتائج حاصل ہوتے ہیں:—

(۱) (۱) معادل مردہ بوجھ = ۲ × ۲ + ۵ = ۹ ٹن

(۲) 
$$\frac{۳ \times ۱۵۵ + ۹ \times ۲۵۲ + ۴ \times ۱۰}{۲} = ۲۵۲$$

۸۵۲ = ٹن

(۳) ۱۰ = ۳ + ۷ = ٹن

(ب) (۱) کامی زور =  $\frac{ز}{۱۵۵} \left( ۱ + \frac{۴}{۱۳} \right) = \frac{۶}{۷}$

(۲)  $\frac{۶}{۹} = \frac{ز}{۲ + ۱}$

اگر بندھن نرم فولاد کا ہو تو

(ب) (۱) سے کامی زور = ۶ ٹن فی مربع انچ

(۲) ۵۵۴ =

نرم فولاد کی صورت میں بندھن کی تراش کے رقبے میں مربع انچوں کی مطلوبہ تعداد حسب ذیل ہوگی :-

$$(۱) (۱) \quad ۱۶۲۸ = \frac{۹}{۴} \text{ مربع انچ}$$

$$~ (۲) \quad ۱۶۱۴ = \frac{۸۶۲}{۴}$$

$$~ (۳) \quad ۱۶۴۳ = \frac{۱۰}{۴}$$

$$~ (ب) (۱) \quad ۱۶۱۴ = \frac{۹}{۴}$$

$$~ (۲) \quad ۱۶۳۰ = \frac{۹}{۵۵۳}$$

اگر زور کے تیز کو بالکل نظر انداز کر دیا جائے تو مطلوبہ رقبہ

$$۱ = \frac{۲+۵}{۴} = \text{مربع انچ}$$

## ہوا کا دباؤ

ہوا کے دباؤ کا مضمون اپنی نوعیت ہی میں نظریہ تعمیر کا ایک تکلیف دہ حصہ ہے۔ ۱۸۶۹ء میں ٹے (Tay) کے پل کے حادثے تک انجینیروں نے اس مضمون پر زیادہ توجہ نہیں کی تھی اور اگرچہ اس کے بعد سے بہت سی مفید معلومات فراہم کی گئی ہیں لیکن اب بھی ہم کو ایسی تعمیرات پر ہوا کے عمل کا کوئی قطعی علم حاصل نہیں جو اور تعمیرات کے قریب واقع ہوں۔ ہوا کا دباؤ تجربے کے ذریعے تین بڑے طریقوں پر معلوم کیا گیا ہے :-

(۱) ہوا سے ریل کے جوڑے وقتاً فوقتاً الٹ گئے ان کی صورت

میں ہوا کا دباؤ محسوب کیا گیا جو ان کو الٹ دینے کے لیے ضروری تھا۔ اس طرح جو اعظم دباؤ حاصل ہوا وہ تقریباً ۳۰ پونڈ فی مربع فٹ ہے۔

(۲) ہوا کی رفتار یا دپٹا (anemometer) سے ناپی گئی اور اس

سے دباؤ محسوب کیا گیا۔ اس سے لیے اسٹیمپٹن نے ۱۸۵۹ء میں ایک ضابطہ

شائع کیا  $1000 = 1000$  ڈ جہاں ۵ رفتار میل فی گھنٹہ میں ہے اور دباؤ پونڈ فی مربع فٹ میں۔ آج کل سمجھا جاتا ہے کہ اس ضابطے سے دباؤ کی قیمت بہت زیادہ حاصل ہوتی ہے اور نیشنل فزیکل لیباریٹری (یعنی انگلستان کے سرکاری محل طبیعیات) میں جو تجربات کیے گئے ہیں (انسٹیٹیوٹ آف سول انجینئرز کی روداد جلد ۱۵۶) ان سے ضابطہ  $1000 = 1000$  ڈ اخذ کیا گیا ہے۔

(۳) ہوا کے زیر عمل تختیوں پر دباؤ محسوب کیا گیا۔ اس قسم کے بہت سے کارآمد تجربات سر بی۔ بیکر نے فورٹھ کے پل کی تعمیر سے پہلے کیے اور اس کے بعد سے اب تک اعداد و شمار محفوظ رکھے گئے ہیں۔ ذیل کے اعداد سے جو مسٹر ایڈم ہنٹر۔ اے۔ ایم۔ آئی۔ سی۔ ای کے ایک قابل تعریف مقالے سے لیے گئے ہیں (جو نیو انسٹیٹیوٹ آف انجینئرز کا رسالہ جلد ۱۸ نمبر ۱) ان میں سے چند تجربات سے حاصل شدہ اعظم قیمتیں معلوم ہوتی ہیں:-

سنہ	تاریخ	دباؤ پونڈ فی مربع فٹ میں					ہوا کی سمت
		گھومتا ہوئے گچ	چھڑاؤ آتے ہوئے گچ	بڑا آتے ہوئے گچ	بڑے آتے ہوئے گچ	بڑے گچ کا	
		۵۰ مربع فٹ	۵۰ مربع فٹ	۳۰۰ مربع فٹ	۱۵۰ مربع فٹ	۱۵۰ مربع فٹ	
۱۸۸۳	۲۷ اکتوبر	۲۹	۲۳	۱۸	-	-	جنوب مغرب
"	۲۸ "	۲۶	۲۹	۱۹	-	-	"
۱۸۸۵	۲۰ مایچ	۳۰	۲۵	۱۷	-	-	مغرب
"	۳ دسمبر	۲۵	۲۷	۱۹	-	-	"
۱۸۸۶	۳۱ مایچ	۲۶	۳۱	۱۹	۲۸۶۵	۲۲۵۰	جنوب مغرب
"	۳ فروری	۲۶	۳۱	۱۵	-	-	"
۱۸۸۸	۵ جنوری	۲۷	۱۶	۷	-	-	جنوب مشرق
"	۱۷ نومبر	۳۵	۳۱	۲۷	-	-	مغرب
۱۸۸۹	۲ "	۲۷	۳۳	۱۳	-	-	جنوب مغرب
"	۱۹ جنوری	۲۷	۲۸	۱۶	-	-	"
"	۲۱ "	۲۶	۲۸	۱۵	-	-	مغرب
"	۲۵ "	۲۷	۲۳	۱۸	۲۳۶۵	۲۲	مغرب جنوب مغرب
اوسط		۲۷	۲۹	۱۶	-	-	-

پہل کی تعمیر کے بعد سے اعداد و شمار چھوٹے کیجوں سے لیے گئے جن کا رقبہ ۱۵ مربع فٹ تھا اور جو بلند آب لیول سے مختلف بلندیوں پر رکھے گئے تھے۔ ذیل کے اعداد سے درج شدہ اعظم دباؤ معلوم ہوتے ہیں۔ ۲۱.۴ فٹ کی بلندی کے لیے دو خانے ہیں جو پہل کے دونوں سروں کے لیے ہیں۔

دباؤ (پونڈ فی مربع فٹ) مختلف بلندیوں پر					تاریخ	سند
۵.۰ فٹ	۱۶.۳ فٹ	۲۱.۴ فٹ	۲۱.۴ فٹ	۳۷.۸ فٹ		
—	۱۵	۲۵	—	۶۵	۲۶ جنوری	۱۹۰۱
—	۵۰	۵۵	۵۵	۶۰	۲۳ نومبر	"
—	۲۷.۵	۳۱	۳۳	۱۸	۱۳ دسمبر	۱۹۰۲
۱۵	۲۰	۲۵	۲۷.۵	۶۰	۱۰ جنوری	۱۹۰۳
—	۱۹.۵	۲۹	۲۶	۶۵	" ۳۱	"
۲۰	۲۰	۲۵	۲۹	۳۱	۱۸ مارچ	"
۱۰	۲۰	۲۰	۲۲.۵	۵۴	" ۲۱	"
—	۲۰	۳۲	۲۷	۵۲	" ۲۶	۱۹۰۴
—	۲۲.۵	۲۲.۵	۳۲.۵	—	۲۹ دسمبر	"
—	۲۱	۳۰	۲۳	—	۲۱ جنوری	۱۹۰۵
—	۳۲.۵	۳۲.۵	۴۲	۶۰	۱۸ مارچ	"
۱۰	۲۲	۲۰	۲۰	۳۸	۲۸ فروری	"
۱۵	—	—	—	۵۹	۲۶ جنوری	۱۹۰۶
۱۰	۲۰	۲۳.۵	۲۵	۳۰	" ۱۱	"
۱۰	۱۵	۲۵	۲۵	۵۵	۸ فروری	"
۱۳.۵۰	۲۳.۵۰	۲۸.۵۰	۳۰.۵۰	۵۰.۵۰	اوسط	

ان تجربات سے جن میں گیج انتصاباً لگائے گئے تھے حسب ذیل نتائج اخذ کیے جاسکتے ہیں۔

(۱) ہوا کا دباؤ بندی کے ساتھ بڑھتا ہے۔ اس کی توجہ یوں کی جاسکتی ہے کہ زمین، ہوا کو پیچھے گھسیٹتی ہے یعنی رگڑ کا عمل کرتی ہے۔

(۲) چھوٹی سطحوں پر دباؤ بڑی سطحوں سے خاصاً زیادہ ہوتا ہے کیونکہ ہوا مقامی بھونکوں کا عمل کرتی ہے۔ اوپر کے تجربوں میں گھومتا گیج ہمیشہ ہوا کے رخ رکھا گیا اور ثابت صحیح مشرق اور مغرب کے رخ رکھے گئے۔ ان اعداد سے یہ نتیجہ اخذ کیا جاسکتا ہے کہ کسی بڑے رقبہ پر اوسط دباؤ اُس دباؤ کا تقریباً دو تہائی ہوگا جو اس نواح کے بادپیم (Anemometer) کے اندراجات سے حاصل ہو۔

(۳) کوئی چھوٹا رقبہ ایک بڑے رقبے سے گھرا ہوا ہو تو اس پر دباؤ ایک علیحدہ چھوٹے رقبے کے مقابلے میں کم ہوتا ہے لیکن یہ فرق بہت زیادہ نہیں ہوتا۔ اس سے معلوم ہوتا ہے کہ کناروں کا اثر کچھ زیادہ قابل لحاظ نہیں۔

چونکہ بڑے رقبوں پر دباؤ ۳۰ پونڈ فی مربع فٹ سے شاذ و نادر ہی زیادہ ہوتا ہے اس لیے مسٹر ہنٹر نے مذکورہ بالا پرچے میں خیال ظاہر کیا ہے کہ عملاً تجویز کو ۳۰ پونڈ فی مربع فٹ پر مبنی رکھنا کافی ہے۔

یہ خیال بہت معقول معلوم ہوتا ہے بشرطیکہ زوروں کے حساب میں ہوا کے دباؤ کو زندہ بوجھ سمجھا جائے۔

مختلف ماہرین فن اور مختلف ضوابط ۳۰، ۴۰، ۵۰ اور ۵۶ پونڈ فی مربع فٹ کے دباؤ اختیار کرتے ہیں اور جب یہ بڑی قیمتیں اختیار کی جائیں اس وقت ہوا کے دباؤ کو مردہ بوجھ سمجھا جاسکتا ہے۔

ہوا کے دباؤ کی سمت اور مائل سطحوں پر دباؤ — ہوا کے دباؤ کو ہمیشہ اس کی زیر عمل سطح پر عمود وار سمجھا جاتا ہے۔



اگر سطح انتصابی نہ ہو بلکہ انتصابی سمت سے کوئی زاویہ بنائے تو اس پر ہوا کا دباؤ انتصابی سطح پر کے دباؤ کی رقوم میں معلوم کیا جاتا ہے۔ فرض کرو کہ سطح افقی سطح سے زاویہ  $\theta$  بنا رہی ہے اور انتصابی سطح پر دباؤ  $\chi$  ہوتا ہے۔ تب  $\theta$  کے تجربات پر جو ضابطہ مبنی ہے اس کی رُو سے

$$\chi = \chi_0 \cos \theta \quad \text{جب } \theta = 0^\circ \text{ یا } 180^\circ$$

اور دو شملین کے ضابطہ کی رُو سے

$$\chi = \chi_0 \cos \theta \quad \text{جب } \theta = 0^\circ \text{ یا } 180^\circ$$

پروفیسر کارل پیرسن نے ایک بہت آسان قاعدہ تجویز کیا

ہے جو یہ ہے کہ  $\chi$  کو  $\chi_0$  پونڈ فی مربع فٹ لیا جائے اور  $\chi$  کی قیمت  $\theta = 0^\circ$  تک اتنے پونڈ فی مربع فٹ لی جائے جتنے کہ  $\theta$  میں درجوں کی تعداد ہے اور  $\theta = 0^\circ$  سے اوپر  $\chi$  کی قیمت  $\theta$  پونڈ فی مربع فٹ لی جائے۔

اس قاعدے کو عام جملے کی شکل میں یوں بیان کر سکتے ہیں کہ  $\theta = 0^\circ$

$$\chi = \chi_0 \cos \theta \quad \text{اور اس کے آگے } \chi = \chi_0 \cos \theta$$

اگرچہ اس بات کا لحاظ کرتے کہ ہوا کے دباؤ کے تجربات بہت نازک اور صحیح نہیں ہوتے  $\theta$  کا ضابطہ بہت پیچیدہ معلوم ہوتا ہے لیکن زیادہ تر اسی کو اختیار کیا گیا ہے اس لیے ہم اس کے ساتھ استعمال کرنے کے لیے ذیل کی جدول یہاں دیتے ہیں۔ اس جدول میں جو کسریں دی گئی ہیں ان سے  $\chi$  کو ضرب دینے سے  $\chi_0$  حاصل ہوگا۔

Hutton ۱۰

Duchemin ۱۰

Prof. Karl Pearson ۱۰

ط	۵	۱	۲	فصل ۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
-	۱۱۲۵	۱۲۴	۱۴۵	۱۵۹	۱۷۶	۱۸۳	۱۹۵	۱۰۰	۱۰۱	۱۰۰

ستونوں اور دو دکشوں پر ہوا کا دباؤ — مربع تراش کے  
ستونوں اور دو دکشوں پر ہوا کے مجموعی دباؤ کو مرکز ہندی پر عمل کرتا ہوا فرض  
کیا جاسکتا ہے اور اس کی مقدار جس  $\times$  ب لی جاسکتی ہے جہاں ب  
انتصابی تراش کا رقبہ ہے۔

دور تراشوں کے لیے دباؤ = ۱۵ جس  $\times$  ب  
مردس (شش پہلو) = ۳۶۵ جس  $\times$  ب  
مٹمن (مشت پہلو) = ۱۶۵ جس  $\times$  ب

### چھتوں پر ہوا کا دباؤ (اسٹیلنٹن کے تجربات)

چند کارآمد تجربات سے جوڈاکٹر اسٹیلنٹن نے انگلستان کے قومی محل طبیعیات  
(نیشنل فزیکل لیبارٹری) میں چھتوں پر ہوا کے دباؤ کے متعلق کیے ہیں  
ثابت ہوتا ہے کہ بعض صورتوں میں چھت کی بادبشت جانب ایک  
جس دباؤ ہوتا ہے جس سے چھت کے مختلف ارکان کے زوروں میں قابل لحاظ  
فرق واقع ہوتا ہے۔ چھتوں کے حسابات میں بہت کم مجوزوں نے اس بات کا  
لحاظ رکھا ہے لیکن یہ مسئلہ خاصا اہم ہے اور یا تو ان تجربات کے نتائج کی  
تردید ہونا چاہیے یا تجویز میں ان کا خیال رکھا جانا چاہیے۔

ان تجربات میں چھت کے نمونے ایک فولادی شہ کروی پر مشتمل  
تھے اور چھت کے زاویہ کو ۳۰ سے ۶۰ تک بدل سکنے کا انتظام رکھا گیا تھا۔  
شہ کروی پر مہاگنی کے تختے ۸ فٹ  $\times$  ۷ فٹ کے تھے۔  
حسب ذیل نتائج حاصل ہوئے:-

۱۔ چھت قیچیوں کے لیے یہی گھائی عام طور پر مستعمل ہے یعنی ارتفاع = فصل

دباؤ فی مربع فٹ $20 = 1$ میل فی گھنٹہ کے لیے		میٹان
بادِ پشت	بادِ رخ	
$15 +$ $0$ $16 -$	$135 +$ $113 +$ $61 +$	$90$ $5$ $30$
<p>چھتوں پر ہوا کے دباؤ کے متعلق ذیل کے نتائج اخذ ہوئے جن سے تجویز کے قواعد بنانے چاہئیں: —</p> <p>ضابطہ</p> <p><math>D = K \cdot V^2</math></p> <p>جس میں</p> <p><math>D</math> = دباؤ پونڈ فی مربع فٹ میں</p> <p><math>V</math> = رفتار میل فی گھنٹہ میں</p> <p><math>K</math> کی قیمتیں یہ ہونگی: —</p> <p>(۱) ہوا ستونوں کے درمیان سے گزرتی ہوئی —</p>		
ک کی قیمت		بادِ رخ بادِ پشت
$30$	$45$	
$0.015$ صفر	$0.028$ صفر	
		$0.034$ صفر

## (ب) غارت کے اندر دباؤ ممکن —

ک کی قیمت			
۳۰	۴۵	۶۰	
۵۰۰۱۵ +	۵۰۰۲۸ +	۵۰۰۳۴ +	باورِ مخ
۵۰۰۲۲ -	—	۵۰۰۳۲ -	بادِ شیت

ہوا کے دباؤ کے متعلق اور جو بیان لکھا گیا ہے اس سے اس کتاب کے پڑھنے والوں کو کافی معلومات ہو گئی ہوں گی کہ تجویز میں ہوا کا دباؤ فی مربع فٹ کیا اختیار کیا جائے۔ ہوا کے دباؤ سے جو زور پیدا ہوتے ہیں ان کو محسوب کرنے کا طریقہ ہم آگے چل کر بتائینگے خاص کر چھت قلیچیوں کے ہوا کے زور زیادہ تفصیل کے ساتھ دماغ پنجہ دار تعمیروں والے باب میں بیان کیے جائینگے۔ اسٹینڈنٹ کے ہوا کے دباؤ کے تجربات کے لیے دیکھو ضمیمہ صفحہ .....

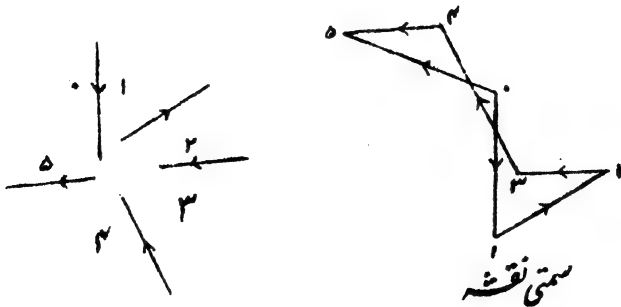


# باب ۳

## قوتیں، رقبے، اور معیار

قوتوں کے نظام کے حاصل کی ترسیمی بحث

قوتیں گردشہ مقدار ہیں، یعنی وہ مقدار، سمت، اور محل میں خطوط مستقیم سے تعبیر کی جاسکتی ہیں۔ اس طرح ”سمتی جمع کے قانون“ سے جو یہ ہے کہ سمتی مقداروں کی (یعنی اُن کی جن کی مقدار اور سمت ہو لیکن محل نہ ہو) کسی تعداد کا حاصل جمع یا حاصل اس طرح حاصل ہو سکتا ہے کہ اُن کو یکے بعد دیگرے سرے سے سر اُٹا کر رکھا جائے، سمت وہی رکھی جائے اور اُن کے تیردوں کے سرے



شکل ۱۱۔ سمتی کثیر الاضلاع کی ممانعت

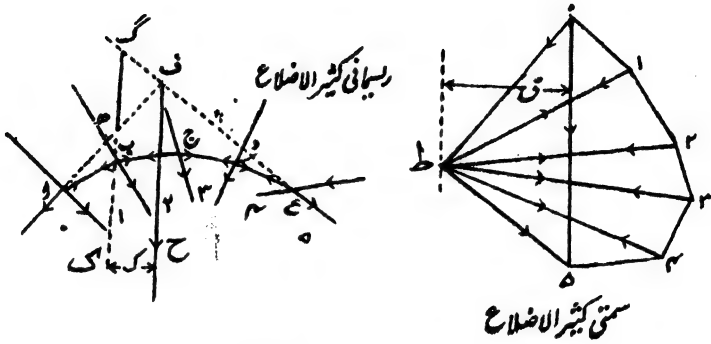
مسلل سمتوں میں ہوں۔ اخیر میں وہ خط جو پہلے سمتی کے شروع کے سرے سے آخری سمتی کے آخری سرے تک کھینچا جائے سمتی حاصل جمع کہلاتا ہے۔ اس قانون سے قوتوں کی کسی تعداد کے حاصل کی مقدار اور سمت حاصل ہو سکتی ہے لیکن ضروری نہیں کہ محل حاصل ہو۔

سمتی مقداروں کی بحث میں "بو کی ترقیم" بہت کارآمد ہے وہ یہ ہے کہ سمتیوں کے درمیان کی جگہوں کو حروف یا اعداد سے تعبیر کیا جائے اور اس طرح کوئی سمتی اُن دو جگہوں کے حروف یا اعداد سے تعبیر ہو گا جن کے درمیان یہ واقع ہے۔ مثلاً فرض کرو کہ (۱۰)، (۲۱)، (۳۲)، (۴۳)، (۵۴) (شکل ۱۵) چند قوتیں ایک سمتی میں ہیں۔ کسی موزوں پیمانے پر ایک سمتی نقشے میں ایک خط ۱۰ کھینچو جو قوت ۱۰ کو مقدار اور سمت میں تعبیر کرے۔ پھر اسے ۲۱ کھینچو جو قوت ۲۱ کو مقدار اور سمت میں تعبیر کرے اور اسی طرح یہاں تک کہ آخری قوت (۵۴) کھینچ لی جائے۔ تب سمتی نقشے کے پہلے نقطے کو آخری نقطے سے یعنی ۵۴ سے ملانے والا خط ۵۴ قوتوں کے حاصل کی مقدار اور سمت کو ظاہر کرے گا۔ خط ۵۴ کو سمتی کثیر الاضلاع کا اختتامی خط کہا جاتا ہے۔ اب اگر دی ہوئی قوتیں متبادل میں ہوں تو ظاہر ہے کہ اُن کا حاصل کچھ نہیں ہوگا۔ اس طرح متبادل قوتوں کے سمتی کثیر الاضلاع کا پہلا نقطہ اور آخری نقطہ ایک دوسرے پر منطبق ہوتے چاہئیں۔

چندوی ہوئی قوتوں کا جب حاصل معلوم کرنا ہو تو بالعموم حاصل کی مقدار اور سمت کے علاوہ اُس کا محل بھی مطلوب ہوتا ہے، اور سوائے اس صورت کے کہ تمام قوتیں ایک ہی نقطے میں سے گزریں جس صورت میں حاصل بھی اسی نقطے میں سے گزرے گا بالعموم محل کے لیے کوئی اور عمل اختیار کرنا پڑے گا۔ یہ عمل "ریسمانی اور سمتی کثیر الاضلاع" کے نام سے مشہور ہے اور حسب ذیل ہے:—

فرض کرو کہ (۱۰)، (۲۱) وغیرہ (شکل ۱۵) چند قوتیں ہیں جو ضروری نہیں کہ متوالی یا متراکز ہوں۔ کسی موزوں پیمانے پر ایک سمتی نقشے میں ۱۰، ۲۱، وغیرہ

کھینچو۔ تب حسب سابق اختتامی خط ۵۰ سے حاصل کی مقدار اور سمت تبصیر ہوگی۔



شکل ۱۷۔ ریسمانی اور سمتی کثیر الاضلاع کی ساخت

اب کاغذ پر کسی مناسب مقام پر ایک نقطہ ط لو (جو قطب کہلاتا ہے) اور ط سے ۱، ۲، ۳ وغیرہ کو ملاؤ۔ اب پہلی قوت کے خط عمل کو قطع کرتا ہوا کوئی خط ۱ ف متوازی ط کے کھینچو اور فرض کر دو کہ یہ پہلی قوت کے خط عمل کو ۱ پر قطع کرتا ہے۔ جگہ ۱ میں ۱ ب متوازی ط ۱ کے کھینچو، جگہ ۲ میں ب ج متوازی ط ۲ کے، اور علی ہذا یہاں تک کہ آخری کڑی ط ۵ کے متوازی کھینچ جائے۔ (نوٹ۔ خطوط ۱، ۲ ب ج..... وغیرہ کڑیاں کہلاتے ہیں)۔ اب اس آخری کڑی کو خارج کر کے پہلی کڑی سے ف پر ملنے دو۔ تب حاصل ح نقطہ ف میں سے گزرے گا۔ شکل ۱ ب ج د ف کڑیوں کا کثیر الاضلاع یا ریسمانی کثیر الاضلاع کہا جاتا ہے۔

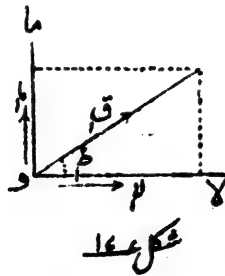
ثبوت۔ سمتی جمع کے قانون کی رو سے سمتی نقشے میں قوت ۱، ۲ اور ط ۱ کے معادل ہے جو خطوط ۱ اور ۲ ب میں عمل کریں۔ قوت ۱، ۲ اور ط ۱ کے معادل ہے جو ب ج میں عمل کریں اور علی ہذا۔ آخری قوت ۳، ۴ قوتوں ۳، ۴ اور ط ۵ کے معادل ہے جو د ع اور ق ع میں عمل کریں۔ اب دیکھو ف ۱ اور ف ع میں عمل کرنے والی قوتوں کے سوا باقی سب ایک دوسری کی تبدیل کر دیتی ہیں اور اس طرح قوتوں کے پورے نظام کا حاصل وہی ہے جو ف ۱ اور ف ع کا ہے اور اس طرح ان کے

نقطہ تعاطف میں سے عمل کر گیا۔

یہ عمل کام نہیں دیکھا اگر پہلی اور آخری کڑی متوازی ہوں۔ اگر یہ صورت ہو تو یا تو (۱) خط ۱۰ پر لیا گیا ہے یا (ب) سمتی کثیر الاضلاع بند ہو جاتا ہے (یعنی۔ اور ہ منطبق ہوتے ہیں) جس صورت میں قوتیں یا تو تعادل میں ہو گئی یا ایک جفت میں تحلیل ہو گئی۔

آگے چل کر خاؤ کے معیار، ہوا کے دباؤ کے لیے زور نقشہ، وغیرہ کے سلسلے میں ہم کو ریسمانی اور سمتی کثیر الاضلاع کا بار بار استعمال کرنا ہو گا۔ لیکن مناسب یہی ہے کہ طلباء اسی مقام پر تختہ نقشہ کشی پر چند مثالیں کر کے اس عمل پر خوب حاوی ہو جائیں۔

**قوتوں کا حاصل علم مثلثی تحلیل سے۔** اگر کوئی قوت کسی حوالے کے خط و لای سے زاویہ  $\alpha$  پر عمل کرے (شکل ۷۱) تو اس قوت کے اجزائے تحلیلی و لای کی سمت میں اور اس کے علی القیام یہ ہونگے:-



شکل ۷۱

$$لا = ق \cos \alpha$$

$$و = ق \sin \alpha$$

اب فرض کرو کہ متعدد قوتیں  $ق_1, ق_2, ق_3, \dots, ق_n$  ہیں جو زاویوں  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$  پر عمل کرتی ہیں۔ تب سمت و لای میں مجموعی جزو تحلیلی

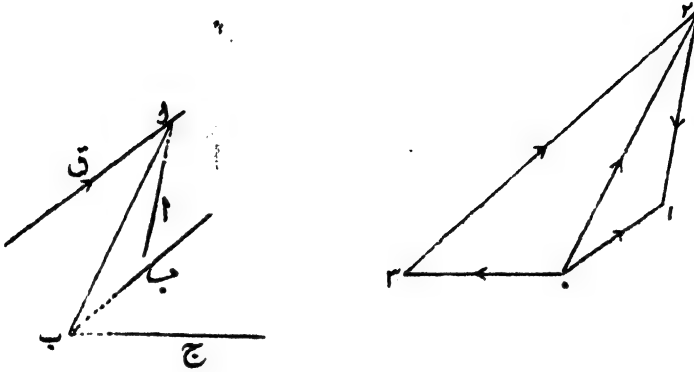
$$لا = ق_1 \cos \alpha_1 + ق_2 \cos \alpha_2 + ق_3 \cos \alpha_3 + \dots + ق_n \cos \alpha_n$$

اس کو آسانی کے لیے یوں لکھا جاتا ہے:-

$$لا = \sum (ق \cos \alpha) \dots \dots \dots (۱)$$



اسی طرح مجموعی جزو تحلیل و ما کی سمت میں  
 ما = ق جب طہ + ق جب طہ + ..... ق جب طہ  
 یا  $\sum_{i=1}^n (ق جب طہ) = \dots\dots\dots (۲)$



شکل ۱۱-۱۔ ایک قوت کی تحلیل تین سمتوں میں

تب اگر حاصل کی مقدار ح ہو اور دلا سے اس کا میلان ع ہو تو

$$ح = \sqrt{ا^2 + ب^2 + ج^2}$$

$$\frac{ما}{ا} = \cos ع$$

اگر تمام قوتیں مترکز نہ ہوں تو اس حاصل کے عمل کے لیے حسب سابق کوئی اور عمل کرنا ہوگا۔ موجودہ صورت میں اس کے لیے سیاروں کا اصول اختیار کیا جاتا ہے جس سے ہم آگے چل کر بحث کریں گے۔

ایک قوت کی تحلیل تین غیر مترکز سمتوں میں — ایک قوت ق کو تین سمتوں 'ا'، 'ب'، 'ج' میں اس طرح تحلیل کیا جاسکتا ہے۔

میتوں میں سے ایک خط مثلاً ۱ کو خارج کر کے قوت کے خط عمل سے نقطہ ۱ پر ملنے دو (شکل ۱۷) اور باقی دو سمتوں کو خارج کر کے باہم ب پر ملنے دو۔ ایک خط ۱، کھینچو جو قوت ق کو تعبیر کرے اور ۲، ۱ اور ۲، ۰ علی الترتیب سمت ۱ اور خط ۱ ب کے متوازی کھینچو۔ پھر ۲، ۰ کو باقی دو سمتوں میں سے کسی ایک مثلاً ج کے متوازی کھینچو اور ۲، ۲ کو باقی سمت ب کے متوازی۔ تب (۲، ۱) (۲، ۲) (۳، ۲) اور (۰، ۳) ان تین سمتوں میں مطلوبہ اجزائے تحلیل ہو گئے۔

### رقبوں کی پیمائش — (۱) ریاضیاتی طریقہ — اگر

ف (لا) ایک تفاعل لا کا ہو اور اس تفاعل کی ترسیم کھینچی جائے تو ترسیم محور لا کے درمیان رقبہ یہ ہوگا: —

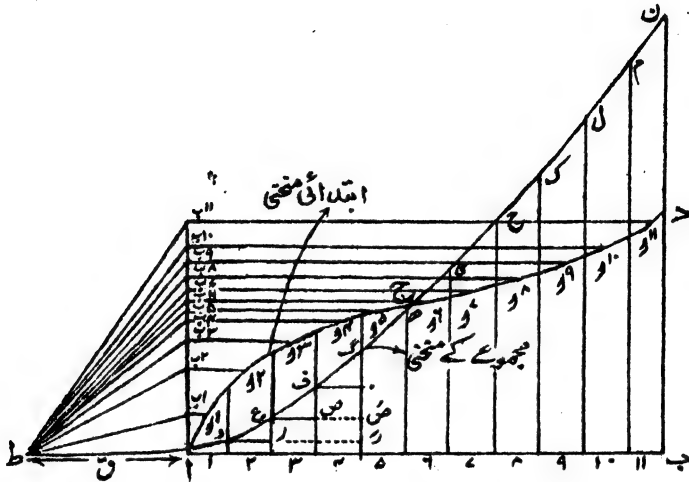
ب =  $\frac{1}{2} \text{ ف (لا) فرلا}$

علماء اگر منحنی کی مساوات سادہ شکل میں نہ حاصل ہو سکے یا مکمل نہ کیا جاسکے تو یہ طریقہ ناقابل عمل ہوگا۔ اور چونکہ علماء ایسا اکثر ہوگا اس لیے سطح پیمائش سے یا ذیل کے طریقے سے کام لینا ہوگا: —

(ب) تدریجی طریقہ — اگر ایک منحنی ایک افقی قاعدے پر کھینچا جائے اور ایک دوسرا منحنی ایسا کھینچا جائے جس کا معین کسی نقطے پر اس نقطے تک پہلے منحنی کے رقبے کو تعبیر کرے تو دوسرا منحنی پہلے منحنی کا حاصل جمع منحنی یا مکملی منحنی کہلاتا ہے اور پہلے منحنی کو ابتدائی منحنی کہتے ہیں۔

حاصل جمع منحنی تدریجاً اس طرح حاصل ہو سکتا ہے: فرض کرو کہ ج ۱ > (شکل ۱۸) کوئی ابتدائی منحنی ایک مستقیم قاعدے ۱ ب پر ہے۔ ۱ ب کو چند حصوں میں تقسیم کرو جو ضروری نہیں کہ مساوی ہوں (لیکن عمل کی آسانی کے لیے ان کو عموماً مساوی لیا جاتا ہے)۔ قاعدے کے ان حصوں کو اتنا چھوٹا ہونا چاہیے کہ ان کے اوپر منحنی کا جو دور ہے اس کو

ایک خطِ مستقیم سمجھا جا سکے۔ تقریباً اسر یا ۴ پانچ عموماً موزوں ہوگا اور اکثر صورتوں



شکل ۱۸۔ مجموعہ کے منحنی کی ساخت

میں آخر میں ان سے چھوٹا ایک حصہ (حصہ ۱۱) بچے گا۔ ان حصوں کے وسطی نقاط ۱، ۲، ۳، وغیرہ، معلوم کرو اور فرض کرو کہ ان میں سے انتصابی خط منحنی کو ۱، ۲، ۳، وغیرہ پر ملے ہیں۔ اب ان نقاط کا ایک انتصابی خط ا، ب، ج، د، ه، و، ز، ح، ط، ق، ک، ل، م، ن، پر ملے گا۔ ان نقاط کو اب منحنی پر کے ایک قطب ط سے ملاؤ جو ا سے ایک مناسب فاصلہ ق پر ہو۔ اب حصہ ۱ میں ا د متوازی ط ا ب کے کھینچو، حصہ ۲ میں د ع متوازی ط ب کے، اور علیٰ ہذا، یہاں تک کہ نقطہ ن حاصل ہو۔ تب منحنی ا د ع..... ن دیے ہوئے منحنی کا حاصل جمع منحنی ہوگا اور ب ن کسی پیمانے پر پورے منحنی کے رقبے کو تعبیر کرے گا۔

ثبوت۔ کسی ایک حصے مثلاً ۲ پر غور کرو اور ف و افقاً کھینچو۔  
اب مثلث ف، گ، و، مثلث ط، م، ب، ا کے مشابہ ہوگا

$$\frac{گ و}{ف و} = \frac{م ب}{ط ا}$$

∴

کسی } قوت (ق)  
کمیت (ک)  
رقبہ (ب)  
حجم (ح)

اس کا جو فاصلہ رہو اس سے ضرب دینے سے جو چیز حاصل

ہو وہ اس } قوت  
کمیت  
رقبہ  
حجم

کا پھلا معیار دیے ہوئے نقطے یا محور کے گرد ہے۔

عام طور پر اس کو صرف معیار کہتے ہیں۔

قوت کی صورت میں معیار دیے ہوئے نقطے یا محور کے گرد گھومنے کے تعاضے کا پیمانہ ہے۔ اور اس معیار کو علامت مثبت یا منفی اس لحاظ سے دی جاتی ہے کہ یہ گردش کس سمت میں واقع ہونا چاہتی ہے۔ عموماً موافق سمت ساعت سمت کو مثبت اور مخالف سمت ساعت سمت کو منفی سمجھا جاتا ہے۔ اب اگر کوئی استوار جسم قوتوں کے کسی دیے ہوئے نظام کے تحت تعادل میں ہو تو اس میں کسی نقطے یا محور کے گرد گھومنے کا اقتضا نہیں ہوگا۔ اس طرح یہ بنیادی قاعدہ حاصل ہوتا ہے :-

کوئی جسم تعادل میں ہو تو اس پر عمل کرنے والی تمام قوتوں کے معیاروں کا جبری مجموعہ کسی نقطے یا محور کے گرد صفر ہوگا۔  
ذیل کی عددی مثالوں سے اس مسئلہ کے دو اطلاق نظریہ تعمیر پر واضح ہونگے۔ کتاب میں اور کئی مثالیں آئینگی اور جو اس مضمون سے ناواقف ہوں وہ ان سوالات کو حل کریں جو کتاب کے آخر میں دیے گئے ہیں۔

مثال ۱۔ ہر نقطہ فصل کے ایک آزادانہ سہارے ہوئے

شہتیر پر  $\frac{1}{4}$  ٹن،  $\frac{1}{4}$  ٹن،  $\frac{1}{4}$  ٹن اور  $\frac{1}{4}$  ٹن کے بوجھ شکل ۲ میں دکھائے ہوئے فاصلوں پر عمل کرتے ہیں۔ سردوں کے رد عمل سے اور سب معلوم کر دو۔

شہتیر بوجھوں اور رد عملوں کے تحت تعادل میں ہے۔ اس لیے قوتوں کا سمتی مجموعہ صفر ہوگا۔ متوازی قوتوں کی صورت میں سمتی مجموعہ جبری مجموعے کے مساوی ہوتا ہے۔

$$\therefore S + S_1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + 1 + 2 = 3.5 \text{ ٹن}$$

سب معلوم کرنے کے لیے ج کے گرد معیار لوجس سے سب کا معیار ساقل

ہو جائیگا۔ اور

$$\text{و کا معیار} = \frac{1}{4} \times 16 = 4 \text{ ٹن}$$

$$\text{"} = \frac{1}{4} \times 13 = 3.25 \text{ ٹن}$$

$$\text{"} = 6 \times 1 = 6 \text{ ٹن}$$

$$\text{"} = 2 \times 2 = 4 \text{ ٹن}$$

$$\therefore \text{وزنوں کا مجموعی معیار} = 24.5$$

یہ مخالف سمتِ ساعت معیار ہے اور موافق سمتِ ساعت معیار سب  $\times 20$  کے مساوی ہونا چاہیے۔

$$\therefore 20 \times S = 24.5$$

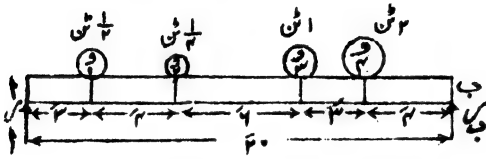
$$\therefore S = \frac{24.5}{20} = 1.225 \text{ ٹن}$$

$$\text{یا کہو } 1.225 \text{ ٹن}$$

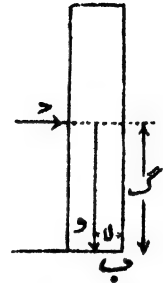
$$\therefore S_1 = 3.5 - 1.225 = 2.275$$

$$= 2.275 \text{ ٹن}$$

حساب کی صحت کی جانچ اس طرح ہو سکتی ہے کہ ا کے گرد معیار لے کر سب معلوم کیا جائے۔



شکل ۲۰



شکل ۲۱

مثال ۲- ایک دیوار کا وزن جو ۱۸ انچ موٹی اور ۸ فٹ اونچی ہے، ۱۰ ٹن ہے۔ معلوم کرو کہ دیوار کو الٹ دینے کے لیے دیوار کے مرکز پر ہوا کا کتنا دباؤ ضروری ہے (شکل ۲۱)۔  
نقطہ ب کے گرد معیار لینے سے (شکل ۲۱) ہوا کی وجہ سے معیار جو موافق سمت سا ہے ۵ گ ہوگا اور دیوار کے وزن کی وجہ سے معیار جو مخالف سمت ساعت ہے ۹ گ لا ہوگا۔ دیوار جب عین اُلٹنے کو ہو تو یہ مساوی ہوں گے۔

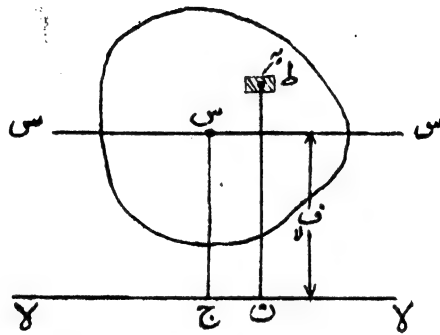
$$۵ \times ۱۰ = ۹ \times ۵$$

$$\frac{۹ \times ۱۰}{۱۲} = ۵$$

$$۱۳۸۶۵ = \frac{۹ \times ۱۰}{۱۲ \times ۲} = ۵$$

کسی نقطے کے گرد چند دی ہوئی قوتوں کے پہلے معیار کی ترتیبی دریافت — یہ ریسانی اور سمتی کثیر الاضلاع والے عمل کے ذریعے حاصل کیا جاتا ہے (دیکھو شکل ۱۶)۔  
فرض کرو کہ قوتوں کے دیے ہوئے نظام کا معیار نقطہ ص کے گرد

مطلوب ہے۔ ص میں سے ایک خط حاصل ح کے متوازی کھینچو جو پہلی اور آخری مخروطی کرہوں کو ھ اور گ پر قطع کرے۔ تب اگر سمتی نقشے میں نقطہ ط خط ۵۶۰ سے عمودی یا قطبی فاصلہ ق پر ہوتو ص کے گرد قوتوں کے نظام کا معیار گ ھ  $\times$  ق ہوگا جس میں گ ھ کو مکانی چپا نے پر اور ق کو قوتوں کے پٹا نے پر پڑھنا ہوگا۔



شکل ۲۲۔ رقبہ کا پہلا معیار

ثبوت :- مثلثات ف گ ھ اور ط ھ ۵۶۰ مشابہ ہیں۔

$$\frac{\text{گ ھ}}{\text{ق}} = \frac{۵۶۰}{\text{ح}}$$

$$\therefore \text{ق} \times \text{گ ھ} = ۵۶۰ \times \text{ص}$$

$$\text{لیکن } ۵۶۰ = \text{حاصل ح}$$

$$\text{اور } \text{ص} = \text{ح کا فاصلہ ص سے}$$

$$\therefore ۵۶۰ \times \text{ص} = \text{قوتوں کے نظام کا معیار ص کے گرد}$$

$$\therefore \text{ق} \times \text{گ ھ} = \text{قوتوں کے نظام کا معیار ص کے گرد}$$

کسی رقبہ کا پہلا معیار — فرض کرو کہ کسی شکل کے اندر

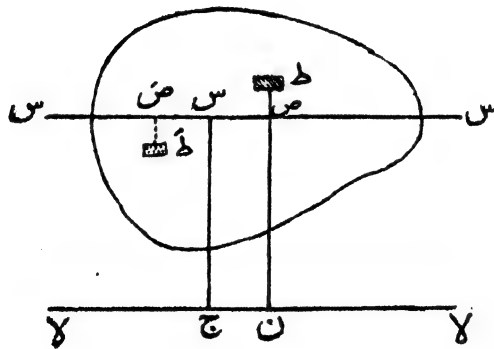
ایک چھوٹا سا رقبہ بہ نقطہ ط پر واقع ہے (شکل ۱۲۷) اور فرض کرو کہ لا لا کوئی خط مستقیم یا محور ہے۔ تب اگر ط ن علی القواہم کھینچا گیا ہو لا لا کے، تو بہ  $\times$  ط ن اس چھوٹے رقبہ کا پہلا معیار دے دے ہوئے خط کے گرد ہوگا۔ اب اگر پوری شکل بہ جیسے چھوٹے چھوٹے رقبوں میں تقسیم کی جائے اور ہر ایک ٹکڑے کا معیار لا لا کے گرد لیا جائے اور ان سب معیاروں کو جمع کیا جائے تو یہ حاصل مجموعہ سر رقبہ کا پہلا معیار ہوگا۔

∴ پورے رقبے کا پہلا معیار بہ  $\times$  ط ن جیسی مقداروں کا حاصل جمع ہے۔ اس کو جبری طور پر یوں لکھتے ہیں :-

$$\text{پورے رقبے کا پہلا معیار} = \sum (\text{بہ} \times \text{ط ن}) -$$

کسی رقبے کا مرکز ہندسی یا پہلے معیار کا مرکز وہ نقطہ ہے

جس پر پورے رقبے کو مرکز سمجھنے سے کسی خط کے گرد اس رقبے کا وہی معیار حاصل ہو جو اصلی رقبے کا پہلا معیار اس خط کے گرد ہے۔



شکل ۱۲۷

اس طرح اگر رقبے کا مرکز ہندسی س ہو اور س ج خط لا لا پر عمود کھینچا جائے اور پوری شکل کا رقبہ تب ہو تو



$$ج \times س \times ج = 3 (ب \times ط \times ن)$$

$$س \times ج = \frac{3 (ب \times ط \times ن)}{ب}$$

اس سے س کا ٹھیک محل معین نہیں ہوگا بلکہ صرف خط لا لا سے اس کا فاصلہ۔ اگر مرکز ہندسی کا ٹھیک محل مطلوب ہو تو ایک اور خط کے گرد معیار لینا چاہیے جو لا لا کے متوازی نہ ہو۔ تب ان دونوں خطوط سے جو فاصلے حاصل ہوں ان سے مرکز ہندسی کا محل معین ہو جائیگا۔

مرکز ہندسی کے متعلق یہ بات معلوم ہو کہ مرکز ہندسی کا محل صرف رقبے کی شکل پر منحصر ہے ان محوروں کے محل پر منحصر نہیں جن کے گرد معیار لیے گئے۔ قوتوں کی طرح رقبوں کے معیار بھی مثبت اور منفی ہوتے ہیں۔ معیار مثبت اُس وقت ہوتا ہے جب کہ رقبے کا زیر غور ٹکڑا محور کے اوپر یا دائیں طرف ہو اور منفی جبکہ نیچے یا بائیں طرف ہو۔

ہر مرکز ہندسی میں کسی خط کے گرد پھلا معیار۔

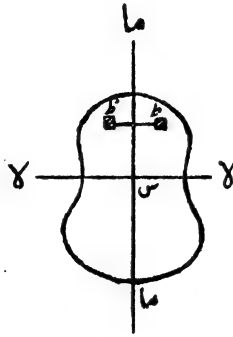
مرکز ہندسی میں کے ایک خط س س کے گرد رقبے کے پہلے معیار پر غور کرو (شکل ۲۳)۔ خط کے اوپر کے حصوں مثلاً ط پر کے حصے کا معیار مثبت ہوگا اور نیچے کے حصوں مثلاً ط پر کے حصے کا معیار منفی ہوگا۔

اس صورت میں س ج صفر ہے اس لیے ج  $\times$  س ج بھی صفر ہے۔ اس طرح یہ قاعدہ حاصل ہوتا ہے کہ کسی رقبے کا پہلا معیار اس کے مرکز ہندسی میں کے کسی خط کے گرد صفر ہوتا ہے۔

محاورہ تشاکل کے لحاظ سے ہر مرکز ہندسی کا محل۔ فرض کرو

کہ ایک رقبے کا ایک محور تشاکل ما ما ہے (شکل ۲۴)۔ تب یہ خط رقبے کو دو بائیں مشابہ نصفوں میں تقسیم کرتا ہوگا۔ اس طرح رقبے کے ہر حصے (مثلاً ط) کے جواب میں جس کا معیار ما ما کے گرد مثبت ہے ایک مساوی رقبہ (ط)

موجود ہوگا جس کا معیار ماما کے گرد ط پر کے حصے کے معیار کے مساوی اور



شکل ۲۴

منفی ہوگا۔ اس طرح پورے رقبے کا معیار ماما کے گرد صفر ہوگا، یعنی ما ما مرکز ہندسی میں سے گزرتا ہوگا۔

اگر شکل کا کوئی اور محور تشاکل لا لا ہو تو مرکز ہندسی اس پر بھی واقع ہوگا۔ اس طرح یہ قاعدہ حاصل ہوتا ہے کہ کسی شکل کا مرکز ہندسی اس کے دو محاورہ تشاکل کے تقاطع پر ہوتا ہے۔

مختلف صورتوں میں مرکز ہندسی کے محل کے لیے دیکھو صفحہ ۱۰۷، ۱۰۸۔ یہ معلوم ہونا چاہیے کہ کسی رقبے کا مرکز ہندسی وہی ہوگا جو اس رقبے کی شکل کے ایک شے کے مرکز جاذب ہوگا۔

دوسرے معیار یا معیار جمود کسی

{	قوت	ق
	کمیت	ک
	رقبہ	ب
	حجم	ح

اور ایک دیے ہوئے نقطے یا محور سے اس کے فاصلے کے مربع کے

حاصل ضرب کو اس محور کے گرد اس { قوت  
کیئت  
رقبہ  
حجم } کا دوسرا معیار  
کہا جاتا ہے۔

چھوٹا رقبہ بہ ہو (شکل ۲۵) اور کسی خط لالا پر طن عمود کھینچا جائے تو خط لالا کے گرد اس رقبے کا دوسرا معیار بہ  $\times$  طن ہوگا۔ اب اگر جیسا کہ پہلے معیار کی صورت میں کیا گیا، پورے رقبے کو چھوٹے چھوٹے ٹکڑوں میں تقسیم کیا جائے اور ہر ایک کا دوسرا معیار لیا جائے تو لالا کے گرد پورے رقبے کا دوسرا معیار ان حصوں کے دوسرے معیاروں کا حاصل جمع ہوگا۔ دوسرا معیار کو حرف آ سے تعبیر کیا جاتا ہے اور جس خط کے گرد یہ لیا گیا ہے اس کو بطور لاحقہ کے لگا دیتے ہیں مثلاً لالا

$$\text{اس طرح لالا} = 3 (\text{بہ} \times \text{طن})$$

اسی طرح خط ماما لیں تو

$$\text{ماما} = 3 (\text{بہ} \times \text{ط م})$$

اب فرض کرو کہ ہ ایک ایسا نقطہ ہے جس پر پورے رقبے کو مرکوز سمجھنے سے لالا اور ماما کے گرد وہی دوسرے معیار حاصل ہوں جو ان خطوط کے گرد اصلی رقبے کے ہیں۔

$$\text{تب} \quad \text{ب} \times \text{ص} = \text{آ لالا}$$

$$\text{اور} \quad \text{ب} \times \text{ھ} = \text{سا ماما}$$

تب نقطہ ھ کو محاور لالا اور ماما کے لحاظ سے رقبہ کا ثانویہ (Secondroid) (مرکز ہندسی کی مماثلت سے) کہہ سکتے ہیں۔ ثانویہ کے متعلق قابل لحاظ بات یہ ہے کہ اس کا محل ان محاور کے محل پر منحصر ہے جن کے گرد معیار لیے گئے ہیں، مرکز ہندسی میں ایسا نہیں۔

محاور لالا اور ماما سے ثانویہ کے فاصلوں کو ان محاور کے گرد دوسرے معیار کے نصف قطر یا گردشی نصف قطر کہا جاتا ہے اور گ اور گ سے تعبیر کیا جاتا ہے۔

اس طرح جگہ = آ =  $\frac{آ}{۷۷}$  =  $\frac{۷۷}{۷۷} \times ط$  (بہ × ط)

یا جگہ =  $\frac{آ}{۷۷}$  =  $\frac{۷۷}{۷۷} \times ط$

اور جگہ = آ =  $\frac{آ}{۷۷}$  =  $\frac{۷۷}{۷۷} \times ط$  (بہ × ط)

یا جگہ =  $\frac{آ}{۷۷}$  =  $\frac{۷۷}{۷۷} \times ط$

علاؤ دوسرا معیار ہمیشہ مرکز ہندسی میں کے کسی خط کے گرد مطلوب ہوتا ہے۔  
اور وہ اس طرح حاصل کیا جاتا ہے:-

کسی رقبے کا دوسرا معیار ایک دیے ہوئے خط کے گرد  
معلوم ہے تو مرکز ہندسی میں کے متوازی خط کے گرد  
معلوم کرنا۔

فرض کرو کہ آ معلوم ہے۔

تو آ =  $\frac{آ}{۷۷}$  =  $\frac{۷۷}{۷۷} \times ط$  (بہ × ط)

$\left\{ \frac{۷۷}{۷۷} \times ط + ج \right\} \times بہ =$

$\left\{ \frac{۷۷}{۷۷} \times ط + فہ \right\} \times بہ =$

$\left\{ \frac{۷۷}{۷۷} \times ط + ۲ ط ج + فہ + فہ \right\} \times بہ =$

$\left\{ \frac{۷۷}{۷۷} \times ط + ۲ ط ج + فہ + فہ \right\} \times بہ =$

بائیں جانب کی رقموں میں

$$\text{ج} (\text{ب} \times \text{ط ج}) = \text{آ} (\text{جو مطلوب ہے})$$

$$\text{اور} \quad \text{ج} (\text{ب} \times \text{ط ج} \times \text{ف}) = \text{ف} \text{ج} (\text{ب} \times \text{ط ج})$$

$\text{ف} \text{ج} \times (\text{رقبہ کا پہلا معیار خط س س س})$   
 کے گرد جو مرکز ہندسی میں سے گزرتا ہے

$$\text{ف} \text{ج} \times \text{صفر} = \text{صفر}$$

$$\text{ج} (\text{ب} \times \text{ف}) = \text{ف} \text{ج} \text{ ب}$$

$$\text{ف} \text{ج} \times (\text{پوری شکل کا رقبہ}) =$$

$$\text{ف} \text{ج} \times \text{ب} =$$

$$\text{آ} \text{لا} = \text{آ} \text{س} + \text{ب} \times \text{ف} \text{ج} \quad \therefore$$

$$\text{آ} \text{س} - \text{آ} \text{لا} = \text{ب} \times \text{ف} \text{ج}$$

$$\text{آ} \text{ما} = \text{آ} \text{ما} - \text{ب} \times \text{ف} \text{ج} \quad \text{اسی طرح}$$

معیار کا یا جمود کا ناقص — کسی تراش کے صدر محاور

مرکز ہندسی میں کے وہ دو علی القوائم محاور ہیں جن کے حوالے سے  $\text{ب} \times \text{ط م} \times \text{ط ج} \text{ جی}$  مقداروں کا حاصل جمع (جسے حاصل ضربی معیار یا جمود کا حاصل ضرب کہتے ہیں) صفر ہو۔

جن تراشوں میں کوئی محور تشاکل ہو وہ صدر محوروں میں سے ایک

ہوتا ہے۔

فرض کرو کہ لا لا اور ما ما (شکل ۲۶) ایک تراش کے صدر محاور ہیں اور فرض کرو کہ ان محوروں کے گرد گردش نصف قطر گہا اور گہا ہیں۔ و کو مرکز

مان کر ایک ناقص کھینچو جس میں ولا مساوی گم کے اور و ما مساوی گم کے ہو۔  
تو یہ ناقص معیار کا ناقص یا جمود کا ناقص کہلاتا ہے۔

و میں سے گزرنے والے کسی خطے کے گرد جو کالا سے زاویہ  
 طے بناتا ہو گردشی نصف قطر حاصل کرنے کے لیے سے کے متوازی ناقص کا  
 تماس ی ی کھینچو اور اس پر عمود و ص کھینچو۔

تیب و ص = گی

کیونکہ آے = 3 ب ۲

اس میں محتسب لاما حاصل ضربی معیار ہے اور چونکہ لا لا اور ماما صدر محاور ہیں اس لیے یہ صفر ہوگا۔

$$\therefore \text{آے} = \text{جبا}^۲\text{طہ} + (\text{بہ}^۲\text{لا}) + \text{جم}^۲\text{طہ} - (\text{بہ}^۲\text{آ})$$

$$= \text{آاما} \text{جبا}^۲\text{طہ} + \text{لا}^۲\text{جم}^۲\text{طہ}$$

$$\therefore \text{ب گسی} = \text{ب گبا}^۲\text{جبا}^۲\text{طہ} + \text{ب گلا}^۲\text{جم}^۲\text{طہ}$$

$$\text{یا} \quad \text{گسی} = \text{گبا}^۲\text{جبا}^۲\text{طہ} + \text{گلا}^۲\text{جم}^۲\text{طہ}$$

اس لیے ناقص کے خواص کی رُوسے و ص = گسی  
جن صورتوں میں کوئی محور تشاکل نہ ہو ان میں صدر محاور معلوم کرنے کا عمل یہ ہے :-

(۱) پہلے ترسیمی طریقہ سے یا حساب سے مرکز ہندسی میں سے گزرنے والے دو علی القوائم محاور کے گرد حاصل ضربی معیار اور گردش نصف قطر معلوم کرو۔  
فرض کرو کہ حاصل ضربی معیار ب ج ہے اور گردش نصف قطر گ لا اور گ با ہیں۔

تب گسی یا گبا سے صدر محاور کا زاویہ میلان طہ ذیل کے ربط سے حاصل ہوگا:

$$\text{مس}^۲\text{طہ} = \frac{\text{ج}^۲\text{ح}^۲}{\text{گبا}^۲ - \text{گلا}^۲}$$

(ب) ترسیمی طریقہ سے یا حساب سے دی ہوئی شکل کے دوسرے معیار

لا لا اور ماما کے گرد معلوم کرو جو باہم علی القوائم ہوں اور مرکز ہندسی میں سے گزرتے ہوں۔ اور نیز ایک اور خطے سے کے گرد معلوم کرو جو ان دونوں سے ہم پڑ ہو۔

تب اگر لا لا اور ماما سے صدر محاور کا زاویہ میلان طہ ہو تو



$$\text{مس } ۲ \text{ ط } = \frac{\text{آ} + \text{آ} - \text{آ}}{\text{آ} - \text{آ}}$$

$$\text{مس } ۲ \text{ ط } = \frac{\text{گ} + \text{گ} - \text{گ}}{\text{گ} - \text{گ}}$$

[ایک قاعدہ جو بعض اوقات جمود کے معیاروں کے حسابات میں کارآمد ہوتا ہے یہ ہے: کسی دیے ہوئے نقطے میں سے گزرنے والے کوئی دو علی القوائم خطوط لیے جائیں اُن کے گرد کے جمود کے معیاروں کا حاصل جمع وہی ہوتا ہے۔]

نشر ط کہ حاصل ضربی معیار صفر ہو — یہ دکھایا جاسکتا

ہے کہ دو خطوط کے گرد حاصل ضربی معیار کے صفر ہونے کی شرط یہ ہے کہ یہ خطوط معیار کے ناقص کے مزدوج قطر ہوں۔

معیار کے ناقص پر ایک عددی مثال صفحہ ۳۱۶ پر دی گئی ہے۔

مرکز ہندی میں کے کسی دو علی القوائم خطوط کے گرد دوسرے

معیار — اوپر تو سین میں جو قاعدہ بتایا گیا ہے اس کی رُو سے مرکز ہندی میں سے گزرنے والے دو علی القوائم خطوط کے گرد معیار جمودوں کا مجموعہ مستقل ہو گا۔

کسی شکل کا دوسرا معیار یا معیار جمود ایک اس کے مستوی

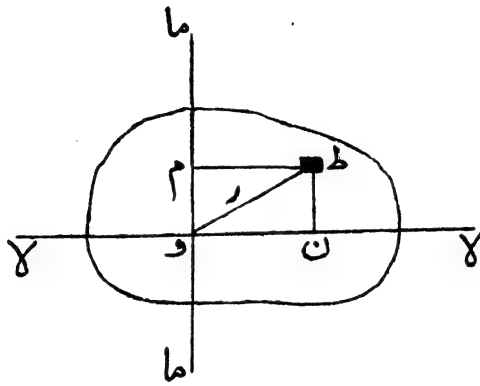
کے علی القوائم محور کے گرد — کسی رقبہ کا دوسرا معیار یا معیار جمود اس کے مستوی کے علی القوائم ایک محور کے گرد قطبی دوسرا معیار یا قطبی معیار جمود کہلاتا ہے اور  $\frac{1}{2} (b \times d)$  کے مساوی ہوتا ہے۔

و میں سے کوئی دو علی القوائم محور شکل کے مستوی میں لا لا اور ماما

کیچنخو (شکل ۲۷)۔ تب

$$\begin{aligned}
 ط و^{\circ} &= ط ن^{\circ} + ن و^{\circ} \\
 ط ن^{\circ} + ط م^{\circ} &= \\
 \therefore 3 (بہ \times ط و^{\circ}) &= 3 بہ \times ط ن^{\circ} + 3 بہ \times ط م^{\circ} \\
 &= آ لا^{\circ} + آ ما^{\circ}
 \end{aligned}$$

اس سے ذیل کا قاعدہ حاصل ہوتا ہے :-



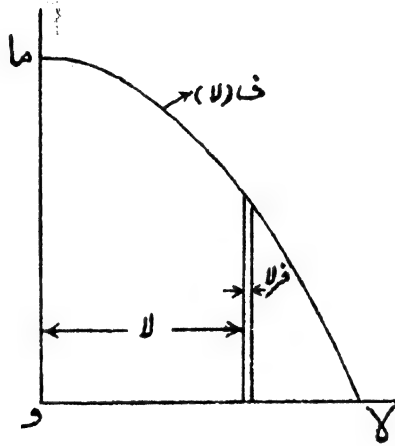
شکل ۲۷ - جمود کا قطبی معیار

رتبے کے کسی علی القوائم محور کے گرد دوسرا معیار یا معیار جمود ان دو علی القوائم محوروں کے گرد کے جمود کے معیاروں کے حاصل جمع کے مساوی ہوتا ہے جو اس محور میں سے رقبے کے مستوی میں کھینچے جائیں۔

مرکز ہندسی، معیار جمود، اور گردش نصف قطر حاصل کرنا۔

(۱) ریاضی سے — تفاعل  $ا = ف (لا)$  کے منحنی پر غور کرو۔  
تب محور لا کے متوازی فرلا عرض کی ایک پٹی پر غور کیا جائے (شکل ۲۸) تو  
منحنی کا رقبہ  $= ا ف (لا) فرلا$

رقبہ کا پہلا معیار و ما کے گرد =  $\int f(l) \times l$   
 رقبہ کا دوسرا معیار و ما کے گرد =  $\int f(l) \times l^2$   
 مثلاً مکانی  $2 = m$  و لا پر غور کرو اور منحنی اور محور لا کے درمیان کا رقبہ  
 لو۔ (ر شکل ۲۹)۔



ر شکل ۲۹

$$\begin{aligned} \text{منحنی کا رقبہ} &= \int f(l) \times l = \int_0^2 f(l) \times l \\ &= \int_0^2 f(l) \times l^{\frac{1}{2}} \times l^{\frac{1}{2}} = \left[ \frac{2}{\frac{1}{2} + 1} \times l^{\frac{1}{2} + 1} \right]_0^2 \\ &= \frac{2}{\frac{3}{2}} \times l^{\frac{3}{2}} = \frac{4}{3} \times l^{\frac{3}{2}} \\ &= \frac{4}{3} \times 2^{\frac{3}{2}} = \frac{4}{3} \times 2\sqrt{2} = \frac{8\sqrt{2}}{3} \end{aligned}$$

لیکن  $\frac{4}{3} \times 2^{\frac{3}{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{3}$  منحنی کا رقبہ =  $\frac{8\sqrt{2}}{3}$

وما کے گرد پہلا معیار =  $f$  لا فلا =  $f$  لا فلا =  $f$  لا فلا

$$r = \frac{1}{r} \int \frac{1}{r} r = \left[ \frac{1}{r} \times \frac{1}{r} \right] = \frac{1}{r^2}$$

$$= \frac{1}{5} \times \frac{5}{2} = \frac{1}{2}$$

∴ مرکز ہند کی کا فاصلہ دما سے =  $\frac{\frac{5}{8} \text{ ض } 6}{\frac{1}{2} \text{ ض } 6} = \frac{3}{5} \text{ ض } 6$

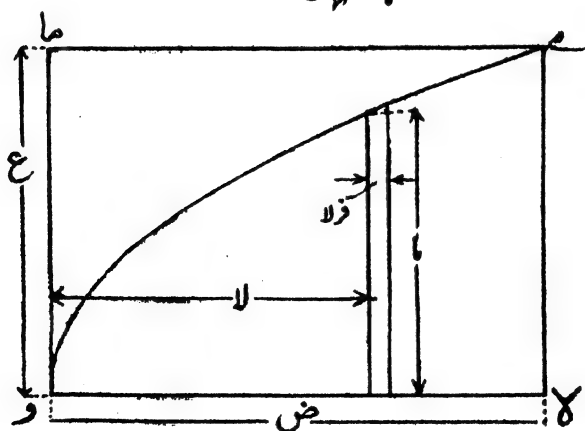
و ما کے گرد دوسرا معیار =  $\int \frac{1}{r^2} dr = \frac{1}{r} + C$  فرلا

$$\frac{1}{r} \int_{\frac{a}{r}}^{\frac{b}{r}} f(x) dx = \frac{1}{r} \int_a^b f\left(\frac{x}{r}\right) \frac{1}{r} dx$$

$$\frac{1}{2} \text{ ر } = \frac{1}{4} \text{ ر } = \frac{1}{8} \text{ ر } = \dots$$

$$\therefore \text{مک} = \frac{\frac{2}{3} \text{ض ع}}{\frac{1}{3} \text{ض ع}} = \frac{2}{1} \text{ض ع}$$

∴ گم =  $\sqrt{\frac{2}{\epsilon}}$  مض



مسئلہ ۲۹

اگر قاعدہ سے لا کے گرد دوسرا معیار مطلوب ہو تو یہ عمل کیا جائیگا :-

$$\text{دما} = \frac{2}{3} \text{ض ع}$$

$$\text{آس} = \text{دما} - \text{ب} \times \text{ف}$$

$$= \frac{2}{3} \text{ض ع} - \frac{2}{3} \text{ض ع} \times \frac{9}{25}$$

$$= \frac{8}{15} \text{ض ع}$$

$$\text{لاے} = \text{آس} + \text{ب} \times \text{ف}$$

$$= \frac{8}{15} \text{ض ع} + \frac{8}{25} \text{ض ع}$$

$$= \frac{16}{15} \text{ض ع}$$

عام طور پر استعمال میں آنے والی اشکال کے دوسرے معیاروں کی فہرست صفحہ ۱۱۶ پر دی گئی ہے۔

عملاً یہ اکثر ہوتا ہے کہ ریاضی کا طریقہ ناقابل عمل ہوتا ہے۔ اسی صورت میں ذیل کے تریبی طریقے ضروری ہیں :-

(ب) تریبی — (۱) مراکز ہندی سے — فرض کرو کہ کوئی رقبہ طرہ ص (شکل ۷۲) ہے اور کوئی دو متوازی خط لا لا اور ماما باہمی فاصلہ ھ پر ہیں۔

لا لا کے متوازی شکل میں ایک پتی پٹی موٹائی ٹ کی لو اور فرض کرو کہ اس کا مرکزی خط ط ص ہے۔ اس مرکزی خط کے ایک سرے مثلاً ص سے ماما پر عمود ص م ڈالو اور دوسرے سرے سے لا لا پر عمود ط ن ڈالو۔ م ن کو ملاؤ اور فرض کرو کہ یہ ط ص کو ص پر قطع کرتا ہے اور م ص کو خارج کر کے لا لا سے ل پر ملے دو۔ تب مثلثات ط ن م اور م ن ل مشابہ ہونگے۔

$$\therefore \frac{\text{ط ص}}{\text{ط ن}} = \frac{\text{ن ل}}{\text{م ل}} = \frac{\text{ط م}}{\text{ط ن}}$$



$$= \frac{\text{پورے رقبے کا پہلا معیار}}{۵}$$

$$\therefore \text{پورے رقبے کا پہلا معیار} = ۵ \times ۵$$

$$\frac{\text{لا لا کے گرد پہلا معیار}}{\text{شکل کا رقبہ}} = \text{لا سے}$$

$$= \frac{۵}{۵} \dots \dots (۲)$$

کوئی انتصابی خط ف ب کھینچو جو لا لا کو ف پر اور ماما کو ب پر قطع کرے اور ف میں سے کوئی نائل خط کھینچو اور اس پر طول ف پر جو کسی پیمانے پر ب کو تعبیر کرے اور ف پر جو ب کو تعبیر کرے۔ اب کو ملاؤ اور ج اس کے متوازی کھینچو۔ تب ج میں سے لا لا یا ماما کے متوازی خط کھینچنے سے اس پر مرکز ہندسی واقع ہوگا۔

$$\text{کیونکہ} \quad \frac{\text{ج ف}}{\text{ف ب}} = \frac{\text{ف ف}}{\text{ف ا}}$$

$$\therefore \quad \frac{\text{ج ف}}{۵} = \frac{\text{ب}}{۵}$$

$$\text{یا} \quad \text{ج ف} = \frac{\text{ب}}{۵}$$

اور ربط (۱) کی رو سے یہ لا لا سے مرکز ہندسی کا فاصلہ ہے۔

(۲) دوسرا معیار — اگر لا لا کے گرد دوسرا معیار مقرر ہو تو ماما پر ص م عمود کھینچو اور م ن کو ملاؤ جو ط ص کو ص پر قطع کرے، اور فرض کرو کہ م ص مخروطیہ لا لا سے لپٹتا ہے۔  
تب مثلثات ط ن ص اور م ن ل کے مشابہ ہونے کی

وجہ سے

$$\frac{\text{ط ص}}{\text{ط ن}} = \frac{\text{ن ل}}{\text{م ل}} = \frac{\text{ط ص}}{\text{ط ن}}$$

$$\therefore \frac{\text{ط ص} \times \text{ط ن}}{\text{ط ن}} = \text{ط ص}$$

طرفین کو ٹ سے ضرب دینے سے

$$\frac{\text{ط ص} \times \text{ط} \times \text{ط ن}}{\text{ط ن}} = \text{ط ص} \times \text{ط}$$

لیکن پہلے حاصل ہو چکا ہے کہ  $\text{ط ص} \times \text{ط} = \frac{\text{پٹی ط ص کا رقبہ} \times \text{ط ن}}{\text{ط ن}}$

$$\therefore \text{ط ص} \times \text{ط} = \frac{\text{پٹی ط ص کا رقبہ} \times \text{ط ن}}{\text{ط ن}}$$

$$\therefore \text{پٹی ط ص کا رقبہ} = \frac{\text{پٹی ط ص کا دوسرا معیار لا کے گرد}}{\text{ط ن}} \dots (۳)$$

اب اس عمل کو ہر ایک پٹی پر کر دو اور ص جیسے تمام نقاط کو ملاؤ تو دوسرا معیار کا منحنی سرا ص حاصل ہوگا۔

تب دوسرے معیار کے منحنی کے بائیں طرف کا رقبہ ط ص جیسی پٹیوں کے رقبوں کا حاصل جمع ہوگا۔ اس کو دوسرے معیار کا رقبہ (ب) کہو۔ تب

$$\text{ب} = \frac{\text{لا کے گرد پٹیوں کے دوسرے معیاروں کا حاصل جمع}}{\text{ط ن}}$$

$$\frac{\text{آ لا}}{\text{ط ن}} =$$

$$\therefore \text{آ لا} = \text{ب} \times \text{ط ن} \dots \dots \dots (۴)$$

ب یا ب م کو ناپتے وقت کون سا رقبہ ناپا جائے اس امر میں کسی قدر احتیاط کی ضرورت ہے۔ اس میں کوئی مضائقہ نہیں کہ نیچے کی جانب انتہائی خط ط سے کھینچے جائیں یا اس









د ف پر ایک نصف دائرہ کھینچو اور ج ح افقاً کھینچو جو نصف دائرے کو ج پر ملے۔

تب ج ح ع = گ چ جو نانچے پر ۱۵۹ اینچ پایا جائیگا۔  
اس عمل کو طالب علم بطور مشق کے بطور خود کریں۔

اوپر کے طریقے کا اطلاق مستطیل پر — فرض کرو کہ

ا ب ج د (شکل ۲۲) ایک مستطیل ہے جس کا قاعدہ ص اور ارتفاع ھ ہے اور لا لا اور ما ما کو ملی ترتیب ج د اور ب ا کے خطوط میں سے گزرتا ہوا ہو۔ تب پہلے معیار کا منحنی وتر ج ب ع د ہوگا، اور دوسرے معیار کا منحنی ایک مکانی ب ف د ہوگا۔ اس طرح

$$\frac{\text{ب}}{\text{ف}} = \frac{\text{ض ھ}}{\text{۳}}$$

$$\frac{\text{ب}}{\text{ف}} = \frac{\text{ض ھ}}{\text{۳}}$$

$$\therefore \frac{\text{آ}}{\text{لا}} = \frac{\text{ض ھ}}{\text{۳}} \times \frac{\text{۲ ھ}}{\text{۳}} = \frac{\text{ض ھ}^2}{\text{۳}}$$

$$\frac{\text{ف}}{\text{۲}} = \frac{\text{ب}}{\text{۲}} \times \frac{\text{ض ھ}}{\text{۳}} = \frac{\text{ب} \times \text{ض ھ}}{\text{۳}}$$

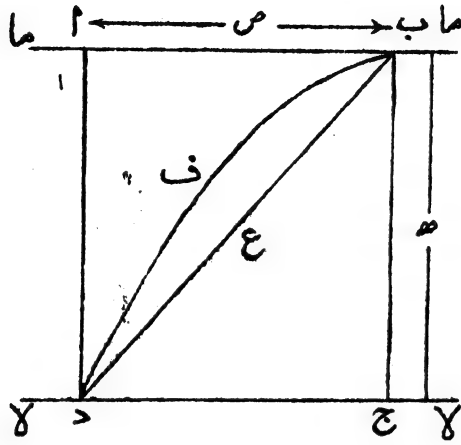
$$\therefore \text{آ ج} = \frac{\text{آ}}{\text{لا}} - \frac{\text{ب}}{\text{ف}} \times \text{ف}$$

$$= \frac{\text{ض ھ}^2}{\text{۳}} - \frac{\text{ض ھ} \times \text{۲ ھ}}{\text{۲}} = \frac{\text{ض ھ}^2}{\text{۱۲}}$$

متبادل ترتیبی ساخت — مود کا طریقہ —

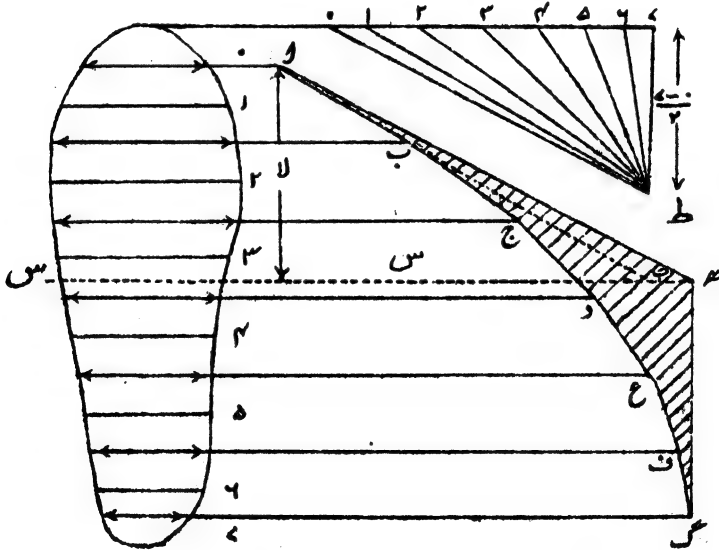
مرکز ہندسی کے گرد دوسرا معیار حاصل کرنے کے لیے ذیل کا ترتیبی طریقہ بعض صورتوں میں گزشتہ طریقے سے زیادہ سہولت بخش ہوگا۔ جس خط کے

گرد معیار لینا ہیں رقبہ کو اس کے متوازی مساوی عرض کی پٹی ٹپیوں میں



شکل ۳۲۔ مستطیل کا معیار وجود

تقسیم کرو (شکل ۳۳) اور ہر ایک پٹی کا مرکزی خط کھینچو۔ اب اگر پٹیاں کافی پتی



شکل ۳۳۔ جوہ کے معیار کے لیے محور کا عمل

ہوں ( ہم نے پیچیدگی سے بچنے کے لیے تھوڑی سی پٹیاں لی ہیں) تو ان مرکزی خطوں کے طول ان پٹیوں کے رقبوں کو تعبیر کریں گے۔ اس لیے ایک سمتی خط پر کسی پیمانے پر ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰ کے نشان لگاؤ جو کسی پیمانے پر ان طوٹوں کو تعبیر کریں اور ایک قطب ط اس سمتی خط سے مجموعی طول (۱۰) کے ۱/۴ فاصلے پر لو۔ پھر حصہ ۱۰ میں کہیں بھی ایک خط ۱۰ متوازی ۱ ط کے کھینچو۔ حصہ ۱ میں ۱ ط متوازی ۱ ط کے۔ حصہ ۲ میں ۲ ط متوازی ۲ ط کے، اور علیٰ ہذا یہاں تک کہ نقطہ گ حاصل ہو جائے۔ اب آخری کڑی گ ۱۰ متوازی آخری خط ۱ ط کے کھینچو جو ۱۰ سے ۱۰ پر ملے۔ تب مرکز ہندسی ۱۰ میں کے متوازی خط پر واقع ہوگا اور اگر سایہ دار شکل کا رقبہ بہ ہو اور اصلی شکل کا رقبہ ب تو

$$\text{شکل کا آئیں} = \text{ب} \times \text{ب}$$

ثبوت۔ کسی ایک حصے مثلاً ۱۰ پر غور کرو اور ۱ ط کو خارج کر کے ۱۰ میں کے افقی خط سے ب پر ملنے دو۔ تب ریبانی اور سمتی کثیر الاضلاع کے عمل کی رو سے اگر ان حصوں کے رقبوں کو قوتیں تصور کیا جائے تو (دیکھو صفحہ ۹۷)۔

$$\text{ب} = \text{پہلی قوت کا معیار سس کے گرد} \times \frac{1}{\text{قطبی فاصلہ}}$$

$$\frac{1}{\text{مجموعی رقبہ}} \times 10 \times 10 =$$

$$\frac{2}{\text{ب}} \times 10 \times 10 =$$

$$\text{مثلاً ۱ ب کا رقبہ} = \frac{1}{4} \text{ ب} \times 10$$

$$\frac{2 \times 10 \times 10}{\text{ب}^2} =$$

$$= \frac{\text{حصے کا دوسرا معیار میں سے کے گرد}}{\text{ب}}$$

$$\therefore \text{سایہ دار شکل کا رقبہ} = \text{ب} = \frac{\text{اصلی شکل کا دوسرا معیار میں سے کے گرد}}{\text{ب}}$$

$$\text{یا } \text{ب} \times \text{ب} = \text{اصلی شکل کا دوسرا معیار میں سے کے گرد۔}$$

اس کا ثبوت کہ ہ سے مرکز ہندی معلوم ہوگا صفحہ ۶۹ پر ملیگا جس میں ثابت کیا گیا ہے کہ پہلی اور آخری کروی کے نقطہ التقاطع سے حاصل کا محل معلوم ہوتا ہے اور موجودہ صورت میں یہ مقام مرکز ہندی ہوگا جہاں ان حصوں کے رقبوں کو قوتیں تصور کرنے سے ان کا حاصل عمل کرے۔

### معادل مرکز ہندی اور غیر متجانس تراشوں کا دوسرا

معیار — فرض کرو کہ کسی شہتیر کی تراش دو اشیاء سے بنی ہے جن کے لیے ینگ کا مقیاس مختلف ہے اور فرض کرو کہ ایک شے ش کے لیے ینگ کا مقیاس دوسری شے ش کا م گنا ہے۔ تب راست زور کی صورت میں ہم دیکھ چکے ہیں کہ شے ش اس طرح عمل کرتی ہے گویا اس کی جگہ اس کا م گنا رقبہ ش کی شے کا رکھ دیا گیا ہے۔ شہتیر کی صورت میں بھی یہ ربط صحیح ہے اس لیے شے ش کی جگہ اس کے م گنے عرض کا رقبہ شے ش کا رکھ دیا جاسکتا ہے۔ یہ عرض اس خط کے متوازی ہے جس کے گرد معیار لیے جائیں۔ اب اگر شے ش کا رقبہ ب اور ش کا ب ہو تو متجانس شے ش کا معادل رقبہ یہ ہوگا:—

$$\text{ج} = \text{ب} + \text{م ب}$$

معادل مرکز ہندی کا کسی خط لا لا سے فاصلہ ف معلوم کرنے کے لیے

لا لا کے گرد ان رقبوں کے الگ الگ پہلے معیار لوج فرض کرو کہ ہ اور ہ ہوتے ہیں۔

تب پوری تراش دوسری شے کی ہونے سے معادل پہلا معیار

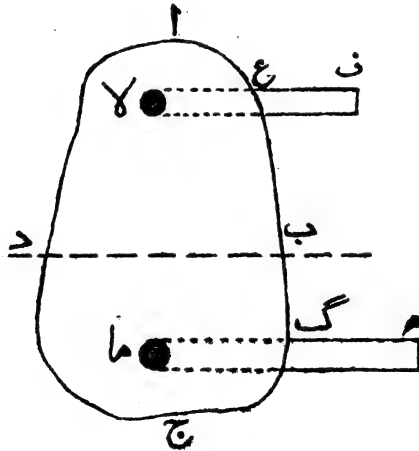
$$\text{م ج} = \text{م م} + \text{م م}$$

$$\therefore \text{ف} = \frac{\text{م م} + \text{م م}}{\text{ب م} + \text{ب م}}$$

معادل دوسرا معیار کسی خط لا لا کے گرد معلوم کرنے کے لیے لا لا کے گرد الگ الگ دوسرے معیار لوجو فرض کرو کہ آ آ اور آم آم ہوتے ہیں۔  
تب پوری تراش دوسری شے کی ہونے سے معادل دوسرا معیار

$$\text{آ} = \text{آ م} + \text{م آ}$$

اس کی عددی مثالیں اور مزید بیان مرکب شہتیروں اور محکم شہتیروں کی بحث میں دینگے۔ اوپر کے استدلال کو ترتیباً یوں دکھایا جاسکتا ہے:-  
فرض کرو کہ ا ب ج > (شکل ۳۴) کوئی رقبہ ہے جس میں مختلف



شکل ۳۴

شے کی دو سلاخیں لا اور ما گڑی ہوئی ہیں۔ کسی خط مثلاً نقطہ دار خط د ب کے



گرد معیار حاصل کرنے کے لیے ایک پٹی ع ف کو جو لا کی بلندی پر ہو اور جس کا رقبہ لا کے رقبے کا (م-۱) گنا ہو اور اسی طرح ایک پٹی گ لا جس کا رقبہ ما کا (م-۱) گنا ہو۔

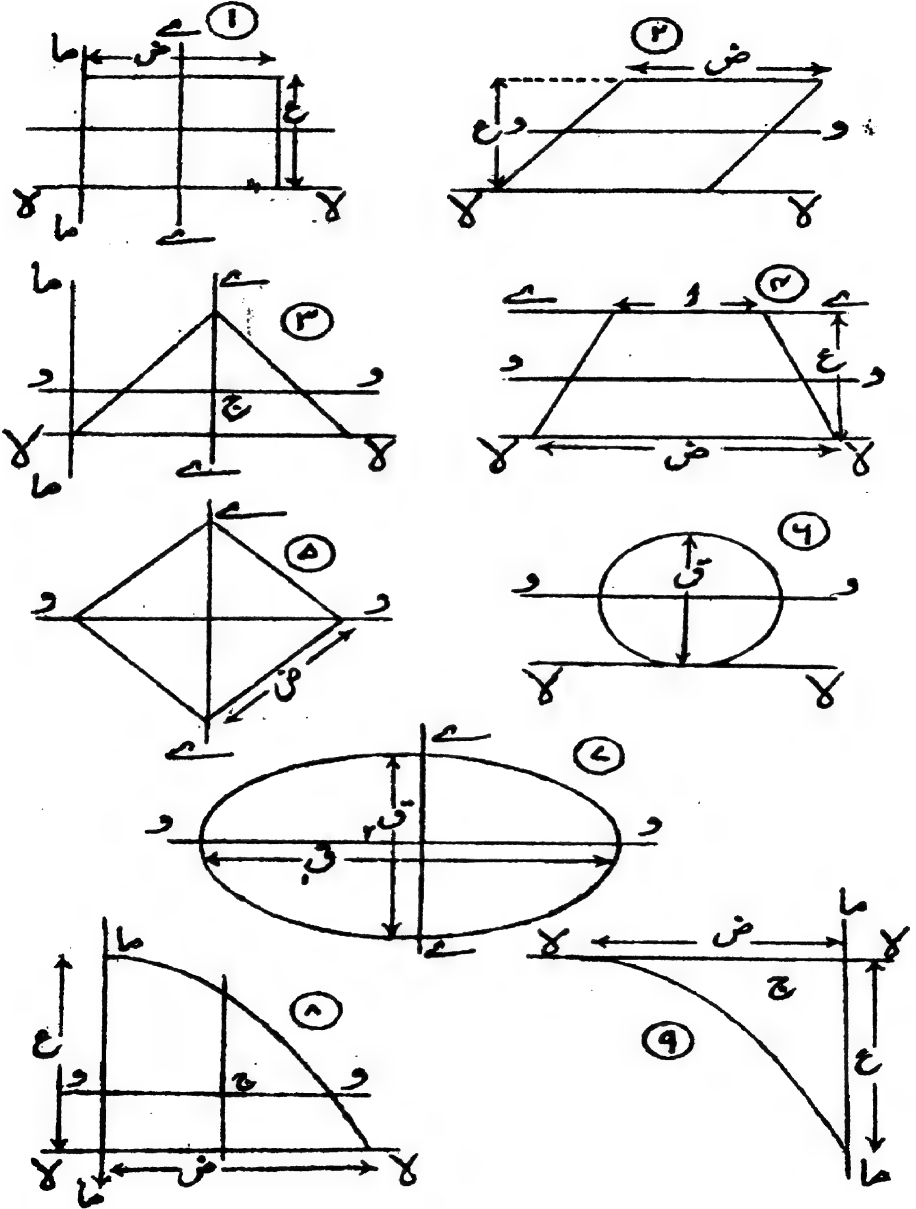
تب دی ہوئی غیر متجانس شکل کا معادل پہلا اور دوسرا معیار وہی ہوگا جو متجانس شکل ا ع ف ب گ ہ ج د کا ہوگا۔

ع ف کو لا کا (م-۱) گنا اس لیے لیا جاتا ہے کہ سلاخ اپنے رقبے کا ایک گنا رقبہ تو خود گھیرتی ہے۔ اس طرح دوسری شے کا معادل رقبہ = لا کا { (م-۱) + ۱ } گنا = لا کا م گنا۔

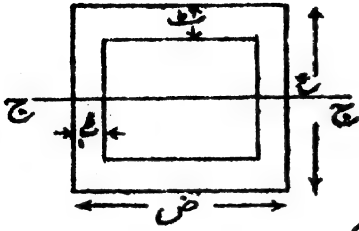
# کثیر الاستعمال اشکال کے رتبے مرکز ہندی کے عمل اور میا رجود

(دیکھو شکل ۲۵)

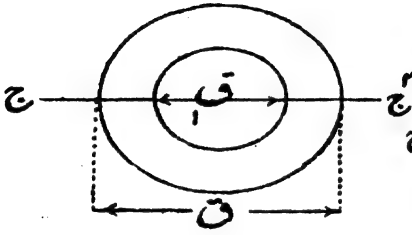
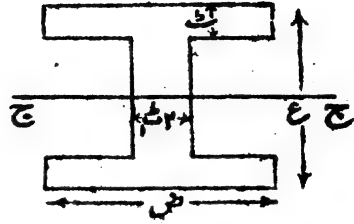
نمبر	شکل	رتبہ	مرکز ہندی کا عمل		لا لے	ما مے	آ لا	آ ما	آ نو	آ لے
			م	ن						
۱	مستطیل	ض ع	ع	ع	ع	ع	ع	ع	ع	ع
۲	مترابض المربع	ض ع	ع	ع	ع	ع	ع	ع	ع	ع
۳	مربع	ض ع	ع	ع	ع	ع	ع	ع	ع	ع
۴	مربع (۱۱۱) (۱۱۱)	ض ع	ع	ع	ع	ع	ع	ع	ع	ع
۵	مربع	ض ع	ع	ع	ع	ع	ع	ع	ع	ع
۶	دائرہ	ض ع	ع	ع	ع	ع	ع	ع	ع	ع
۷	ناقص	ض ع	ع	ع	ع	ع	ع	ع	ع	ع
۸	مکافئ (اندازہ)	ض ع	ع	ع	ع	ع	ع	ع	ع	ع
۹	مکافئ (بیوت)	ض ع	ع	ع	ع	ع	ع	ع	ع	ع



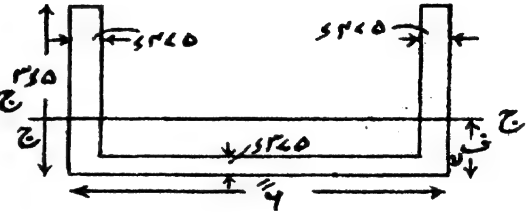
شکل ۳۵ — عام شکلوں کے نمونے



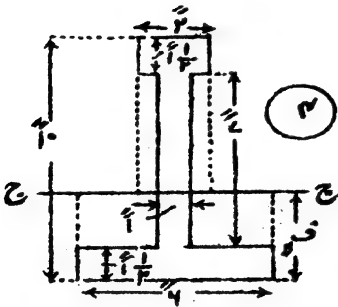
①



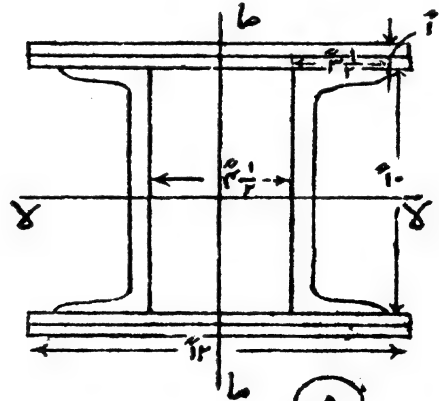
②



③



④



⑤

شکل ۳۶- جبر کے معیار وغیرہ

برطانوی معیاری فولادی تراشوں کے خواص کے لیے دیکھو ضمیمہ -  
تقدیروں میں استعمال ہونے والی تراشوں کے معیارِ جمود اور گردش  
نصف قطر کا محسوب کرنا - کوئی تراش ایسی شکلوں پر مشتمل ہو جن کے معیارِ جمود معلوم ہوں اس کا  
معیارِ جمود ان حصوں کے معیاروں کو جمع کرنے سے حاصل ہوگا۔ اسی طرح اگر تراش  
دو معلومہ شکلوں کا حامل تفریق ہو تو معیارِ جمود ان کے معیاروں کو تفریق کرنے سے  
حاصل ہوگا۔

ذیل کی مثالوں سے اس کا طریق عمل واضح ہوگا۔ دیکھو اسٹال ۳۶ اور ۳۷۔

(۱) بکسی یا I تراش - جہاں تک خاج ج کا تعلق ہے یہ ہندی  
طور پر ایک دوسرے کے معادل ہیں کیونکہ اگر بکسی (Box) تراش کو انتصابی  
خط سے دو نصفوں میں کاٹ کر ان نصفوں کو پشت بہ پشت ملا دیا جائے  
تو I تراش حاصل ہوگی۔ اس طرح

$$\text{آ ج} = \frac{\text{ض ع} - ۲ - (\text{ض} - ۲ - \text{ٹ})}{۱۲} (\text{ع} - ۲ - \text{ٹ})$$

(۲) کھوکھلی مدور تراش

$$\text{آ ج} = \frac{\pi}{4} (\text{ق}^۲ - \text{ق}^۱)$$

اگر دھات کی موٹائی بہت چھوٹی ہو اور ٹ کے مساوی ہو تو

$$\text{آ ج} = \frac{\pi \text{ق}^۲}{۸}$$

(۳) نالی تراش (پیلوڈ کے میلان اور کونوں کی گولائی

کو نظر انداز کرتے ہوئے) - شکل ۳۶ (۳) میں دکھائی ہوئی تراش پر  
غور کرو۔

رقبہ = ب = ۱۴۰۵ × ۳۶۵ + ۱۴۰۵ × ۵۵۰ + ۱۴۰۵ × ۳۶۵ = ۵۵۲۱۹ مربع انچ  
خط لال سے مرکز ہندی کا فاصلہ معلوم کرنے کے لیے لال کے

گردِ پہلا معیار - لو - تب

$$\frac{5345 \times 5345 \times 550}{2} + \frac{350}{2} \times 5345 \times 350 = \text{ب} \times \text{ف} =$$

$$\frac{350 \times 5345 \times 350}{2} +$$

$$45145 = 25910 + 5352 + 25910 =$$

$$\therefore \text{ف} = \frac{45145}{55219} = 15185 \text{ پانچ}$$

لا لا کے گردِ دوسرا معیار = آ

$$\frac{(350) \times 5345}{3} + \frac{(5345) \times 550}{3} + \frac{(350) \times 5345}{3} =$$

$$135639 = 45445 + 5089 + 45445 = \text{پانچ اکائیاں}$$

$$\therefore \text{آ} = \text{ج} - \text{ب} \times \text{ف} =$$

$$= (15185) \times 55219 - 135639 =$$

$$83223 - 135639 = 69584 \text{ پانچ اکائیاں}$$

$$\therefore \text{ج} = \frac{\text{آ}}{\text{ب}} = 15.10 \text{ پانچ}$$

(۴) ڈھلے لوہے کے شہتیروں کی تراشیں -

$$\text{رقبہ} = \text{ب} = 1 \frac{1}{2} \times 2 + 1 \times 4 + 1 \frac{1}{2} \times 6 = 19 \text{ مربع پانچ}$$

قاعدے کے گردِ معیار

$$\text{ب} \times \text{ف} = 545 \times 9 + 5 \times 4 + 4525 \times 3 =$$

$$6955 = 4545 + 25 + 2385 = \text{پانچ اکائیاں}$$

$$\therefore \text{ف} = \frac{6955}{19} = 3658 \text{ پانچ}$$

$$\therefore \text{آ} = \frac{(35892) \times 1}{3} - \frac{(45222) \times 2}{3} + \frac{(25158) \times 5}{3} - \frac{(35658) \times 7}{3} =$$

۲۱۹۵۹۵ = پنج اکائیاں

(۵) نرم فولاد کے ستون کی ساختہ تراش — دو  $10 \times 1 \times 1 \times 1$  کی نالیوں اور چار  $12 \times 1 \times 1$  کی تختیوں سے بنی ہوئی۔ گہرا اور گہرا مطلوب۔ معیاری تراشوں کی جدول سے نالی دار تراشوں کے متعلق حسب ذیل مواد حاصل ہوتا ہے:—

ہر ایک کا رقبہ ۸۵۲۹۶ مربع انچ  
مرکز ہندی میں کے محور لا لا کے گرد آ = ۱۱۷۵۹ پنج اکائیاں

ماما = ۸۵۱۹۴ =  
مرکز ہندی کا فاصلہ پیٹے سے = ۹۳۳ مربع انچ

∴ تراش کا مجموعی رقبہ =  $(\frac{1}{4} \times 12 \times 12) + (85296 \times 2)$   
= ۴۰۵۵۹۲ مربع انچ

لا لا کے گرد معیارِ جمود:—

۲ نالیاں (ہر ایک کا ۱۱۷۵۹) = ۲۳۵۱۸

$12 \times \frac{1}{4}$  پنج کی تختیوں کے دو جوڑوں کا مرکز ہندی کے گرد =  $\frac{(12 \times 12 \times 2)}{12} = 240$

تختیوں کے دو جوڑوں کے لیے ب x ف =  $(525) \times 12 \times 2 = 12600$

مجموعہ = ۹۶۳۵۹

پنج اکائیاں

∴ گہرا =  $\frac{96359}{405592} = 0.237$  پنج

ماما کے گرد معیارِ جمود:—

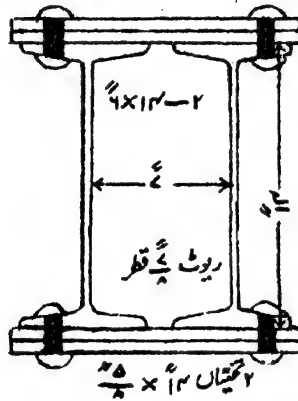
چار  $12 \times \frac{1}{4}$  پنج کی تختیوں کا مرکز ہندی کے گرد =  $\frac{(12 \times 12 \times 4)}{12} = 480$

۲ نالیاں مرکز ہندی کے گرد =  $85194 \times 2 = 170388$

$$\frac{۱۶۸۵۵}{۴۴۲۵۹} = \frac{(۳۵۱۸۳) \times ۸۵۲۹۶ \times ۲}{\text{مجموعہ}} = \text{ف} \times \text{ب} \text{ کے } \text{ف} \times \text{ب}$$

$$\therefore \text{مگ} = \sqrt{\frac{۴۴۲۵۹}{۴۰۵۵۹۲}} = ۳۵۴ \text{ پنچ}$$

(۶) شہتیر کی ساختہ تراش ————— ۱۲ پنچ  $\times$  ۶ پنچ  $\times$  ۲۶ پنچ  
 کے دو I شہتیروں اور ۱۴ پنچ  $\times$  ۵ پنچ کی چار تختیوں سے بنی ہوئی (شکل ۳۷)  
 مطلوب ————— ۷۷



شکل ۳۷

معیاری تراشوں کی جدولوں سے I شہتیروں کے لیے یہ مواد حاصل ہوتا ہے: —

$$۱۳۵۳ = \text{ہر ایک کا رقبہ}$$

$$۴۴۰۵۵ = \text{ف} = ۷۷$$

$$\text{ہر ایک کو کی اوسط موٹائی} = ۵۹۸ \text{ پنچ}$$



پوری تراش کا آ (ریوٹوں سے قطع نظر کر کے)۔

$$۸۸۱ = \text{آ دو I شہتیروں کا} = ۲۴۰.۵۵ \times ۲ = ۴۸۰.۱۰$$

$$۴۵۸ = \text{آ دو جو تختیوں کا مرکز ہندسی کے گرد} = \left(\frac{۵}{۱۳}\right) \times ۱۲ \times ۲ = ۹۲.۳۰$$

$$\text{ب} \times \text{ف} = \text{آ دو جو تختیوں کے لیے} = \left(\frac{۲}{۵۹۲۵}\right) \times ۵ \times ۱۲ \times ۲ = ۲۰.۳۵$$

$$۲۹۲۰.۵۸ = \text{مجموعہ}$$

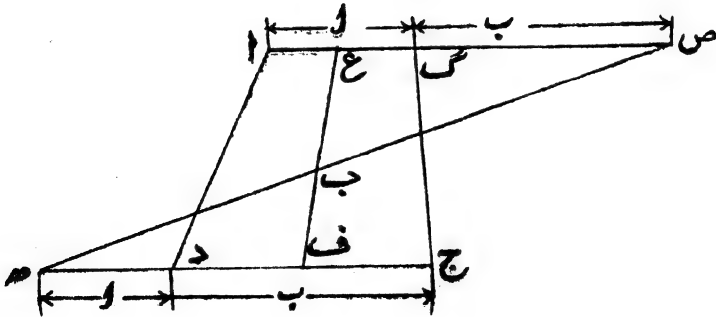
ریوٹوں کا لحاظ (ریوٹ کا آ اس کے مرکز ہندسی کے گرد نظر انداز کرتے ہوئے)۔

$$۱۵۴۰.۴ = \frac{۴}{۵} \times (۵۶۹۸ + \frac{۵}{۸} \times ۲) = \text{ہر ایک سوراخ کا رقبہ}$$

$$۴۵۲۴۶ = \text{مرکز ہندسی کا فاصلہ لا سے}$$

$$۳۶۰.۵۸ = \text{ریوٹوں کا آ} = \left(\frac{۲}{۴۵۲۴۶}\right) \times ۱۵۴۰.۴ \times ۲ = ۶۷$$

$$\underline{۲۵۶۰} = ۳۶۰.۵۸ - ۲۹۲۰.۵۸ = \text{خالص آ}$$



شکل ۳۸ - منوف کا مرکز ہندسی

(۷) ساختہ تراشیں — تقریبی طریقہ — ساختہ تراشوں

کے معیارِ جہود کو تقریبی طور پر اس طرح معلوم کیا جاسکتا ہے کہ I شہتیروں یا نابالوں کے معیارِ جہود میں تختیوں کے ب × ف<sup>۲</sup> میں جمع کیا جائے جس میں ب کے لیے تختیوں کا خالص رقبہ لیا جائے اور ف تختیوں کے ایک سٹ کے مرکز کا فاصلہ لایا ہے۔

گزشتہ مثال ہی کی تراش پر اس طریقہ کا استعمال کریں تو آٹھ حسب ذیل حاصل ہوگا:۔

$$\text{آٹھ I شہتیروں کا } ۸۸۱ = ۴۴.۵۵ \times ۲ =$$

$$\text{ب} \times \text{ف}^۲ \text{ تختیوں کا } = ۲ \times \frac{۵}{۸} \times (۱۴ - ۲ \times \frac{۷}{۸}) \times (۷۶۲۵) = ۱۷۸۱$$

مجموعی آٹھ کی تقریبی قیمت = ۲۶۶۲ پنچ اکائی

منحرف کے مرکز ہندسی کے لیے ساخت — منحرف کا

مرکز ہندسی معلوم کرنے کے لیے ذیل کا ترسیبی عمل چنائی کی تیمروں میں کارآمد ثابت ہوگا۔

فرض کرو کہ ا د ج گ ایک منحرف ہے (شکل ۳۷) متوازی اضلاع

ا گ اور ج د کی تنصیف ع اور ف پر کرو اور ع ف کو ملاؤ۔

ا گ کو ص تک خارج کر کے ع ص کو د ج کے طول ب کے

مساوی بناؤ اور ج د کو ص تک خارج کر کے دھ کو ا گ کے طول و

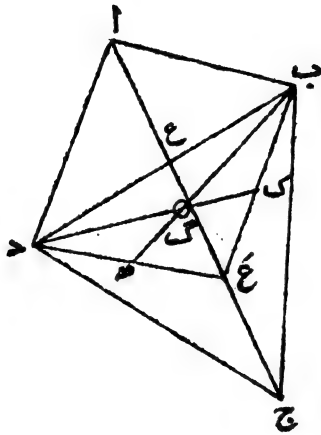
کے مساوی بناؤ۔

دھ ص کو ملاؤ اور فرض کرو کہ یہ ع ف کو ب پر قطع کرتا ہے۔

تب ب منحرف کا مطلوبہ مرکز ہندسی ہوگا۔

ذو اربعۃ الاضلاع کے مرکز ہندسی کے لیے ساخت —

فرض کرو کہ کسی ذواربعۃ الاضلاع کے وتروں ۱ ج اور ۲ ج کا نقطہ تقاطع ع ہے (شکل ۳۹)۔ ج سے ۱ ج پر ج غ مساوی ۱ ع کے بناؤ اور د غ اور ب غ کو ملاؤ۔ تب ذواربعۃ الاضلاع کا مرکز ہندسی وہی ہوگا جو مثلث ب ع د کا ہے۔  
∴ ب غ اور ع د کی تنصیف ک اور ہ پر کرو اور د ک اور ب ہ کو ملاؤ۔ تب ان کا نقطہ تقاطع گ مطلوبہ مرکز جاذبہ ہوگا۔

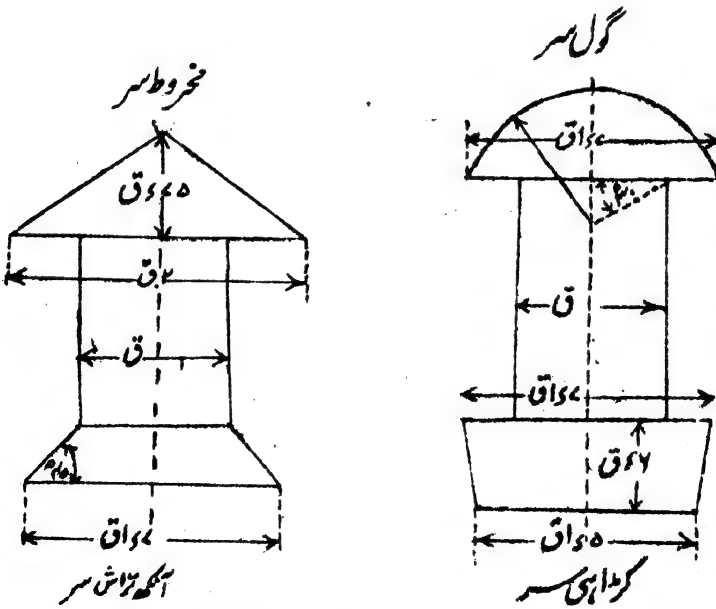


شکل ۳۹۔ ذوالربعۃ الاصلیٰ کا مرکز بندی

# چوتھا باب

## ریوٹ دار جوڑ اور راسے

ریوٹوں کے سروں کی شکلیں — ریوٹوں کے سروں کی سب سے زیادہ کثیر الاستعمال شکلیں اور ان کے معمولی تناسب اشکال عامہ میں دکھائے گئے ہیں۔



شکل ۴۴۔ ریوٹوں کے سروں کی شکلیں

تعمیری کاموں میں گول سروالے (Snap headed) ریوٹ سب میں زیادہ استعمال ہوتے ہیں لیکن جہاں ضروری ہو وہاں تختی کی سطح سے اُچھا کر کے روکنے کے لیے آنکھ تراشے ریوٹ (Countersunk rivets) بھی استعمال ہوتے ہیں۔ گول سروالے میں ریوٹ کا طول قطر کا تقریباً  $\frac{1}{4}$  اگنا ہوتا ہے۔ عملاً دستور یہ ہے کہ سرد حالت میں ریوٹ کا قطر سوراخ کے قطر سے  $\frac{1}{16}$  انچ کے بقدر کم ہو لیکن حسابات میں عموماً ریوٹ کا قطر وہی لیا جاتا ہے جو سوراخ کا ہوتا ہے۔

ریوٹوں کا قطر — آنون (Unwin) کا ضابطہ یہ ہے کہ ریوٹ کا قطر =  $\frac{1}{16} \sqrt{A}$  جہاں  $A$  میں سب میں پتلی تختی کی موٹائی ہے لیکن تعمیری کاموں میں یہ قاعدہ بہت کم اختیار کیا جاتا ہے۔ عملاً جہاں کہیں ممکن ہو  $\frac{1}{8}$  یا  $\frac{1}{4}$  کا ریوٹ استعمال کیا جاتا ہے اور بہتر یہی ہے کہ کسی ضابطے سے قطر کو تختی کی موٹائی کی رقوم میں حاصل نہ کیا جائے۔ بعض ماہرین  $\frac{1}{8}$  والی تختی کے لیے  $\frac{1}{4}$  کا ریوٹ  $\frac{1}{4}$  والی کے لیے  $\frac{1}{2}$  اور  $\frac{1}{2}$  کے لیے  $\frac{3}{4}$  استعمال کرتے ہیں۔ انچ سے بڑے قطر کے ریوٹوں کو ہاتھ سے ٹھونکنا مشکل ہے۔

جوڑوں کی قسمیں — (۱) آغوش جوڑ اور الصاقی

جوڑ — آغوش جوڑ میں تختیاں ایک دوسری پر چڑھ جاتی ہیں جیسا کہ شکل ۴۲ میں دکھایا گیا ہے۔ جوڑ کی اس قسم میں نقص یہ ہے کہ کھینچ کا خط ایسا ہوگا کہ اس سے غماؤ کے زور پیدا ہونگے جن کا اقتضا جوڑ کی شکل بگاڑ دینے کا ہوگا جیسا کہ دکھایا گیا ہے۔

الصاقی جوڑ میں تختیوں کے کنارے آکر بھڑ جاتے ہیں اور ان کے اوپر اور نیچے ڈھکن تختیاں لگائی جاتی ہیں جیسا کہ دکھایا گیا ہے۔ ڈھکن تختی کی موٹائی اصلی تختیوں کی  $\frac{1}{2}$  ہوتی ہے۔ جوڑ کی اس قسم میں کھینچ مرکزی ہوتی ہے اور اس طرح غماؤ کے زور نہیں پیدا ہوتے۔

واحد ڈھکن تختی کے جوڑ میں جو کہ آغوش جوڑ اور الصاقی جوڑ کی ایک آمیزش ہے خاؤ کے زور پیدا ہوتے ہیں جو جوڑ کی شکل بگاڑنے کا اقتضا رکھتے ہیں جیسا کہ دکھایا گیا ہے۔  
اوپر کے بیان سے ظاہر ہے کہ جہاں کہیں ممکن ہو الصاقی جوڑ اختیار کرنا چاہیے۔

(ب) زنجیری ریوٹ کاری اور کچ حج یا لہریا ریوٹ کاڈ جوڑ میں ریوٹوں کی مختلف قطاروں کو زنجیری (Chain) شکل میں یا لہریا (zigzag) شکل میں ترتیب دیا جاسکتا ہے جیسا کہ اسکا شکل ۳۳ و ۳۴ میں دکھایا گیا ہے۔ جیسا کہ ہم آگے چل کر دکھائیں گے۔ لہریا قسم زیادہ باکفایت ہوتی ہے اور جہاں کہیں ممکن ہو یہی استعمال کی جائے۔

ریوٹ دار جوڑ کی ناکارگی کے طور — ریوٹ دا

جوڑ ذیل کے اطوار میں سے کسی ایک طور پر ناکارہ ہو سکتا ہے :-

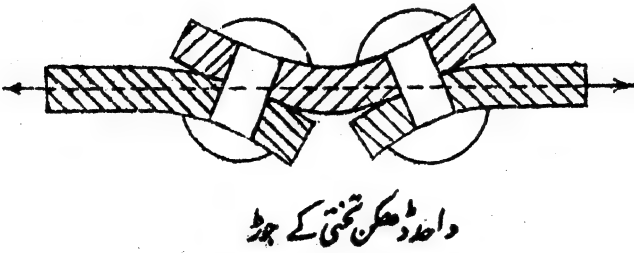
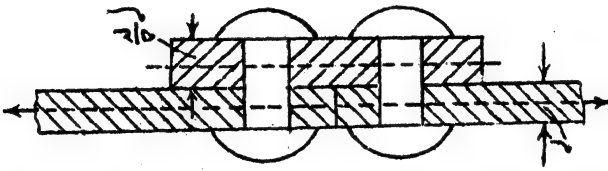
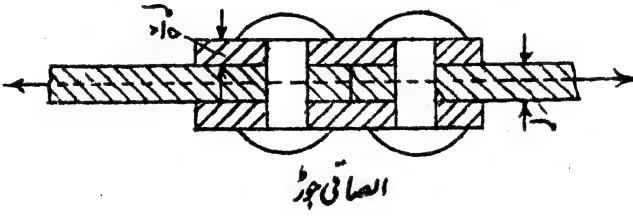
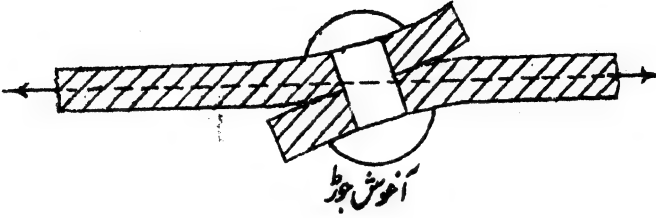
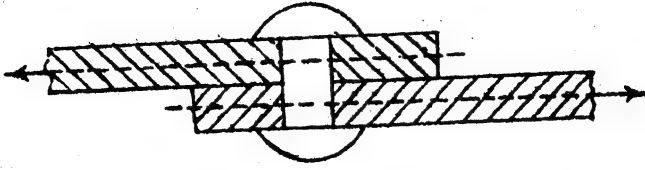
- (۱) تختی کے پھٹ جانے سے۔
- (۲) ریوٹوں کے کترے جانے سے۔
- (۳) ریوٹوں کے کچیلے جانے سے۔
- (۴) تختی کے کنارے کے چر جانے سے۔
- (۵) تختی کے کترے جانے سے۔

شکل ۳۵ میں ناکارگی کے ان اطوار کو دکھایا گیا ہے۔

(۴) اور (۵) کی رعایت ذیل کے قاعدے سے رکھی جاتی ہے :-  
ریوٹ کے مرکز سے تختی کے کنارے تک اقل فاصلہ ۲ ق رکھا جاتا ہے جہاں ق ریوٹ کا قطر ہے۔

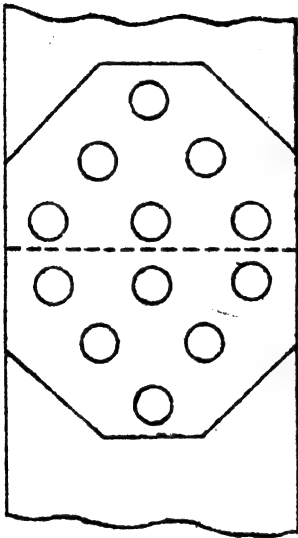
اگر اس قاعدے کی پابندی کی جائے تو جوڑ کی ناکارگی ہمیشہ (۱) (۲) (۳) میں سے کسی ایک طور پر ہوگی۔

کسی جوڑ کی تجویز میں مد نظر یہ امر رہنا چاہیے کہ ناکارگی کے مختلف

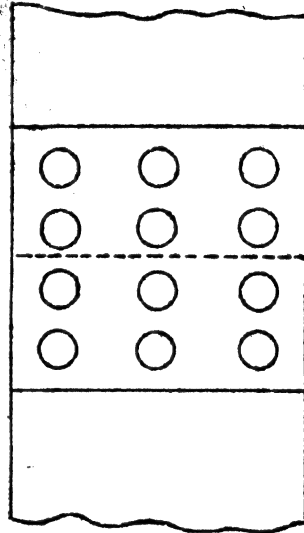


شکل ۱۱۲ - ریوٹ دار جوڑوں کی قسمیں

اطوار میں سے ہر ایک طور کے لیے مساوی قوت درکار ہو۔  
 اب ہم ناکارگی کے مختلف اطوار پر تفصیل کے ساتھ غور کریں گے۔ ہر صورت  
 میں تختی کی ایک پٹی پر غور کیا جائیگا جس کا عرض ریوٹوں کی گھائی کے مساوی ہو۔  
 (۱) تختی کا پھنداؤ — اس صورت میں عرض جس پر ناکارگی  
 واقع ہوگی (گ-ق) ہوگا اور چونکہ تختی کی موٹائی م ہے اس لیے شکستگی  
 کا رقبہ = (گ-ق) م



شکل ۲۲۔ کچ یا لہریا ریوٹ کاری



شکل ۲۳۔ زنجیری ریوٹ کاری

اس لیے اگر نت مادے کا بے خطی تنش زور ہو تو بے خطر پوچھ جو  
 جوڑ برداشت کر سکیگا، یہ ہوگا: —

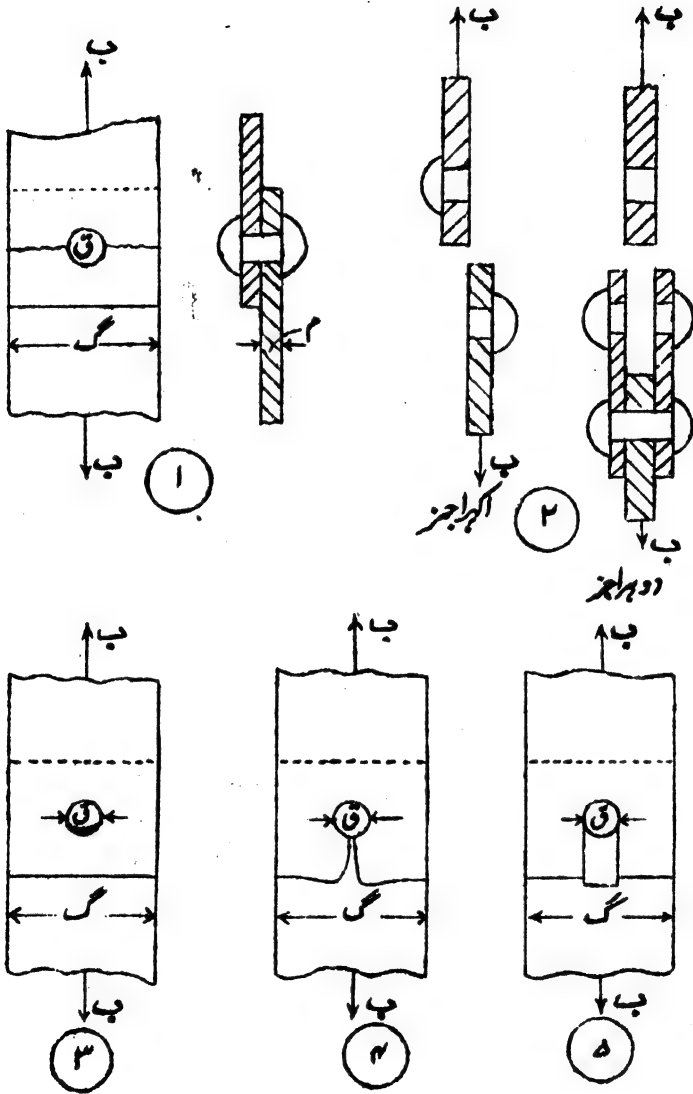
$$\text{ب} = \text{نت (گ-ق) م} \dots\dots\dots (۱)$$

(۲) دلیلی ٹوں کا کتنا اجانا۔

$$\text{اکہرے جز کی صورت میں، کترا ہوا رقبہ} = \frac{\pi}{4} \text{ ق}^2$$

$$\text{دوہرے} = \dots\dots\dots \frac{\pi}{2} \text{ ق}^2$$





شکل ۲۵

[نوٹ۔ مجلس تجارت کا ایک قانون یہ ہے کہ دوہرے جز میں رقبہ  
 $\frac{1}{2} \pi r^2$  لیا جائے لیکن تعمیری کاموں میں اس قانون کی ہر جگہ پابندی نہیں  
 کی جاتی۔]

اس لیے اگر ریلوے کے مادے کے لیے بے خطر جزی زور نہ ہو تو  
 ریلوے کے جز کے لحاظ سے جوڑ پر بے خطر قوت اکہڑ اور دوہرے جز کے  
 لیے یہ ہوگی :-

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{ب} = \frac{1}{2} \pi r^2 \times \text{نچ} \\ \text{ب} = \frac{1}{2} \pi r^2 \times \text{نچ} \end{array} \right. \dots \dots \dots (۲)$$

(۳) دیوٹوں کا کچلا جانا۔ اس صورت میں کچلا جانے والا رقبہ (جس  
 کو مسندی رقبہ بھی کہتے ہیں) ریلوے کے قطر ضرب تختی کی موٹائی کے مساوی لیا جا  
 یعنی  $ق \times م$ ۔ اس لیے اگر ریلوے کے مادے پر بے خطر مسندی زور نہ ہو تو  
 مسند کے لحاظ سے جوڑ پر بے خطر قوت یہ ہوگی :-

$$\text{ب} = \text{نم} \times \text{ق} \times \text{م} \dots \dots \dots (۳)$$

نچ اور زنج کی قیمتیں وہ لی جاسکتی ہیں جو باب ۲ میں دی گئی ہیں۔

نم کی قیمت نرم فولاد کے لیے ۱۰ اٹن فی مربع انچ اور پٹاں لوتہ کے  
 لیے ۸ اٹن فی مربع انچ لی جاسکتی ہے۔ یہ مقادیر معمولی فشار سے زیادہ ہیں اور  
 تجربات کے ذریعے حاصل کی گئی ہیں۔

تعمیری کاموں میں جوڑ کی مضبوطی مسند میں جز سے اکثر کم ہوگی  
 کیونکہ تختیوں کی موٹائی ریلوے کے قطر سے عموماً کم ہوتی ہے۔

جوڑ کی استعداد — جوڑ کی استعداد نسبت فیصدی ہے

جو جوڑ کی اقل مضبوطی کو ٹھوس جوڑ کی مضبوطی سے ہو یعنی

$$\text{استعداد} = \text{ع} = \frac{\text{جوڑ کی اقل مضبوطی}}{\text{گھوس سختی کی مضبوطی}}$$

عدادی مثالیں۔ ذیل کی عددی مثالوں سے ریوٹ دار جوڑوں کے حسابات واضح ہو جائیں گے۔

(۱) ایک پل میں ایک بندھن سلاخ ایک چھٹی فولادی سلاخ کی ہے جس کی چوڑائی ۹ انچ، اور موٹائی ۱/۲ انچ ہے۔ اس میں ایک دوہرا الصاقی جوڑ لگانا ہے۔ ریوٹوں کا نقطہ اور ان کی تعداد حاصل کرو اور رخا کئے بنائے جن سے ریوٹوں کی مناسب گھائی اور ترتیب معلوم ہو۔ (بی۔ ایس سی۔ لندن)

آؤن کے ضابطے سے  $ق = ۱۵۲$ ،  $م = ۱۵۳۴$  انچ۔ لیکن عملیہ بہت زیادہ ہے اس لیے  $ق = ۱$  انچ لو۔

فرض کرو کہ ریوٹ لہریا طور پر ترتیب دیے گئے ہیں۔ تب جوڑوں کی مضبوطی بیرونی ریوٹ کے سوراخ میں سے پھٹ جانے کے لحاظ سے

$$۴(۱-۹) \times \frac{۵}{۸} = ۴۰ \text{ ٹن ہوگی۔}$$

$$\text{ایک ریوٹ کی جزی مضبوطی} = ۵ \times \frac{۲}{۸} \times (۱) = ۱.۲۵ \text{ ٹن}$$

$$\therefore \text{جز کے لیے ریوٹوں کی مطلوبہ تعداد} = \frac{۴۰}{۱.۲۵} = ۳۲ \text{ فرض کرو۔}$$

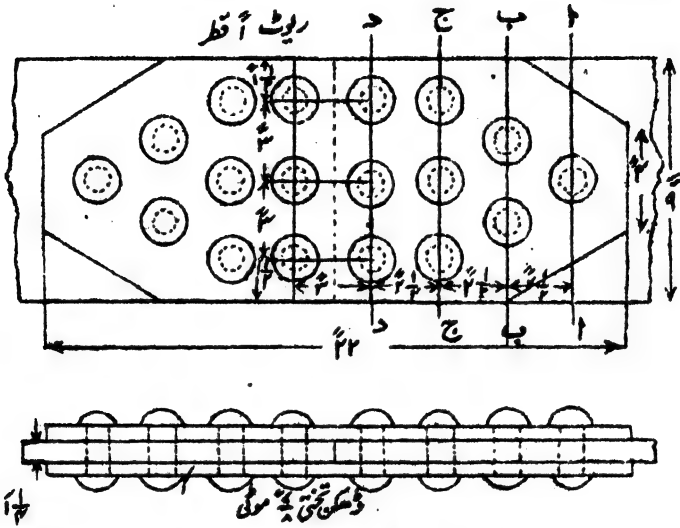
$$\text{ایک ریوٹ کی مستند مضبوطی} = ۱۰ \times ۱ \times \frac{۵}{۸} = ۶.۲۵ \text{ ٹن}$$

$$\therefore \text{مستند کے لیے ریوٹوں کی مطلوبہ تعداد} = \frac{۴۰}{۶.۲۵} = ۶ \text{ فرض کرو}$$

$\therefore$  ۹ ریوٹ مستند کے لیے بہت کافی ہوں گے۔

اس طرح جوڑ شکل ۲۴ کی طرح ترتیب دیا جائیگا۔ مرکزی دو قطاریں

## زنجیری شکل میں (Chain-riveted) ہونگی۔



شکل ۲۶

اب ہم اس جوڑ کی مضبوطی ناکارگی کے مختلف اطوار کے لحاظ سے

دیکھینگے۔

اگر تختی خط ۱۱ پر پھٹے تو اس کے لیے زور کی بے خطر حد جیسا کہ ہم

دکھا چکے ہیں، ٹن ہوگی۔

اب فرض کرو کہ تختی ب ب پر پھٹتی ہے اور ۱۱ کا ریوٹ کتر

جاتا ہے۔

$$\text{خط ب کی مضبوطی} = \frac{5}{8} \times (2-9) \times 6 = 41525 \text{ ٹن}$$

اور ایک ریوٹ کی مضبوطی = ۶۸۵ ٹن

$$\therefore \text{ب ب پر ناکارگی کے خلاف مجموعی مضبوطی} = 41525 + 685 = 42210 \text{ ٹن}$$

اب فرض کرو کہ تختی ج ج پر پھٹتی ہے اور باہر کے تین ریوٹ کتر جاتے ہیں۔

$$\text{خط ج کی مضبوطی} = \frac{5}{8} \times (3-9) \times 6 = 5250 \text{ ٹن}$$

تین ریوٹوں کی مضبوطی = ۲۳۵۵ ٹن

$$\therefore \text{ج ج پر ناکارگی کی مزاحمت} = 5250 + 2355 = 7605 \text{ ٹن}$$

اب فرض کرو کہ ڈھکن تختیاں د د پر پھٹی ہیں۔

$$\text{یہ مضبوطی} = 4 \times 2 \times (3-9) \times \frac{1}{4} = 35 \text{ ٹن}$$

اس سے معلوم ہوتا ہے کہ سب میں کم زور تراش ب ب ہے۔

$$\therefore \text{جوڑ کی استعداد} = \frac{\text{جوڑ کی اقل مضبوطی}}{\text{ٹھوس تختی کی مضبوطی}}$$

$$858 = \frac{4951}{4 \times \frac{5}{8} \times 9} = \frac{6951}{4 \times \frac{5}{8} \times 9}$$

اگر لہریا ریوٹ کاری کی بجائے زنجیری ریوٹ کاری

اختیار کرتے جس میں تین تین ریوٹوں کی تین قطاریں رکھتے (اس طرح اقل ریوٹ ۹ ہوتے) تو اقل مضبوطی  $4 \times \frac{5}{8} \times (3-9) = 525$  ٹن ہوتی اور

$$\text{جوڑ کی استعداد} = \frac{525}{4 \times \frac{5}{8} \times 9} = 666 \text{ فی صد}$$

اگر زنجیری ریوٹ کاری کے دو دو ریوٹوں کی چار قطاریں ہوتیں (اس طرح

کل ۸) تو اقل مضبوطی  $4 \times \frac{5}{8} \times (2-9) = 4125$  ٹن ہوتی اور

$$\text{جوڑ کی استعداد} = \frac{4125}{4 \times \frac{5}{8} \times 9} = 666 \text{ فی صد}$$

اس سے معلوم ہوتا ہے کہ لہریا ریوٹ کاری زنجیری ریوٹ کاری سے

زیادہ با استعداد اور اس طرح زیادہ با کفایت ہوتی ہے۔

(۲) ایک دو قطاری آغوش جوڑ د پ اچھ موٹی فولادی

تختیوں کو فولادی ریوٹوں سے جوڑنے کے لیے جتنی بڑی تختیوں

کی تشقی مضبوطی سو راخ کرنے سے پہلے ۳۰ ٹن فی مربع اچھ ریوٹوں

کی جزی مضبوطی ۲۲ ٹن فی مربع اچھ، اور فولادی تشکاری

مضبوطی ۲۳ ٹن فی مربع اچھ ہے۔ جوڑ کی استعداد معلوم کرو۔

(اے۔ ایم۔ آئی۔ سی۔ ای)

۱/۴ پانچ کی تختی کے لیے انہوں کے ضابطے سے

$$ق = ۱۵۲، ۱۵۵ = ۵۸۵ یا ۱/۴ پانچ لو$$

جوڑ دو قطاری آغوش جوڑ ہے اس لیے گھائی کے مساوی عرض میں دو ریلوٹ اکہڑے جن میں ہونگے۔

∴ پھٹنے کے خلاف مضبوطی فی گھائی = نی (رگ - ق) م

$$(۱) \dots\dots\dots = ۳۰ (رگ - ق) \times \frac{۱}{۴} = ۱۵ (رگ - ق) \dots\dots\dots (۱)$$

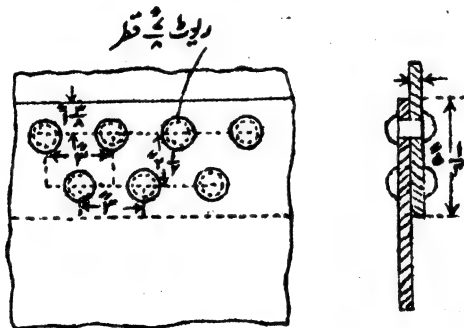
∴ کرتے جانے کے خلاف مضبوطی فی گھائی = نی  $\frac{۲}{۳} ق$

$$(۲) \dots\dots\dots \left(\frac{۴}{۸}\right) \times \frac{۲}{۳} ق \times ۲۵ = ۲۸۵۹ ٹن$$

اگر یہ مساوی ہوں تو ۱۵ (رگ - ق) = ۲۸۵۹

$$۸ + \frac{۲۸۵۹}{۱۵} = رگ$$

$$۲۵۸۰ = ۱۵۹۳ + ۵۸۰ = ۲۵۸۰ یا کہو ۳ پانچ$$



شکل ۲۷

۲۸۵۹ ٹن کی قوت سے مسندی زور یہ ہوگا:—

$$۳۳ ٹن فی مربع پانچ = \frac{۲۸۵۹}{۲ \times \frac{۱}{۴} \times \frac{۴}{۸}}$$

کیونکہ ایک ریوٹ کا مسندی رقبہ  $= \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$ ،  $\therefore ۳۳۷ = ۳۳۷ \times \frac{1}{16}$  مربع انچ  
یہ ۳۳ ٹن فی مربع انچ کے جائز زور سے کم ہے اس لیے معلوم ہوا  
کہ ریوٹ کا قطر اس سے بڑا لینے سے کفایت ہوگی لیکن عملاً اکثر صورتوں میں  
۱/۴ انچ کا قطر زیادہ موزوں ہے۔

جوڑ کی استعداد اس صورت میں حسب ذیل ہوگی :-

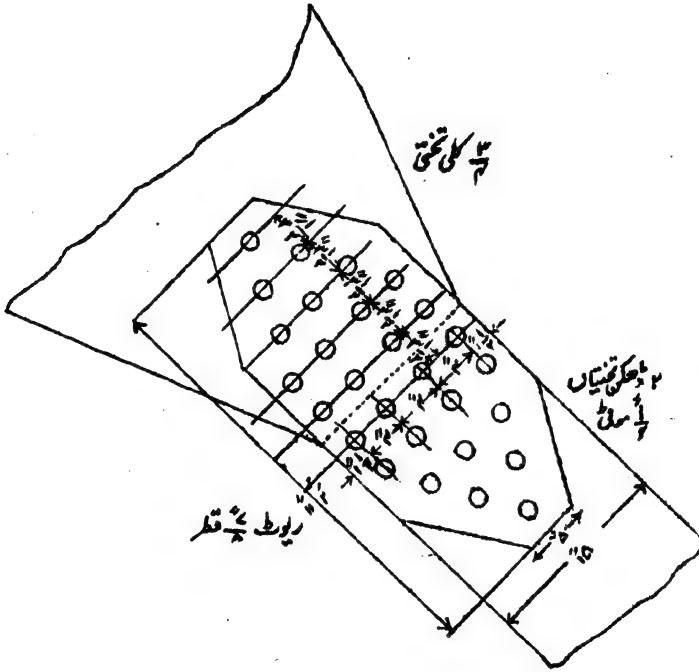
$$\text{فی صد} \quad ۶۴۶۲ = \frac{۲۸۶۹}{۳۵} = \frac{۲۸۶۹}{\frac{1}{4} \times ۳ \times ۳۰}$$

جوڑ شکل ۳۷ کے مطابق ہوگا۔

(۳) ایک پُل کی فِلا دی تختی کی بندھن سلاخ پر صرف ۷۵۰ بوجھ  
کی وجہ سے ۱۶ ٹن کا تناؤ پڑتا ہے اور زندہ بوجھ کی وجہ سے زور  
۳۶ ٹن کے تناؤ سے ۱۰ ٹن کے فشار تک بدلتا ہے۔ بندھن سلاخ کی  
موٹائی ۳ انچ ہے اور اس کو ایک گہ ڈر کی جانبی تختی سے ایک  
۳ انچ کُلی تختی اور دھڑے ڈھکنے کے الصاقی جوڑے کے ذریعہ  
جوڑنا ہے۔ موزوں کامی زور انتخاب کرو اور ریوٹوں کو اس طرح  
ترتیب دے کر کہ بندھن سلاخ صرف ایک ریوٹ کی تراش  
کے بقدر کام زور ہو جوڑ کو ترتیب دو۔ (بی۔ ایس سی۔ لندن)۔  
اس صورت میں اعظم بوجھ  $= ۱۶ + ۳۶ = ۵۲$  ٹن اور  
اقل بوجھ  $= ۱۰ - ۱۶ = ۶$  ٹن  
یوں حادثہ دہراش کا ضابطہ استعمال کرنے سے :

$$\text{کامی زور} = \frac{ز}{۱۵۵} \left( ۱ + \frac{\text{اقل زور}}{۲ \times \text{اعظم زور}} \right)$$

$$۵۴۰.۵ ز = \frac{ز}{۱۵۵} \left( ۱ + \frac{۶}{۱۰.۴} \right)$$



شکل ۲۸

اس سے تفتشی زور ۳۹۴ یا کہو ۵ ٹن فی مربع انچ جزی زور ۳۵۲ یا کہو ۳۵ ٹن فی مربع انچ، اور مسندی زور ۵ ٹن فی مربع انچ حاصل ہوتا ہے۔  
 آفون کے ضابطے سے  $۵۲۱.۵۵ = ۵۴۰.۵ ز = ۵.۴$  پانچ لیکن علی  
 وجہ سے عموماً پانچ اختیار کیا جائیگا۔  
 اب ہم کو بندھن سلاح کا ضروری عرض معلوم کرنا ہے۔ فرض کرو کہ  
 یہ عرض ہے۔



تب (ض -  $\frac{4}{8}$ )  $\times \frac{3}{7}$  معادل تراشی رقبہ ہوگا۔

∴ (ض -  $\frac{4}{8}$ )  $\times \frac{3}{7} \times 5 \times 52$  ٹن کے اعظم تناؤ کے مساوی

ہونا چاہیے۔

$$\therefore (ض - \frac{4}{8}) = \frac{2 \times 52}{5 \times 3} = 13589$$

$$\therefore ض = 13589 + 5845 = 19434 \text{ کھو } 15 \text{ انچ}$$

ایک ریوٹ کی مضبوطی دوہرے جز میں

$$= \frac{\pi^2}{7} \times (\frac{4}{8})^2 \times 2522 = 1253$$

$$\therefore \text{جز کے لیے ریوٹوں کی مطلوبہ تعداد} = \frac{52}{1253} = 1253$$

ہم ۴ ریوٹ استعمال کریں گے کیونکہ ان سے بہترین ترتیب حاصل

ہوتی ہے۔

$$\text{مسند میں ایک ریوٹ کی مضبوطی} = \frac{3}{7} \times \frac{4}{8} \times 4 = 1258 \text{ ٹن}$$

∴ ۱۲ ریوٹ مسند کے لیے بہت کافی ہونگے۔

اس طرح جوڑ شکل ۱۲ کی طرح ترتیب دیا جائیگا۔ اس طرح کے جوڑوں میں اس کی بہت اہمیت ہے کہ ریوٹوں کا خط مرکز بندھن سلاخ کے مرکزی خط پر منطبق ہونا چاہیے ورنہ سلاخ میں کھینچ خارج المرکز ہوگی۔ اس لیے اس قسم کے جوڑوں میں ریوٹوں کو ہمیشہ بندھن سلاخ کے مرکزی خط کے لحاظ سے متساوی ترتیب دینا چاہیے۔

(۴) ایک فولادی کھم کے قاعدے پر کھم کی لگی ہوئی

کلی تختیوں وغیرہ کے لیے ریوٹوں کی ضروری تعداد معلوم کرو۔  
کھم پر بوجھ ۵۰ ٹن کا پڑتا ہے۔ ریوٹوں کا قطر ۱۲ انچ ہے اور

تختی کی موٹائی  $\frac{1}{4}$  انچ ہے۔

یہاں جس قسم کے قاعدے کا ذکر کیا گیا ہے وہ شکل ۱۵ میں دکھایا گیا ہے۔ ایسی صورتوں میں ریوٹوں کو اس طرح تجویز کرنا ہوتا ہے کہ وہ پورا بوجھ برداشت کر سکیں [اگر کلی تختیاں اور زاویے لگے ہوئے کم کے سرے کو رندہ کر دیا گیا ہو تو عموماً اس کو کافی سمجھا جاتا ہے کہ ریوٹوں کو صرف ۶۰ فیصدی بوجھ کے لیے تجویز کیا جائے] تاکہ اگر قاعدے کی تختی پر کم خود ٹھیک ٹھیک نہ بیٹھے تو ریوٹ بوجھ کو عہدگی کے ساتھ منتقل کر سکیں۔

ایک ریوٹ کی مضبوطی اکہرے جز میں  $= \frac{\pi}{4} \times \left(\frac{1}{4}\right) \times 5 = 0.98$   
مسند میں  $= \frac{1}{4} \times 10 \times \frac{1}{4} = 0.625$   
∴ ریوٹوں کی ضروری تعداد  $= \frac{150}{0.625} = 240$  تقریباً

### ریوٹ دار جوڑوں کے متعلق چند عملی امور

ریوٹوں کے سوراخ چھید نا اور برمانا۔ اس ملک (یعنی انگلستان) میں تخصیص ناموں میں یہ لکھنے کا طریقہ بہت عام ہے کہ ریوٹوں کے سوراخ ٹھوس تختی میں برمائے جائیں۔ چھیدنے کا عمل سوراخ کے نواح میں تختی کے مادے کو کسی قدر نقصان پہنچاتا ہوا پلایا گیا ہے اس لیے عموماً اس سے منع کیا جاتا ہے۔ برمائے ہوئے سوراخوں کے مقابلے میں چھیدے ہوئے سوراخ کسی تعمیر مثلاً ایک تختی دار گرڈر کو کس حد تک کم زور کرتے ہیں اس امر کی غالباً پوری تحقیق نہیں ہوئی حالانکہ عملی نقطہ نظر سے یہ بالکل ضروری ہے کیونکہ سوراخ برمائے میں لاگت زیادہ آتی ہے۔ حال میں کئی مشینوں میں اور سوراخوں کو صحیح گہائی پر بنانے کے ذرائع میں بہت کچھ اصلاح ہوئی ہے اور اگر برمائے کی لاگت کا اور اس کی وجہ سے مال کی تیاری میں جو تاخیر واقع ہوتی ہے اس کا لحاظ رکھا جائے تو ہمارا خیال ہے کہ اکثر صورتوں میں چھید ناجائز رکھا جاسکتا ہے۔ اس مسئلے کا ایک عمدہ حل یہ ہو گا کہ سوراخوں کو مطلوبہ قطر سے  $\frac{1}{4}$  تا  $\frac{1}{2}$  انچ چھوٹا چھیداجائے اور پھر اس کو مطلوبہ

قطر تک روزن کشا کیا جائے۔

اور اس ترشی ہوئی دھات کو نکال دیا جائے۔ لیکن اس میں معمولی چھیدنے کے عمل سے زیادہ لاگت آتی ہے۔ چھیدنے کے عمل سے سوراخ کے فواح میں جو کمزوری پیدا ہوتی ہے اس کی رعایت کا ایک طریقہ جسے ہم قابل ترجیح سمجھتے ہیں یہ ہے کہ تختی کے پھٹاؤ یا تنشی مضبوطی کا حساب کرتے وقت سوراخ کے قطر میں پانچ جمع کیا جائے۔ اس سے تختی کی جسامت میں بہت خفیف اضافہ ہوتا ہے اور تیاری کی لاگت میں بہت کفایت ہوتی ہے۔ البتہ اس کا خیال بہت احتیاط کے ساتھ رکھنا چاہیے کہ سوراخوں کی گھائی صحیح ہوتا کہ جب اجزا جوڑے جائیں تو سوراخ سے سوراخ اچھی طرح مل جائیں اور بہت زیادہ ترمیم کی ضرورت نہ ہو۔ اکثر چوڑوں کے ناقابل اطمینان ہونے کی وجہ چھیدنے کے عمل سے دھات کے کمزور ہونے سے زیادہ یہ ہوتی ہے کہ سوراخوں کے ٹھیک ٹھیک مطابق نہ ہونے کی وجہ سے ریوٹ سوراخوں کو پورا بھر نہیں دیتے۔

ریوٹ دارچوڑوں میں تختیوں کے درمیان خاصی رگڑ ہوتی ہے لیکن مضبوطی کے حسابات میں اس سے فائدہ نہیں اٹھایا جاتا۔

ریوٹوں کی گھائی اور فصل بندی — عام طور پر یہ قید

لگا دی جاتی ہے کہ ریوٹوں کی گھائی ۶ اینچ سے اسب میں پہلی تختی کی موٹائی کے ۱۶ گنے سے زیادہ نہ ہو اور اس سے غرض یہ ہے کہ تختیوں کے بیچ میں رطوبت داخل ہو کر اور زنگ پیدا کر کے تختیوں کو پھلاندے اور یہ کہ فشاری ارکان کی صورت میں مقامی خمیدگی نہ پیدا ہو۔ مجوز کو یہ یاد رہے کہ گھائی ۳ اینچ یا اس سے بقدر نصف اینچ کے اضعاف کے زیادہ ہونی چاہیے۔ کسروں سے احتراز کیا جائے سوائے اس صورت کے کہ یہ بالکل ضروری ہوں۔ جہاں تک کفایت اجازت ہے ایک تعمیر میں ایک ہی گھائی اختیار کرنی چاہیے اور اکثر صورتوں میں گرڈروں وغیرہ کے کاموں میں ۴ اینچ کی گھائی استعمال کرنی چاہیے سوائے ان صورتوں کے جن میں خصوصی حالات کی وجہ سے کوئی دوسری گھائی رکھنا پڑے۔ تختی دار

گرڈروں کے ریوٹوں کی ترتیب سے ہم مفصل بحث باب ۸ میں کریں گے کیونکہ اس صورت میں ریوٹ بالکل ان ہی طریقوں کے مطابق نہیں تجویز کیے جاتے جو کہ یہاں درج کیے گئے ہیں۔



زاویہ

ٹی تراشیں  
شکل ۴۹

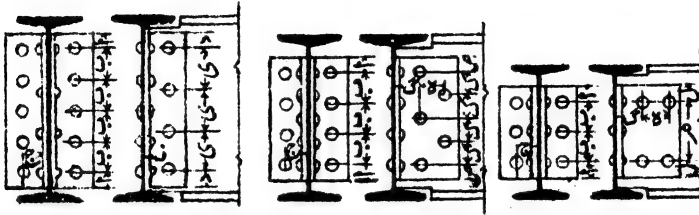
نالیان I شہتیر

بیلی تراشوں میں ریوٹوں کی معیاری فصل بندی

۱. T اور ایسی ہی دوسری تراشوں میں ریوٹوں کی فصل بندی اس کے ساتھ کی جدول کے مطابق رکھی جاسکتی ہے۔ یہ جدول ریڈ پاتھ، براؤن اینڈ کمپنی ایمینٹ کی تراشوں کی کتاب سے لی گئی ہے۔ ان تراشوں کے متعلق یہ یاد رکھنا چاہیے کہ نظریہ کی رو سے ریوٹوں کا خط مرکز تراش کے مرکزی خط پر آنا چاہیے لیکن اکثر صورتوں میں یہ عملاً ناممکن ہے۔ جن صورتوں میں یہ تراشیں بندھن یا داب روک کے طور پر استعمال کی جائیں (خصوصاً داب روک) ان میں یاد رہے کہ بوجھ کسی قدر خارج مرکز ہونے اور اس طرح محسوبہ تراش سے کسی قدر بھاری تراش درکار ہوگی۔

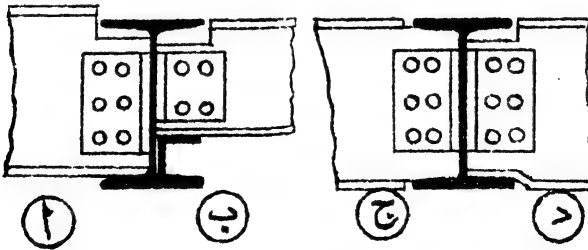
I شہتیروں کے لیے کلیٹی رابطے — I شہتیروں کو باہم کلیٹی رابطوں کے ذریعے جوڑا جاتا ہے۔ ان رابطوں کے لیے معیاری ابعاد ساتھ کی جدول سے حاصل کیے جاسکتے ہیں جو کہ ریڈ پاتھ، براؤن اینڈ کمپنی ایمینٹ کی دی ہوئی اطلاعات سے لی گئی ہے۔

شکل ۱۵ میں وہ مختلف طریقے دکھائے گئے ہیں جن سے شہتروں کے سروں پر ان کلیٹی رابطوں کے لیے کٹھنہ وغیرہ بنائے جاسکتے ہیں۔ (۱) میں ایک سادہ کٹھنہ چوٹی پر ہے۔ شہتیر کی پچلی کورس شہتیر کی کور پر لگی ہوئی ہے جس سے اس کو جوڑنا ہے۔ (ب) میں چوٹی پر ایک سادہ کٹھنہ اور نیچے ایک زاویہ سلاخ ہے۔ (ج) میں ایک شکل دار کٹھنہ ہر ایک سرے پر ہے جو کوروں پر مٹکا ہوا ہے اور (د) میں اوپر ایک سادہ کٹھنہ اور نیچے ایک دندانہ دار جوڑ ہے۔



شکل ۱۵۔ I شہتروں کے لیے کلیٹی رابطے

ان سب میں دندانہ دار سیرا غیر ضروری طور پر گراں ہوتا ہے۔ بعض اوقات رابطے کے آرائشی طریقے دیکھنے میں آتے ہیں مثلاً کٹھنہ کی شکل ایسی بنانا کہ شہتیر (ج) کی کوروں کے درمیان ٹھیک ٹھیک بیٹھے۔ لیکن یہ طریقہ عام طور پر معمولی طریقہ ہے۔



شکل ۱۶

کچھ ایسے بہتر نہیں ثابت ہوتے اور تقریباً ہمیشہ ان میں صرف زیادہ ہوتا ہے۔

**کیل دار رابطے** — کیل دار رابطے اس ملک (یعنی انگلستان)

میں آج کل بہت کم استعمال ہوتے ہیں لیکن کبھی کبھی یہ ضروری ہوتے ہیں۔ جب کبھی یہ استعمال کیے جاتے ہیں ان کو بڑی حد تک ریوٹ دار جوڑوں کی طرح ہی تجویز کیا جاتا ہے یعنی جوڑ کی مضبوطیاں پھٹاؤ، جز، اور سند میں جہاں تاک ممکن ہو باہم مساوی ہونی چاہئیں اور اس سلاح کی تنشی یا فشاری مضبوطی کے مساوی ہونی چاہئیں جس میں کیل دار جوڑ واقع ہو۔ (نیز دیکھو باب ۱۷)۔



ریوٹوں کی معیاری فصل بندی (دیکھو شکل ۴۹)

اعظم قطر (انچوں میں)											عرض
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	
۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	
۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	
۴	۴	۴	۴	۴	۴	۴	۴	۴	۴	۴	
۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵	
۶	۶	۶	۶	۶	۶	۶	۶	۶	۶	۶	
۷	۷	۷	۷	۷	۷	۷	۷	۷	۷	۷	
۸	۸	۸	۸	۸	۸	۸	۸	۸	۸	۸	
۹	۹	۹	۹	۹	۹	۹	۹	۹	۹	۹	
۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	
۱۱	۱۱	۱۱	۱۱	۱۱	۱۱	۱۱	۱۱	۱۱	۱۱	۱۱	
۱۲	۱۲	۱۲	۱۲	۱۲	۱۲	۱۲	۱۲	۱۲	۱۲	۱۲	
۱۳	۱۳	۱۳	۱۳	۱۳	۱۳	۱۳	۱۳	۱۳	۱۳	۱۳	
۱۴	۱۴	۱۴	۱۴	۱۴	۱۴	۱۴	۱۴	۱۴	۱۴	۱۴	
۱۵	۱۵	۱۵	۱۵	۱۵	۱۵	۱۵	۱۵	۱۵	۱۵	۱۵	
۱۶	۱۶	۱۶	۱۶	۱۶	۱۶	۱۶	۱۶	۱۶	۱۶	۱۶	
۱۷	۱۷	۱۷	۱۷	۱۷	۱۷	۱۷	۱۷	۱۷	۱۷	۱۷	
۱۸	۱۸	۱۸	۱۸	۱۸	۱۸	۱۸	۱۸	۱۸	۱۸	۱۸	
۱۹	۱۹	۱۹	۱۹	۱۹	۱۹	۱۹	۱۹	۱۹	۱۹	۱۹	
۲۰	۲۰	۲۰	۲۰	۲۰	۲۰	۲۰	۲۰	۲۰	۲۰	۲۰	
۲۱	۲۱	۲۱	۲۱	۲۱	۲۱	۲۱	۲۱	۲۱	۲۱	۲۱	
۲۲	۲۲	۲۲	۲۲	۲۲	۲۲	۲۲	۲۲	۲۲	۲۲	۲۲	
۲۳	۲۳	۲۳	۲۳	۲۳	۲۳	۲۳	۲۳	۲۳	۲۳	۲۳	
۲۴	۲۴	۲۴	۲۴	۲۴	۲۴	۲۴	۲۴	۲۴	۲۴	۲۴	
۲۵	۲۵	۲۵	۲۵	۲۵	۲۵	۲۵	۲۵	۲۵	۲۵	۲۵	
۲۶	۲۶	۲۶	۲۶	۲۶	۲۶	۲۶	۲۶	۲۶	۲۶	۲۶	
۲۷	۲۷	۲۷	۲۷	۲۷	۲۷	۲۷	۲۷	۲۷	۲۷	۲۷	
۲۸	۲۸	۲۸	۲۸	۲۸	۲۸	۲۸	۲۸	۲۸	۲۸	۲۸	
۲۹	۲۹	۲۹	۲۹	۲۹	۲۹	۲۹	۲۹	۲۹	۲۹	۲۹	
۳۰	۳۰	۳۰	۳۰	۳۰	۳۰	۳۰	۳۰	۳۰	۳۰	۳۰	
۳۱	۳۱	۳۱	۳۱	۳۱	۳۱	۳۱	۳۱	۳۱	۳۱	۳۱	
۳۲	۳۲	۳۲	۳۲	۳۲	۳۲	۳۲	۳۲	۳۲	۳۲	۳۲	
۳۳	۳۳	۳۳	۳۳	۳۳	۳۳	۳۳	۳۳	۳۳	۳۳	۳۳	
۳۴	۳۴	۳۴	۳۴	۳۴	۳۴	۳۴	۳۴	۳۴	۳۴	۳۴	
۳۵	۳۵	۳۵	۳۵	۳۵	۳۵	۳۵	۳۵	۳۵	۳۵	۳۵	
۳۶	۳۶	۳۶	۳۶	۳۶	۳۶	۳۶	۳۶	۳۶	۳۶	۳۶	
۳۷	۳۷	۳۷	۳۷	۳۷	۳۷	۳۷	۳۷	۳۷	۳۷	۳۷	
۳۸	۳۸	۳۸	۳۸	۳۸	۳۸	۳۸	۳۸	۳۸	۳۸	۳۸	
۳۹	۳۹	۳۹	۳۹	۳۹	۳۹	۳۹	۳۹	۳۹	۳۹	۳۹	
۴۰	۴۰	۴۰	۴۰	۴۰	۴۰	۴۰	۴۰	۴۰	۴۰	۴۰	
۴۱	۴۱	۴۱	۴۱	۴۱	۴۱	۴۱	۴۱	۴۱	۴۱	۴۱	
۴۲	۴۲	۴۲	۴۲	۴۲	۴۲	۴۲	۴۲	۴۲	۴۲	۴۲	
۴۳	۴۳	۴۳	۴۳	۴۳	۴۳	۴۳	۴۳	۴۳	۴۳	۴۳	
۴۴	۴۴	۴۴	۴۴	۴۴	۴۴	۴۴	۴۴	۴۴	۴۴	۴۴	
۴۵	۴۵	۴۵	۴۵	۴۵	۴۵	۴۵	۴۵	۴۵	۴۵	۴۵	
۴۶	۴۶	۴۶	۴۶	۴۶	۴۶	۴۶	۴۶	۴۶	۴۶	۴۶	
۴۷	۴۷	۴۷	۴۷	۴۷	۴۷	۴۷	۴۷	۴۷	۴۷	۴۷	
۴۸	۴۸	۴۸	۴۸	۴۸	۴۸	۴۸	۴۸	۴۸	۴۸	۴۸	
۴۹	۴۹	۴۹	۴۹	۴۹	۴۹	۴۹	۴۹	۴۹	۴۹	۴۹	
۵۰	۵۰	۵۰	۵۰	۵۰	۵۰	۵۰	۵۰	۵۰	۵۰	۵۰	
۵۱	۵۱	۵۱	۵۱	۵۱	۵۱	۵۱	۵۱	۵۱	۵۱	۵۱	
۵۲	۵۲	۵۲	۵۲	۵۲	۵۲	۵۲	۵۲	۵۲	۵۲	۵۲	
۵۳	۵۳	۵۳	۵۳	۵۳	۵۳	۵۳	۵۳	۵۳	۵۳	۵۳	
۵۴	۵۴	۵۴	۵۴	۵۴	۵۴	۵۴	۵۴	۵۴	۵۴	۵۴	
۵۵	۵۵	۵۵	۵۵	۵۵	۵۵	۵۵	۵۵	۵۵	۵۵	۵۵	
۵۶	۵۶	۵۶	۵۶	۵۶	۵۶	۵۶	۵۶	۵۶	۵۶	۵۶	
۵۷	۵۷	۵۷	۵۷	۵۷	۵۷	۵۷	۵۷	۵۷	۵۷	۵۷	
۵۸	۵۸	۵۸	۵۸	۵۸	۵۸	۵۸	۵۸	۵۸	۵۸	۵۸	
۵۹	۵۹	۵۹	۵۹	۵۹	۵۹	۵۹	۵۹	۵۹	۵۹	۵۹	
۶۰	۶۰	۶۰	۶۰	۶۰	۶۰	۶۰	۶۰	۶۰	۶۰	۶۰	
۶۱	۶۱	۶۱	۶۱	۶۱	۶۱	۶۱	۶۱	۶۱	۶۱	۶۱	
۶۲	۶۲	۶۲	۶۲	۶۲	۶۲	۶۲	۶۲	۶۲	۶۲	۶۲	
۶۳	۶۳	۶۳	۶۳	۶۳	۶۳	۶۳	۶۳	۶۳	۶۳	۶۳	
۶۴	۶۴	۶۴	۶۴	۶۴	۶۴	۶۴	۶۴	۶۴	۶۴	۶۴	
۶۵	۶۵	۶۵	۶۵	۶۵	۶۵	۶۵	۶۵	۶۵	۶۵	۶۵	
۶۶	۶۶	۶۶	۶۶	۶۶	۶۶	۶۶	۶۶	۶۶	۶۶	۶۶	
۶۷	۶۷	۶۷	۶۷	۶۷	۶۷	۶۷	۶۷	۶۷	۶۷	۶۷	
۶۸	۶۸	۶۸	۶۸	۶۸	۶۸	۶۸	۶۸	۶۸	۶۸	۶۸	
۶۹	۶۹	۶۹	۶۹	۶۹	۶۹	۶۹	۶۹	۶۹	۶۹	۶۹	
۷۰	۷۰	۷۰	۷۰	۷۰	۷۰	۷۰	۷۰	۷۰	۷۰	۷۰	
۷۱	۷۱	۷۱	۷۱	۷۱	۷۱	۷۱	۷۱	۷۱	۷۱	۷۱	
۷۲	۷۲	۷۲	۷۲	۷۲	۷۲	۷۲	۷۲	۷۲	۷۲	۷۲	
۷۳	۷۳	۷۳	۷۳	۷۳	۷۳	۷۳	۷۳	۷۳	۷۳	۷۳	
۷۴	۷۴	۷۴	۷۴	۷۴	۷۴	۷۴	۷۴	۷۴	۷۴	۷۴	
۷۵	۷۵	۷۵	۷۵	۷۵	۷۵	۷۵	۷۵	۷۵	۷۵	۷۵	
۷۶	۷۶	۷۶	۷۶	۷۶	۷۶	۷۶	۷۶	۷۶	۷۶	۷۶	
۷۷	۷۷	۷۷	۷۷	۷۷	۷۷	۷۷	۷۷	۷۷	۷۷	۷۷	
۷۸	۷۸	۷۸	۷۸	۷۸	۷۸	۷۸	۷۸	۷۸	۷۸	۷۸	
۷۹	۷۹	۷۹	۷۹	۷۹	۷۹	۷۹	۷۹	۷۹	۷۹	۷۹	
۸۰	۸۰	۸۰	۸۰	۸۰	۸۰	۸۰	۸۰	۸۰	۸۰	۸۰	
۸۱	۸۱	۸۱	۸۱	۸۱	۸۱	۸۱	۸۱	۸۱	۸۱	۸۱	
۸۲	۸۲	۸۲	۸۲	۸۲	۸۲	۸۲	۸۲	۸۲	۸۲	۸۲	
۸۳	۸۳	۸۳	۸۳	۸۳	۸۳	۸۳	۸۳	۸۳	۸۳	۸۳	
۸۴	۸۴	۸۴	۸۴	۸۴	۸۴	۸۴	۸۴	۸۴	۸۴	۸۴	
۸۵	۸۵	۸۵	۸۵	۸۵	۸۵	۸۵	۸۵	۸۵	۸۵	۸۵	
۸۶	۸۶	۸۶	۸۶	۸۶	۸۶	۸۶	۸۶	۸۶	۸۶	۸۶	
۸۷	۸۷	۸۷	۸۷	۸۷	۸۷	۸۷	۸۷	۸۷	۸۷	۸۷	
۸۸	۸۸	۸۸	۸۸	۸۸	۸۸	۸۸	۸۸	۸۸	۸۸	۸۸	
۸۹	۸۹	۸۹	۸۹	۸۹	۸۹	۸۹	۸۹	۸۹	۸۹	۸۹	
۹۰	۹۰	۹۰	۹۰	۹۰	۹۰	۹۰	۹۰	۹۰	۹۰	۹۰	
۹۱	۹۱	۹۱	۹۱	۹۱	۹۱	۹۱	۹۱	۹۱	۹۱	۹۱	
۹۲	۹۲	۹۲	۹۲	۹۲	۹۲	۹۲	۹۲	۹۲	۹۲	۹۲	
۹۳	۹۳	۹۳	۹۳	۹۳	۹۳	۹۳	۹۳	۹۳	۹۳	۹۳	
۹۴	۹۴	۹۴	۹۴	۹۴	۹۴	۹۴	۹۴	۹۴	۹۴	۹۴	
۹۵	۹۵	۹۵	۹۵	۹۵	۹۵	۹۵	۹۵	۹۵	۹۵	۹۵	
۹۶	۹۶	۹۶	۹۶	۹۶	۹۶	۹۶	۹۶	۹۶	۹۶	۹۶	
۹۷	۹۷	۹۷	۹۷	۹۷	۹۷	۹۷	۹۷	۹۷	۹۷	۹۷	
۹۸	۹۸	۹۸	۹۸	۹۸	۹۸	۹۸	۹۸	۹۸	۹۸	۹۸	
۹۹	۹۹	۹۹	۹۹	۹۹	۹۹	۹۹	۹۹	۹۹	۹۹	۹۹	
۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	

## فولادی ریوٹوں کی کامی مضبوطی

مستند مضبوطی ۱۰ اٹن فی مربع انچ سے								اکریے جز میں مضبوطی ۵ اٹن فی مربع انچ سے	رقبہ مربع پاچ	ریوٹوں کا قطر انچوں میں
تختی کی موٹائی انچوں میں										
$\frac{3}{4}$	$\frac{11}{16}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{9}{16}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{8}$			
۲۵۸۱	۲۵۵۹	۲۵۳۲	۲۵۱۱	۱۵۸۶	۱۵۶۲	۱۵۴۱	۱۵۱۶	۵۵۵	۵۱۱۰۴	$\frac{3}{8}$
۳۵۶۵	۳۵۴۳	۳۵۱۲	۳۴۸۱	۲۵۵۰	۲۵۱۸	۱۵۸۶	۱۵۵۶	۵۹۸	۵۱۹۶۳	$\frac{1}{2}$
۴۵۶۸	۴۵۳۰	۳۵۹۰	۳۵۵۱	۳۵۱۲	۲۵۶۲	۲۵۳۲	۱۵۹۵	۱۵۵۳	۵۳۰۶۸	$\frac{5}{8}$
۵۵۶۳	۵۵۱۶	۴۵۶۹	۴۵۲۱	۳۵۶۵	۳۵۲۶	۲۵۸۱	۲۵۳۲	۲۵۲۱	۵۴۴۱۸	$\frac{3}{4}$
۶۵۵۶	۶۵۰۲	۵۵۴۶	۴۵۹۱	۴۵۳۶	۳۵۸۲	۲۵۲۶	۲۵۶۲	۳۵۰۱	۵۶۰۳۱	$\frac{7}{8}$
۷۵۵۰	۶۵۸۶	۶۵۲۵	۵۵۶۲	۵۵۰۰	۴۵۳۶	۳۵۶۵	۳۵۱۲	۳۵۹۳	۵۷۸۵۲	۱



۱۔ منتروں کے ایسے ہی رابطے (جو شکل ۵۱)

[illegible]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199	200	201	202	203	204	205	206	207	208	209	210	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220	221	222	223	224	225	226	227	228	229	230	231	232	233	234	235	236	237	238	239	240	241	242	243	244	245	246	247	248	249	250	251	252	253	254	255	256	257	258	259	260	261	262	263	264	265	266	267	268	269	270	271	272	273	274	275	276	277	278	279	280	281	282	283	284	285	286	287	288	289	290	291	292	293	294	295	296	297	298	299	300	301	302	303	304	305	306	307	308	309	310	311	312	313	314	315	316	317	318	319	320	321	322	323	324	325	326	327	328	329	330	331	332	333	334	335	336	337	338	339	340	341	342	343	344	345	346	347	348	349	350	351	352	353	354	355	356	357	358	359	360	361	362	363	364	365	366	367	368	369	370	371	372	373	374	375	376	377	378	379	380	381	382	383	384	385	386	387	388	389	390	391	392	393	394	395	396	397	398	399	400	401	402	403	404	405	406	407	408	409	410	411	412	413	414	415	416	417	418	419	420	421	422	423	424	425	426	427	428	429	430	431	432	433	434	435	436	437	438	439	440	441	442	443	444	445	446	447	448	449	450	451	452	453	454	455	456	457	458	459	460	461	462	463	464	465	466	467	468	469	470	471	472	473	474	475	476	477	478	479	480	481	482	483	484	485	486	487	488	489	490	491	492	493	494	495	496	497	498	499	500	501	502	503	504	505	506	507	508	509	510	511	512	513	514	515	516	517	518	519	520	521	522	523	524	525	526	527	528	529	530	531	532	533	534	535	536	537	538	539	540	541	542	543	544	545	546	547	548	549	550	551	552	553	554	555	556	557	558	559	560	561	562	563	564	565	566	567	568	569	570	571	572	573	574	575	576	577	578	579	580	581	582	583	584	585	586	587	588	589	590	591	592	593	594	595	596	597	598	599	600	601	602	603	604	605	606	607	608	609	610	611	612	613	614	615	616	617	618	619	620	621	622	623	624	625	626	627	628	629	630	631	632	633	634	635	636	637	638	639	640	641	642	643	644	645	646	647	648	649	650	651	652	653	654	655	656	657	658	659	660	661	662	663	664	665	666	667	668	669	670	671	672	673	674	675	676	677	678	679	680	681	682	683	684	685	686	687	688	689	690	691	692	693	694	695	696	697	698	699	700	701	702	703	704	705	706	707	708	709	710	711	712	713	714	715	716	717	718	719	720	721	722	723	724	725	726	727	728	729	730	731	732	733	734	735	736	737	738	739	740	741	742	743	744	745	746	747	748	749	750	751	752	753	754	755	756	757	758	759	760	761	762	763	764	765	766	767	768	769	770	771	772	773	774	775	776	777	778	779	780	781	782	783	784	785	786	787	788	789	790	791	792	793	794	795	796	797	798	799	800	801	802	803	804	805	806	807	808	809	810	811	812	813	814	815	816	817	818	819	820	821	822	823	824	825	826	827	828	829	830	831	832	833	834	835	836	837	838	839	840	841	842	843	844	845	846	847	848	849	850	851	852	853	854	855	856	857	858	859	860	861	862	863	864	865	866	867	868	869	870	871	872	873	874	875	876	877	878	879	880	881	882	883	884	885	886	887	888	889	890	891	892	893	894	895	896	897	898	899	900	901	902	903	904	905	906	907	908	909	910	911	912	913	914	915	916	917	918	919	920	921	922	923	924	925	926	927	928	929	930	931	932	933	934	935	936	937	938	939	940	941	942	943	944	945	946	947	948	949	950	951	952	953	954	955	956	957	958	959	960	961	962	963	964	965	966	967	968	969	970	971	972	973	974	975	976	977	978	979	980	981	982	983	984	985	986	987	988	989	990	991	992	993	994	995	996	997	998	999	1000
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------



# پانچواں باب

## شہتیروں میں خماؤ کے معیار اور جزئی قوتیں

تعریفات — کسی شہتیر کے فضل کے کسی نقطے پر جزئی قوت اُن تمام عمودی قوتوں کا جبری حاصل جمع ہے جو شہتیر پر اُس نقطے کے دائیں یا بائیں طرف عمل کریں۔  
 شہتیر کے فضل کے کسی نقطے پر خماؤ کا معیار اُن تمام قوتوں کے اُس نقطے کے گرد کے معیاروں کا جبری حاصل جمع ہے جو اُس نقطے کے دائیں یا بائیں طرف عمل کریں۔

چونکہ شہتیر اس پر عمل کرنے والی قوتوں کے تحت تعادل میں ہے اس لیے کسی نقطے کے دونوں طرف کی قوتوں کا جبری حاصل جمع اور اس کے گرد ان کے معیاروں کا جبری حاصل جمع صفر ہوگا۔ اس طرح دونوں جانبوں میں سے کوئی سی جانب لی جائے تو اس طرف غور کرنے سے جزئی قوت اور خماؤ کے معیار وہی حاصل ہونگے البتہ علامت میں اُن کے مخالف ہونگے جو دوسری جانب پر غور کرنے سے حاصل ہوں۔ ہم جہاں تک ممکن ہو جزئی قوت اور خماؤ کے معیار ہمیشہ دائیں جانب کی قوتوں سے حاصل کریں گے اور جزئی قوت کو اوپرا دار اور خماؤ کے معیار کو مخالف سمت ساعت ہونے پر مثبت

سمجھینگے۔ پھر قوت اور موافق سمت ساعت میار منفی ہونگے۔

خاؤ کے میعار اور جزی قوت کے نقشے۔۔۔ اگر فضل کے

ہر نقطہ پر کی جزی قوت اور خاؤ کا میعار فضل کو اساس مان کر ترسیم کیے جائیں اور اس طرح حاصل ہونے والے نقاط میں سے منحنی گوارے جائیں تو دو نقشے حاصل ہونگے جو جزی قوت اور خاؤ کے میعار کے نقشے کہلاتے ہیں۔ ان نقشوں سے فصل کے کسی نقطہ پر ان کی قیمتیں پڑھ لی جاسکتی ہیں۔ ہم لداؤ کی مختلف قسموں اور شہتیر کے سہاروں کے مختلف طوروں کے لیے ان نقشوں کی شکلوں پر غور کریں گے اور پہلے ساکن بوجھوں سے بحث کریں گے۔ کسی نقطہ ط کے لیے جزی قوت ق سے اور خاؤ کا میعار م سے تعبیر کیا جائیگا۔

خاؤ کے میعار اور جز کے نقشے ساکن بوجھوں کے تحت۔

(۱) برآمدہ بیرم۔۔۔ یعنی ایسے شہتیر جو ایک سرے پر ثابت اور دوسرے پر آزاد ہوں اور تمام بوجھ شہتیر کے طول کے علی القوائم ہوں صورت ۱۔ برآمدہ بیرم پر ایک منفرد بوجھ۔ فرض کرو کہ ایک برآمدہ بیرم کے، جو سرے ب پر ثابت ہے (شکل ۱) نقطہ ا پر، جو ب سے فاصلہ ل پر ہے، ایک منفرد بوجھ د ہے۔ ا سے فاصلہ لا پر کسی نقطہ ط پر غور کرو۔

تب ق = و

یہ سارے فصل میں متقل ہے۔

جز کا نقشہ ایک مستطیل ہو گا جس کا ارتفاع و ہو گا۔

اور م = و × لا

یہ لا کے متناسب ہے۔

خاؤ کے میعار کا نقشہ ایک مثلث ہو گا جس کا اعظم معین و ل ہے

جو نقطہ ب پر خاؤ کا معیار ہے۔

صورت ۲۔ برآمدہ بیرم پر دو منفرد بوجھ۔ چونکہ کسی نقطہ پر خاؤ کے معیار اور جزئی قوت کی تعریف یہ ہے کہ یہ اس نقطہ کے بائیں طرف کے معیاروں اور قوتوں کے حاصل جمع ہیں اس لیے یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ ایک سے زیادہ بوجھوں کے لیے خاؤ کے معیار اور جزئی قوت کے نقشے علیحدہ بوجھوں کے نقشوں کو جمع کرنے سے حاصل ہونگے۔ موجودہ صورت میں جس میں بوجھ  $\frac{1}{2}$  اور  $\frac{1}{4}$  ثابت سرے سے فاصلوں  $l$  اور  $l$  پر عمل کرتے ہیں نقشے اس طرح حاصل ہونگے کہ علیحدہ نقشوں کو جمع کیا جائے جس طرح کہ شکل ۵۲ (۲) میں دکھایا گیا ہے۔

صورت ۳۔ برآمدہ بیرم پر یکساں بوجھ۔ فرض کرو کہ فصل  $l$  کے ایک برآمدہ بیرم  $ab$  پر  $\frac{1}{2}$  و  $\frac{1}{4}$  فی ٹونی فٹ کا ایک کھیاں پھیلا ہوا بوجھ ہے۔ آزاد سرے  $a$  سے فاصلہ  $l$  پر ایک نقطہ  $p$  پر غور کرو۔ تب

$$Q = \frac{1}{2} l \text{ پر کا بوجھ}$$

$$= \frac{1}{2} l$$

یہ  $l$  کے تناسب ہے اس لیے جز کا نقشہ ایک مثلث ہوگا اور اعظم جز سرے  $b$  پر ہوگا اور  $l$  یا  $l$  کے مساوی ہوگا جہاں  $l$  برآمدہ بیرم پر کا مجموعی بوجھ ہے۔

$$M = \text{بوجھ } l \text{ کا معیار } l \text{ کے گرد}$$

$$= \frac{1}{2} l \times \frac{1}{2} l$$

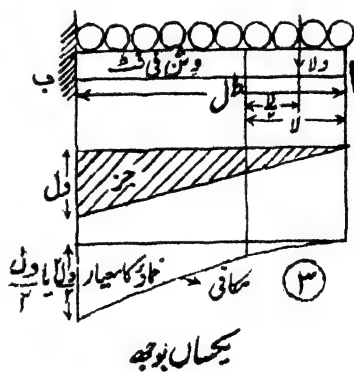
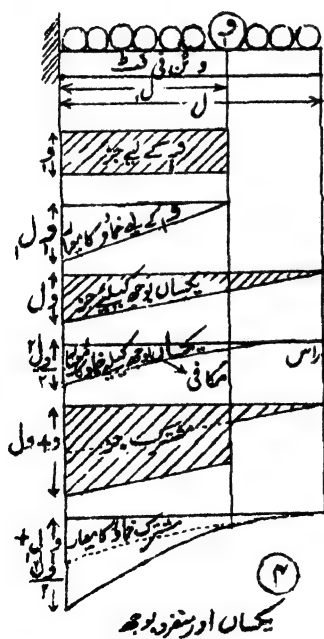
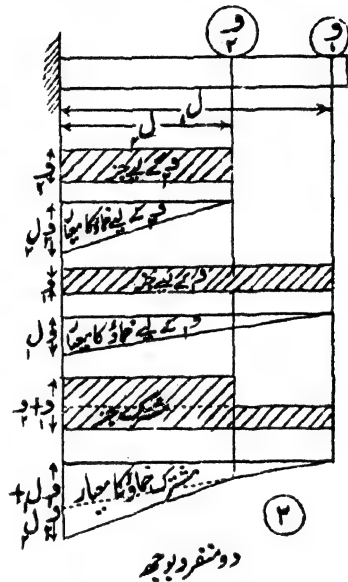
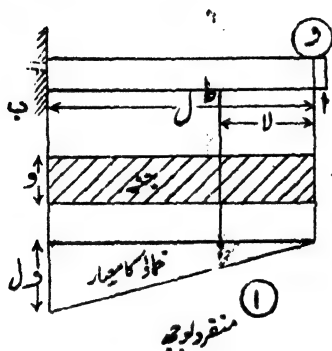
$$= \frac{1}{4} l^2$$

یہ  $l$  کے تناسب ہے اس لیے خاؤ کے معیار کا نقشہ ایک مکافی ہوگا جس کا  $l$  پر ہوگا۔ اعظم خاؤ کا معیار  $\frac{1}{2} l$  یا  $\frac{1}{4} l$  ہوگا اور  $b$  پر واقع ہوگا۔

صورت ۴۔ برآمدہ بیرم پر منفرد بوجھ اور یکساں بوجھ۔

اس صورت میں، صورت ۲ کی طرح، جز اور خاؤ کے معیار کے نقشے اس طرح حاصل ہونگے کہ علیحدہ نقشے صورت ۱ اور ۳ کے لیے کھینچے جائیں اور ان کو جمع کیا جائے جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔

صورت ۵۔ برآمدہ بیرم پر یکساں طور پر بڑھتا ہوا بوجھ۔



شکل ۵۲

برآمدہ بیرم کے لیے خاؤ کے معیار اور جز کے نقشے

فرض کرو کہ ایک برآمدہ بیرم اب پر ایک ایسا بوجھ ہے جس کی حدت آزاد سرے اسے ثابت سرے ب تک یحساں طور پر بڑھتی ہے (شکل ۵۳)۔ اس کی عملی مثال کسی تالاب یا ٹانگی کی دیوار ہے جس پر پانی کا دباؤ عمل کرے۔ فرض کرو کہ اسے اکائی فاصلے پر بوجھ کی حدت وٹن فی ٹونی فٹ ہے۔ تب اسے فاصلہ لاپر کسی نقطہ ط پر بوجھ کی حدت دلا ہوگی۔ ب پر بوجھ کی حدت دل ہوگی اور کل بوجھ

$$د = \frac{دل}{۴} \times ل = \frac{دل}{۴}$$

$$ق = ط کے بائیں طرف کل بوجھ$$

$$ولا = \frac{لا}{۴} \times \frac{لا}{۴} = \frac{لا^۲}{۱۶}$$

∴ جز کا نقشہ ایک مکافہ ہوگا جس کا اس ا ہوگا۔ اعظم جذب پر ہوگا اور و کے مساوی ہوگا۔

$$م = ط کے بائیں طرف کے بوجھ کا معیار$$

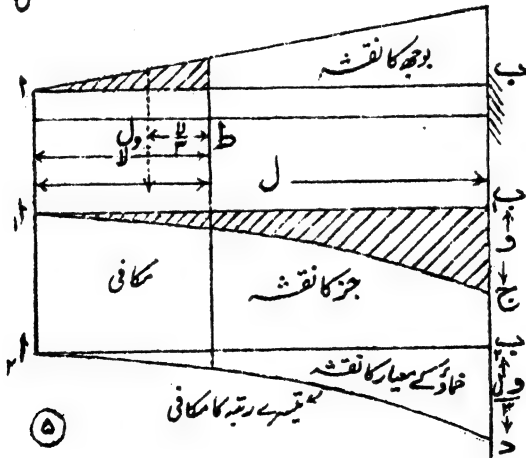
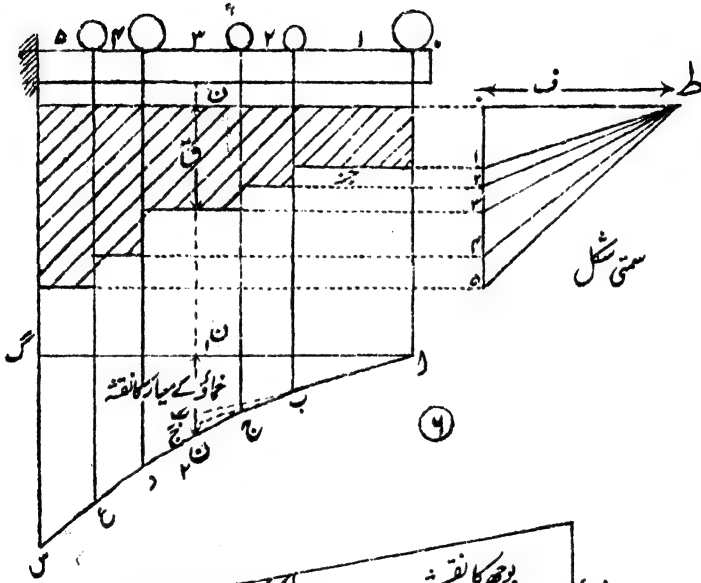
$$\frac{ولا}{۴} = \frac{لا}{۴} \times \frac{لا}{۴} = \frac{لا^۲}{۱۶}$$

∴ خاؤ کے معیار کا نقشہ ایک منحنی ہے جس کے معین لا کی طرح بدلتے ہیں۔ اس طرح کا منحنی تیسرے رتبے کا مکافہ کہلاتا ہے۔ اعظم خاؤ کا معیار جو ب پر ہے =  $\frac{لا}{۴} = \frac{دل}{۴}$  نقشہ شکل ۵۴ کے مطابق ہو گئے۔

صورت ۶۔ برآمدہ بیرم پر بے قاعدہ بوجھ۔ تریسی طریقہ۔ فرض کرو کہ ایک برآمدہ بیرم پر چند بوجھ (۱۰)، (۲۰)، وغیرہ (شکل ۵۴) عمل کرتے ہیں۔ جز اور خاؤ کے معیار کے نقشے حاصل کرنے کے لیے ایک سمتی خط (۵۰) کھینچو جو ان قوتوں کو کسی مناسب پیمانے پر تعبیر کرے اور اس خط سے کسی مناسب فاصلہ ف پر ایک قطب ط لو اور سمتی خط پر کے۔ سے ہر نقطے کو ط سے ملاؤ۔ اب قوتوں کے خطوط کو قطع کرتے ہوئے حسب ذیل خطوط کھینچو۔ ط کے



متوازی وگ اور رقبہ ۱ میں ط ۱ کے متوازی و ب - رقبہ ۲ میں ط ۲ کے متوازی ب ج اور اسی طرح یہاں تک کہ نقطہ س حاصل ہو۔  
تب و ب ج د ع س گ خاؤ کے معیار کا نقشہ ہوگا۔



شکل ۵۳ - برآمدہ بریم کے لیے خاؤ کے معیار اور جز کے نقشے  
(گزشتہ سلسلہ)

جز کا نقشہ حاصل کرنے کے لیے سمتی خط پر کے نقاط تہ میں سے ان کے تناظر قبول میں افقی خط کھینچو۔ نقطہ میں کا خط پورے فصل میں کھینچا جائے۔ اس طرح جو ریشہ مناشکل حاصل ہوگی وہ جز کا نقشہ ہوگی۔

ثبوت۔ فصل کے کسی نقطہ ن پر غور کرو اور اب اور ب ج کو خارج ہو کر ریشہانی کثیر الاضلاع کے معین ن ن کو جو نقطہ ن کے لیے ہے نقاط ب اور ج پر ملنے دو۔

اب مثلث ون ب اور ط ۱۰ پر غور کرو۔

یہ مشابہ ہیں اور چونکہ مشابہ مثلثوں کے قاعدے ارتفاعوں کے تناسب میں ہونگے اس لیے

$$\frac{ن ب}{۱۰} = \frac{ن ج}{ن}$$

$$\therefore ف \times ن ب = ۱۰ \times ون$$

لیکن  $۱۰ \times ون = قوت ۱۰$  کا معیار ط کے گرد

$$\therefore ف \times ن ب = قوت ۱۰$$

اسی طرح یہ حاصل ہوتا ہے کہ

$$ف \times ب ج = قوت ۲۱$$

$$\text{اور } ف \times ج ن = قوت ۲۲$$

$$\therefore \text{حاصل ہوا کہ } ف \times ن ب = ف (ن ب + ب ج + ج ن)$$

$$= ن \text{ کے دائیں طرف کی تمام قوتوں کا معیار } ن \text{ کے گرد}$$

$$= م$$

اور چونکہ ف ایک مستقل مقدار ہے اس لیے معلوم ہوا کہ ریشہانی کثیر الاضلاع کے

معین ہتھیر میں اپنے تناظر نقاط پر خاؤ کے معیار کو تعبیر کرتے ہیں۔

اب ن پر کے جز ق پر غور کرو۔ ن کے دائیں طرف کی مجموعی قوت

= ۱' + ۲' + ۳' = ۳'۰ اور صرفاً یہ قیمت جز کے نقتے میں حاصل ہوئی ہے۔

پیمانے۔ تمام تر سیمی عمولوں میں یہ بے حد ضروری ہے کہ مختلف مقداریں کس پیمانے پر کھینچی گئی ہیں صراحت کے ساتھ بیان کیا جائے اور اس کا خیال رکھا جائے کہ یہ پیمانے ان مقداروں کو بڑھنے میں سہولت بخش ہوں۔

فرض کرو کہ مکانی نقتے کا پیمانہ اینچ = لافٹ ہے اور سمتی خط پر بوجھ کا پیمانہ اینچ = ماٹن ہے۔ اور قطبی فاصلہ نقتے میں ف حقیقی اینچ ہے۔ تب خماؤ کے معیاروں کو رسیانی کثیر الاضلاع سے بڑھنے کے لیے پیمانہ اینچ = ف × لا × ماٹن ہوگا۔

اس لیے ف کو اس طرح انتخاب کرنا چاہیے کہ خماؤ کے معیار کا پیمانہ ایک سہولت بخش بے کسر عدد ہو۔

عددی مثال کے طور پر فرض کرو کہ مکانی پیمانہ اینچ = ۴ فٹ ہے اور بوجھ کا پیمانہ اینچ = ۲ ٹن ہے، تب اگر ف = ۲ ۱/۴ اینچ لیا گیا تو خماؤ کے معیار کا پیمانہ اینچ = ۲ × ۲ ۱/۴ × ۲۰ = ۲۰ فٹ ٹن ہوگا۔

اگر ف = ۲ اینچ لیا جاتا تو خماؤ کے معیار کا پیمانہ اینچ = ۱۶ فٹ ٹن ہوتا جو اتنا سہولت بخش نہ ہوتا۔

ب۔ سادہ طور پر سہارے ہوئے شہتیر — یعنی شہتیر

جو دو سہاروں پر صرف ٹکے ہوئے ہوں اور سارا لداؤ شہتیر کے طول کے علی القوائم ہو۔ سہارے ہمیشہ شہتیر کے سروں پر فرض کیے جائینگے سوائے اس صورت کے کہ اس کے خلاف صراحت کی گئی ہو۔

سادہ طور پر سہارے ہوئے شہتیروں میں عمل کرنے والی قوتیں بوجھ اور سہاروں کے رد عمل ہیں۔ رد عملوں کا حاصل جمع مجموعی بوجھ کے مساوی ہوگا اور رد عملوں کی قیمت معیاروں کے ذریعے حاصل ہوگی جس کا طریقہ باب ۲ میں سمجھایا گیا ہے۔ سرے چونکہ آزادانہ سہارے ہوئے ہیں اس لیے

دونوں سروں پر کوئی خاؤ کا معیار نہ ہوگا۔  
ہم ذیل کی معیاری صورتوں پر غور کریں گے :-

صورت ۱۔ منفرد بوجھ کسی مقام پر — فرض کرو کہ ایک  
بوجھ و فصل ل کے ایک شہتیر اب کے ایک نقطہ ج پر رکھا گیا ہے جس کے  
فاصلے ۱ اور ب سے علی الترتیب ۱ اور ب ہیں۔  
ب پر کاررو عمل سب معلوم کرنے کے لیے ۱ کے گرد معیار لو۔  
تب  $سب \times ل = د \times ۱$

$$سب = \frac{د \times ۱}{ل}$$

$$اسی طرح \quad ۴ = \frac{د \times ب}{ل}$$

اب ب اور ج کے درمیان کسی نقطہ ط پر غور کرو۔

$$ق = سب = \frac{د}{ل} + \frac{۱}{ل}$$

ب اور ج کے درمیان جز کا نقشہ ایک مستطیل ہوگا جس کا

$$ارتفاع = \frac{د}{ل}$$

اب ج اور ا کے درمیان کوئی نقطہ ط نہ ہو۔

$$ق = سب - د$$

$$\frac{د}{ل} - د = د \left( \frac{ل-۱}{ل} \right) = \frac{د \times ب}{ل} = سب$$

ج اور ا کے درمیان جز کا نقشہ ایک مستطیل ہوگا جس کا ارتفاع

$$= \frac{د \times ب}{ل}$$

برآمدہ بریم کی صورت میں مثبت اور منفی جز کے درمیان تمیز کرنے  
کی ضرورت نہیں ہوتی کیونکہ جز کی سمت میں کوئی تبدیلی نہیں ہوتی لیکن

موجودہ صورت میں سمت میں تبدیلی ہوئی ہے۔ اس لیے ہم صفحہ ۱۲۰ پر دیا ہوا قاعدہ استعمال کریں گے۔

$$\frac{لا \times ل \times لا}{ل} = لا \times بی = م$$

یہ لا کے متناسب ہے۔ اس لیے ب اور ج کے درمیان خاؤ کے معیار کا نقشہ ایک مثلث ہوگا اور ج پر خاؤ کا معیار  $\frac{لا \times بی}{ل}$  ہوگا۔ اگر ط اس کی بجائے ج اور ا کے درمیان ہوتا اور ا سے فاصلہ لا پر ہوتا تو

$$\begin{aligned} م &= بی (ل-لا) - و (ل-لا-ب) \\ &= بی ل - بی لا - و ل + و لا + و ب \\ &= لا (و-بی) + و ب - ل (و-بی) \end{aligned}$$

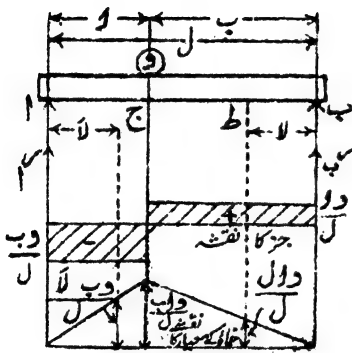
$$\begin{aligned} &= م لا + و ب - ل م \\ &= و ب لا + و ب - و ب \\ &= \frac{و ب لا}{ل} \end{aligned}$$

یہ لا کے متناسب ہے۔ اس لیے ا اور ج کے درمیان بھی خاؤ کے معیار کا نقشہ ایک مثلث ہوگا اور پورا نقشہ شکل کے مطابق ہوگا۔

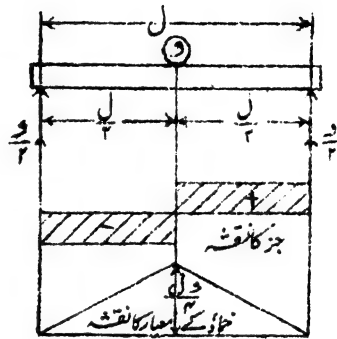
صورت ۲۔ مرکز پر منفرد بوجھ — یہ گزشتہ صورت کی ایک خاص شکل ہے جس میں  $ا = ب = \frac{ل}{۲}$  اب ہر ایک رد عمل  $\frac{و}{۲}$  ہوگا اور اعظم خاؤ کا معیار

$$\frac{و ل}{۳} = \frac{\frac{ل}{۲} \times \frac{ل}{۲} \times و}{ل} =$$

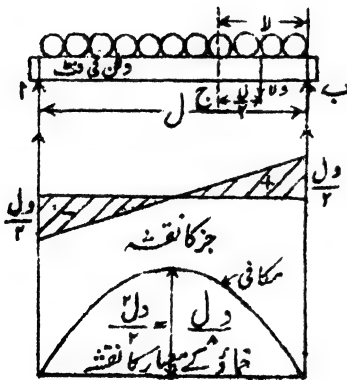
صورت ۳۔ پورے فصل پر یکساں بوجھ — فرض کر دو کہ پورے فصل اب پر ایک یکساں بوجھ و ٹن فی طولی فٹ کا چھایا ہوا ہے اور ب سے فاصلہ لا پر ایک نقطہ ج پر غور کرو۔  
اس صورت میں دونوں رد عمل تشاکل کی وجہ سے مساوی ہوں گے



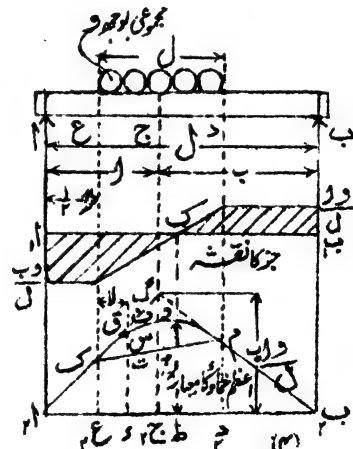
① منفرد بوجھ



② مرکز پر منفرد بوجھ



③ پورے فصل پر یکساں بوجھ



فصل کے ایک حصہ پر یکساں بوجھ

شکل ۵۴۔ سادہ طور پر سہارے ہوئے شہتیر

اور ہر ایک  $\frac{ول}{۲}$  یا  $\frac{د}{۲}$  ہوگا۔

تب  $ق = سب - ولا = و (ل - لا)$

یہ ایک خطی ربط ہے اس لیے جز کا نقشہ ایک مثلث ہوگا جیسا کہ دکھایا گیا ہے اور اس کی قیمتیں سروں پر  $\frac{ول}{۲}$  ہونگی اور مرکز پر علامت بدلیگی۔

اب خاؤ کے معیار پر غور کرو۔

$$مچ = سب \times لا - ولا \times \frac{لا}{۲}$$

$$= \frac{ول لا}{۲} - \frac{ولا^۲}{۲} = \frac{د (ل - لا)}{۲}$$

یہ لا پر منحصر ہے، اس لیے خاؤ کے معیار کا نقشہ ایک مکافہ ہوگا۔ اعظم خاؤ کا معیار مرکز پر یعنی لا =  $\frac{ول}{۲}$  پر ہوگا۔

$$تب اعظم خاؤ کا معیار = \frac{د}{۲} = \left\{ \frac{ول}{۲} - \left( \frac{ل \times ل}{۲} \right) \right\}$$

$$= \frac{د}{۲} = \left\{ \frac{ل}{۲} - \frac{ل^۲}{۲} \right\} \times \frac{د}{۲}$$

$$= \frac{ول}{۲} یا \frac{د}{۲}$$

صورت ۴۔ فصل کے ایک حصے پر یکساں بوجھ — فرض کرو

کہ وٹن فی طولی فٹ کا ایک یکساں بوجھ جس کا طول  $ع > ل$  ہے فصل ل کے شہتیر اب پر رکھا جاتا ہے اور فرض کرو کہ بوجھ کا مرکز ج سروں اور ب سے فاصلوں ۱ اور ۲ پر ہے۔

تب اگر مجموعی بوجھ  $و = و$

$$تو سب = \frac{ول}{۲} اور سب = \frac{د}{۲}$$

ب اور د کے درمیان جز مستقل ہوگا اور  $\frac{د}{ب}$  ہوگا۔ د اور ع کے درمیان جز یکساں طور پر گھٹیکے گا یہاں تک کہ ع پر جز

$$= ب - د = \frac{د}{ب} - د = -\frac{د}{ب} = -\frac{د}{ب}$$

ع اور ا کے درمیان جز مستقل ہوگا اور  $\frac{د}{ب}$  ہوگا۔ اس طرح جز کا نقشہ وہ حاصل ہوگا جو شکل میں دکھایا گیا ہے۔

نقطہ ک جس پر جز صفر ہے اس طرح معلوم ہو سکتا ہے۔ فرض کرو کہ یہ بوجھ کے مرکز سے فاصلہ لا پر ہے

$$تب \quad قی = ب - د = \left( \frac{د}{ب} - د \right) = 0$$

$$یا \quad \frac{د}{ب} - \frac{د}{ب} + د = 0$$

$$د = \frac{د}{\frac{د}{ب} - \frac{د}{ب}} = \frac{د}{\frac{د}{ب} - \frac{د}{ب}}$$

$$\therefore \quad د = \frac{د}{\frac{د}{ب} - \frac{د}{ب}} = \frac{د}{\left( \frac{د}{ب} - \frac{د}{ب} \right)}$$

خاؤ کے معیار کا نقشہ اس طرح کھینچا جاسکتا ہے کہ قاعدہ ا ب پر ایک طول ج گ مساوی  $\frac{د}{ب}$  کے، یعنی اُس خاؤ کے معیار کے کھینچا

جائے جو سارے بوجھ کے ج پر مرتکز ہونے کی صورت میں ج پر ہو۔

اب گ کو ا سے اور ب سے ملاؤ اور فرض کرو کہ یہ ملائے والے خطوط ع اور د میں کے انتصابی خطوط کو ک اور م پر قطع کرتے ہیں۔

ک م کو ملاؤ جو ج گ کو جہاں پر قطع کرے اور جہاں گ کی تنصیف ف پر کرو۔ ک، ف، اور م میں سے ایک مکانی ک س ف ن م کھینچو۔ تب مکمل خاؤ کے معیار کا نقشہ ا ک ف م ب ہوگا۔

اس کو ثابت کرنے کے لیے ع سے فاصلہ لا پر کسی نقطہ د پر کے خاؤ کے معیار پر غور کرو۔ یہ فاصلہ لا ایسا ہو کہ د لے ہوئے حصے کے اندر واقع ہو۔



$$\text{تب م} = \text{س} \times \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$(1) \dots\dots\dots \frac{\text{و ب}}{\text{ل}} (1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4}) - \frac{\text{و ل}}{2} =$$

$$\text{اب ج گ} = \frac{\text{و ب}}{\text{ل}}$$

$$\text{ک ع} = \frac{\text{ج گ} \times \text{ع ج}}{\text{ا ج}} = \frac{\text{و ب}}{\text{ل}} \times (1 - \frac{1}{2})$$

$$(2) \dots\dots\dots \frac{\text{و ب}}{\text{ل}} (1 - \frac{1}{2}) =$$

$$\text{م ج} = \frac{\text{ج گ} \times \text{م ج}}{\text{ب ج}} = \frac{\text{و ب}}{\text{ل}} \cdot (1 - \frac{1}{2})$$

$$(3) \dots\dots\dots \frac{\text{و ب}}{\text{ل}} (1 - \frac{1}{2}) =$$

$$\text{ج جہ} = \frac{1}{2} (\text{ک ع} + \text{م ج})$$

$$\frac{\text{و}}{\text{ل}} = \left\{ (1 - \frac{1}{2}) + (1 - \frac{1}{2}) \right\}$$

$$(4) \left\{ \frac{\text{و}}{\text{ل}} - \frac{1}{2} \right\} = \left\{ \frac{\text{و}}{\text{ل}} - \frac{1}{2} \right\} =$$

$$\therefore \text{جہ گ} = \text{ج گ} - \text{ج جہ}$$

$$\frac{\text{و ب}}{\text{ل}} - \frac{\text{و}}{\text{ل}} (1 - \frac{1}{2}) =$$

$$(5) \dots\dots\dots \frac{\text{و ل}}{\text{م}} = \frac{\text{و}}{\text{ل}} (1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4}) =$$

$$\therefore \text{جہ ف} = \frac{1}{2} \text{جہ گ} = \frac{\text{و ل}}{\text{م}}$$

دیکھو یہ وہی خاؤ کا معیار ہے جو بوجھ و کو اس کے طول کے مساوی  
فصل پر رکھنے سے پیدا ہوتا۔

اب مکانی کی خاصیت سے

$$\frac{f \text{ جہ - س ت}}{f \text{ جہ}} = \frac{c \text{ جہ}}{c \text{ جہ}} = \frac{r \text{ جہ}}{r \text{ جہ}} = \frac{\left(\frac{L}{2} - \frac{L}{2}\right)}{\left(\frac{L}{2}\right)}$$

$$\therefore 1 - \frac{S \text{ ت}}{f \text{ جہ}} = 1 - \frac{L \text{ لہ}}{L \text{ لہ}} + \frac{L \text{ لہ}}{L \text{ لہ}}$$

$$\therefore S \text{ ت} = \frac{L \text{ لہ} (L \text{ لہ} - L \text{ لہ})}{L \text{ لہ}} \times f \text{ جہ} = \frac{L \text{ لہ}}{L \text{ لہ}} - \frac{L \text{ لہ}}{L \text{ لہ}} \dots (۶)$$

$$S \text{ ت} = c \text{ جہ} + \frac{c \text{ جہ}}{c \text{ جہ}} (c \text{ جہ} - c \text{ جہ})$$

$$= \frac{L \text{ لہ}}{L \text{ لہ}} (1 - \frac{L \text{ لہ}}{L \text{ لہ}}) + \frac{L \text{ لہ}}{L \text{ لہ}} \left\{ \frac{L \text{ لہ}}{L \text{ لہ}} (1 - \frac{L \text{ لہ}}{L \text{ لہ}}) - \frac{L \text{ لہ}}{L \text{ لہ}} \right\}$$

$$= \frac{L \text{ لہ}}{L \text{ لہ}} \left\{ 1 - \frac{L \text{ لہ}}{L \text{ لہ}} + \frac{L \text{ لہ}}{L \text{ لہ}} - \frac{L \text{ لہ}}{L \text{ لہ}} + \frac{L \text{ لہ}}{L \text{ لہ}} - \frac{L \text{ لہ}}{L \text{ لہ}} + \frac{L \text{ لہ}}{L \text{ لہ}} \right\}$$

$$\therefore S \text{ ت} = S \text{ ت} + S \text{ ت}$$

$$= \frac{L \text{ لہ}}{L \text{ لہ}} (1 - \frac{L \text{ لہ}}{L \text{ لہ}}) - \frac{L \text{ لہ}}{L \text{ لہ}}$$

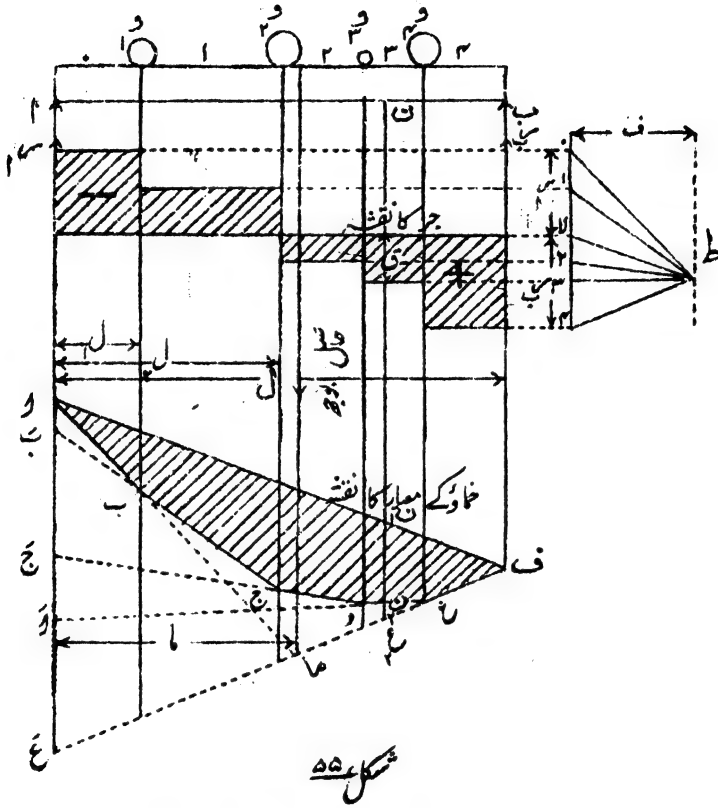
(۱) کے ساتھ اس کا مقابلہ کرنے سے معلوم ہوتا ہے کہ دس سے دیے ہوئے نقطے پر کاغذ کا میار حاصل ہوگا۔

آگے چل کر ثابت کیا جائیگا (صفحہ ۱۶۵) کہ کاغذ کا میار فضل کے اس نقطے پر اعظم ہوتا ہے جس پر جز صفر ہو۔ اس طرح کہ میں کے انتصابی خط سے کاغذ کے میار کے نقطے کا اعظم معین حاصل ہوگا۔

صورت ۵۔ بے قاعدہ بوجھ۔ ترسیمی علی۔ فرض کرو کہ

ایک فضل اب پر چند بوجھ و، و، و، و کہیں بھی رکھے گئے ہیں۔ بوجھوں کے

درمیان کے رقبوں پر نمبر لگاؤ اور (۱، ۲، ۳، ۴) ایک انتصابی سمتی خط کھینچو



جزا اور خاؤ کے معیار کے نقشوں کی ترتیبی ساخت

جو کسی مناسب پیمانے پر بوجھوں کو تعبیر کرے۔ اور سمتی خط سے ایک مناسب قطبی فاصلہ پر کسی جگہ ایک نقطہ ط لے لو اور اس سے نقاط ۱، ۲، ۳، ۴ کو ملاؤ۔

اب رقبہ میں اب متوازی ط کے کھینچو۔ رقبہ میں ب ج متوازی ط ا کے اور علیٰ ہذا یہاں تک کہ ع ف متوازی ط م کے کھینچ جائے۔ و ف کو ملاؤ۔ تب شکل اب ج د ع ف و بوجھوں کے دیے ہوئے

نظام کے لیے خاؤ کے معیار کا نقشہ ہوگی۔  
اب رسیائی کثیر الاضلاع کے اختتامی ضلع و ف کے متوازی ط لا کھینچو  
تو ۴، لا = بی اور لا = سم

جز کا نقشہ کھینچنے کے لیے لا میں سے ایک افقی خط سارے فصل میں  
کھینچو۔ یہ جز کے نقشے کا قاعدہ ہوگا۔ اب نقطہ میں سے رقبہ میں افقی  
خط کھینچو، نقطہ میں سے رقبہ میں اور علی ہذا۔ اس طرح جو زینہ دار نقشہ  
حاصل ہوگا وہ جز کا نقشہ ہوگا۔

ثبوت۔ کڑیوں ج ب، د ج، ع د، ف ع کو پیچھے کی طرف خارج  
کر کے ایں کے انتصابی خط سے نقاط ب، ج، د، ع پر تلے دو اور فرض کرو  
کہ پہلی کڑی و ب خارج ہو کر آخری کڑی ع ف سے ما پر ملتی ہے۔ تب جیسا کہ  
منقہ ۴ پر ثابت کیا گیا نقطہ ما وہ نقطہ ہے جس میں سے بوجھوں کا  
حاصل عمل کرتا ہے۔

اب مثلثات و ب ب، اور ط امثاہ میں۔

$$\therefore \frac{و ب}{ل} = \frac{ن ا}{ف}$$

$$\therefore و ب = \frac{ل \times ا}{ف} = \frac{ل \times ن}{ف}$$

$$= \frac{ا کے گرد پہلے بوجھ کا میہار}{ف}$$

$$ا اسی طرح ب ج = \frac{ا کے گرد دوسرے بوجھ کا میہار}{ف}$$

اور علی ہذا۔

$$\therefore و ع = و ب + ب ج + ج د + د ع$$

= ا کے گرد بوجھوں کے معیاروں کا حامل جمع

لیکن سب ل × ل = ا کے گرد بوجھوں کے معیاروں کا حامل جمع

$$\therefore \text{اوغ} = \frac{\text{سب} \times \text{ل}}{\text{ن}}$$

اب مثلثات اوغ ف اور لام ط پر غور کرو۔ یہ مشابہ ہیں:-

$$\therefore \frac{\text{اوغ}}{\text{ل}} = \frac{\text{م}^۳}{\text{ن}}$$

$$\therefore \text{م}^۳ = \frac{\text{ف} \times \text{اوغ}}{\text{ل}} = \text{سب}$$

اسی طرح لا = م

اب فصل کے کسی نقطہ ن پر غور کرو۔

$$\text{ق} = \text{سب} - \text{م}$$

$$\text{م}^۳ = \text{لا} - \text{م}^۳ = \text{م}^۳$$

لیکن جز کے نقشے کا معین ق مساوی ہے م، لا کے اس لیے معلوم ہوا کہ  
زینہ نما شکل سے ہر نقطہ پر صحیح جزی قوت حاصل ہوتی ہے۔

فرض کرو کہ ن میں کا انتصابی خط خاؤ کے معیار کے نقشے کون، ن  
پر ملتا ہے اور ف ع مخروجہ کو ع پر۔

تب بالکل سابق کے جیسے استدلال سے:

$$\frac{\text{ن کے گرد سب کا معیار}}{\text{ن}} = \text{ن ع م}$$

$$\frac{\text{ن کے گرد م کا معیار}}{\text{ن}} = \text{ن ع م}$$

$$\begin{aligned} \therefore \quad \frac{ن \quad ن}{ن} &= \frac{ن \quad ع - ن \quad ع}{ن} \\ &= \frac{ن \text{ کے گرد مساب کا معیار} - دیم کا معیار}{ن} \\ &= \frac{م}{ن} \end{aligned}$$

∴  $م \times ن = ن \times ن$

∴ خماؤ کے معیار کے نقشے کے معین سے کسی نقطے پر خماؤ کا معیار تعبیر ہوتا ہے۔

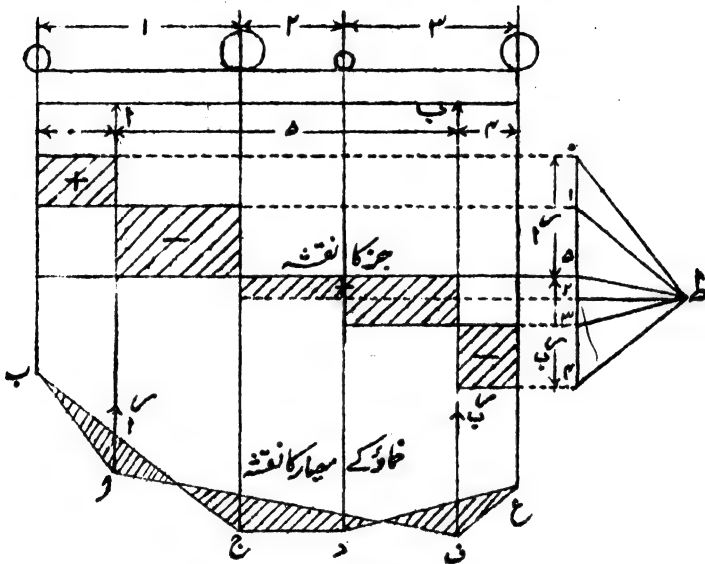
پیمانے: — برآمدہ بیرم کی صورت (صفحہ ۱۲۲ و ۱۲۵) کی طرح اگر مکانی نقشے میں انچ = لائن اور قوت کے نقشے میں انچ = ماٹن، اور اگر قطبی فاصلہ ف حقیقی انچ ہو تو خماؤ کے معیار کے نقشے کے انتصابی معین خماؤ کے معیار کو پیمانہ انچ = ف × لا × ماٹن پر تعبیر کریں گے۔

نوٹ: — اس ساخت میں خماؤ کا معیار  $ن$  انتصاباً ناپا جاتا ہے نہ کہ اختتامی خط  $ن$  کے علی القوائم۔

صورت ۶۔ بے قاعدہ بوجھ۔ برآؤ نیچہ سے —

اور جو عمل بیان کیا گیا ہے اُس کا اطلاق اُس صورت پر بھی ہوتا ہے جس میں سرے برآؤ نیچہ ہوں۔ شکل ۵۶ میں ایسی ایک صورت دکھائی گئی ہے۔ حسب سابق بوجھوں کو ایک سمتی خط پر قائم کرو اور کوئی قطب ط لو۔ اب رقبہ میں یعنی سہارے کے انتصابی خط اور پہلی قوت کے خط کے درمیان کی جگہ میں اب متوازی ط کے بھیجیو۔ اور رقبہ میں ب ج متوازی ط کے اور علی ہذا آخری کڑی ع ف آخری قوت کے خط اور رد عمل کے انتصابی خط کے درمیان بھیجی جائیگی۔  $ن$  کو ملائے سے خماؤ کے معیار کا نقشہ حاصل ہوگا جیسا کہ دکھایا گیا ہے۔

جز کا نقشہ حاصل کرنے کے لیے طہ متوازی ۱ و ۲ کے کھینچو۔ تب ۱ میں کا افقی خط ۱ اور ۲ کے درمیان جز کے لیے اساسی خط ہوگا۔ سرور کے حصوں میں جز سرور کی قوتوں ۱۰ اور ۳۴ کے مساوی ہونگے جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔



شکل ۵۶  
شہتیر کے سر پر آؤیختہ ترسی عمل

یہ ترسیمی طریقہ ہر قسم کے لداؤ کے لیے استعمال ہو سکتا ہے اور گروشتہ معیاری صورتوں میں سے جو صورت چاہیں اس کے ذریعے حل کر سکتے ہیں۔ مسلسل بوجھ کی صورت میں اس کو متعدد چھوٹے چھوٹے حصوں میں تقسیم کرنا چاہیے اور ہر ایک حصے کو ایک منفرد بوجھ سمجھنا چاہیے جو اس حصے کے مرکز جاذبہ میں سے عمل کرتا ہے۔

صورت ۷۔ یکساں بڑھتا ہوا بوجھ — فرض کرو کہ ایک شہتیر اب پر ایک بوجھ ہے جس کی حدت ب سے ایک یکساں طور پر





اوپر بوجھ کی مدت دل ہوگی اور کل بوجھ و مساوی ہوگا  

$$\text{دل} \times \frac{\text{ل}}{\text{پ}} = \frac{\text{و}}{\text{پ}} \text{ کے۔}$$

حاصل بوجھ و لداؤ کے نقشہ کے مرکز جاذبہ میں سے یعنی ا سے  
 فاصلہ  $\frac{\text{ل}}{\text{پ}}$  پر عمل کریگا۔

$$\text{ب} = \frac{\text{و}}{\text{پ}}$$

$$\text{ک} = \frac{\text{و}^2}{\text{پ}}$$

اور ق = دائیں طرف کا مجموعی بوجھ

$$\frac{\text{و}}{\text{پ}} - \frac{\text{و}^2}{\text{پ}} =$$

یہ لا پر منحصر ہے۔ اس طرح جز کا منحنی ایک مکانی ہوگا۔  
 نقطہ ج اس طرح حاصل ہوگا۔

$$\text{ق} = 0 = \frac{\text{و}}{\text{پ}} - \frac{\text{و}^2}{\text{پ}}$$

$$\frac{\text{و}^2}{\text{پ}} = \frac{\text{و}}{\text{پ}} = \frac{\text{و}^2}{\text{پ}}$$

$$\frac{\text{و}}{\text{پ}} = \text{لا}$$

$$\text{لا} = \frac{\text{ل}}{\text{پ}}$$

$$\text{مک} = \text{ب} \times \text{لا} - \frac{\text{و}^2}{\text{پ}} \times \frac{\text{ل}}{\text{پ}}$$

$$\frac{\text{و}}{\text{پ}} - \frac{\text{و}^2}{\text{پ}} =$$

یہ لا پر منحصر ہے۔ اس طرح خماؤ کے معیار کا منحنی ایک تیسرے رتبہ کا مکافی ہوگا۔  
اعظم خماؤ کا معیار صفر جز کے نقطہ پر واقع ہوگا (دیکھو صفحہ ۱۶۵)۔  
یعنی جہاں  $\frac{L}{3h} = 0$

$$\therefore \text{اعظم خماؤ کا معیار} = \frac{L}{3h} - \frac{L}{3h} = 0$$

$$= \left( \frac{1}{3h} - \frac{1}{3h} \right) L = 0$$

$$\frac{3hL}{24} = \frac{L}{3h} = 0$$

$$L = 0$$

اس طرح خماؤ کے معیار اور جز کے منحنی وہ حاصل ہوتے ہیں جو شکل میں دکھائے گئے ہیں۔

صورت ۸۔ یکساں لد ہوا شہتیر اور براؤنچتہ سرے۔ فرض کرو کہ ایک شہتیر کا فصل ل ہے اور اس پر وٹن فی طولی فٹ کا یکساں بوجھ ہے اور دونوں سروں پر طول لا براؤنچتہ ہے اور سہاروں کے درمیان فاصلہ لہ ہے۔

براؤنچتہ حصے برآمدہ بیرم کی مانند ہیں اور ان کے جز اور خماؤ کے معیار کے نقشے وہ ہونگے جو دکھائے گئے ہیں۔ وسطی حصے کے لیے خماؤ کے معیار کا منحنی ایک مکافی ہوگا جو نقطہ دار قاعدے پر کھنچا ہوا ہے اور حاصل منحنی سایہ دار دکھایا گیا ہے۔

اگر فصل کے وسطی حصے پر بے بوجھ بٹالیا جائے تو خماؤ کے معیار کا نقشہ دونوں سروں کے مکافیوں اور نقطہ دار خط پر مشتمل ہوگا۔ یہ خماؤ کا معیار وسطی حصے کے بوجھ سے پیدا ہونے والے معیار کی مخالف سمت میں ہے اس لیے وسطی حصے کا بوجھ رکھ کر اس کا مکافی پھینچنے پر حاصل منحنی ان دونوں کا فرق ہوگا جیسا کہ دکھایا گیا ہے۔

یہ معلوم کرنے کے لیے کہ لاکسی کس قیمت کے لیے حاصل اعظم خماؤ کا

معیار کم سے کم ہوگا حسب ذیل عمل کرو:-

لا کے بڑھنے سے سہاروں پر خماؤ کا معیار بڑھتا ہے اور مرکز پر حاصل خماؤ کا معیار گھٹتا ہے۔ اس لیے اعظم خماؤ کا معیار کم سے کم اُس وقت ہوگا جب کہ سہاروں پر خماؤ کا معیار مرکز پر کے خماؤ کے معیار کے مساوی ہو۔

$$\frac{W_1}{P_1} = \text{سہاروں پر خماؤ کا معیار}$$

$$\frac{W_1}{P_1} - \frac{W_2}{P_2} = \text{مرکز پر خماؤ کا معیار}$$

$$\frac{W_1}{P_1} - \frac{W_2}{P_2} = \frac{W_1}{P_1} \text{ تو دلائل}$$

$$\frac{W_2}{P_2} = 0 \quad \therefore$$

$$\frac{L}{P_2} = 0$$

$$\frac{L}{P_2 + L} = \frac{L}{P_2 + L} = \frac{L}{L} \quad \therefore$$

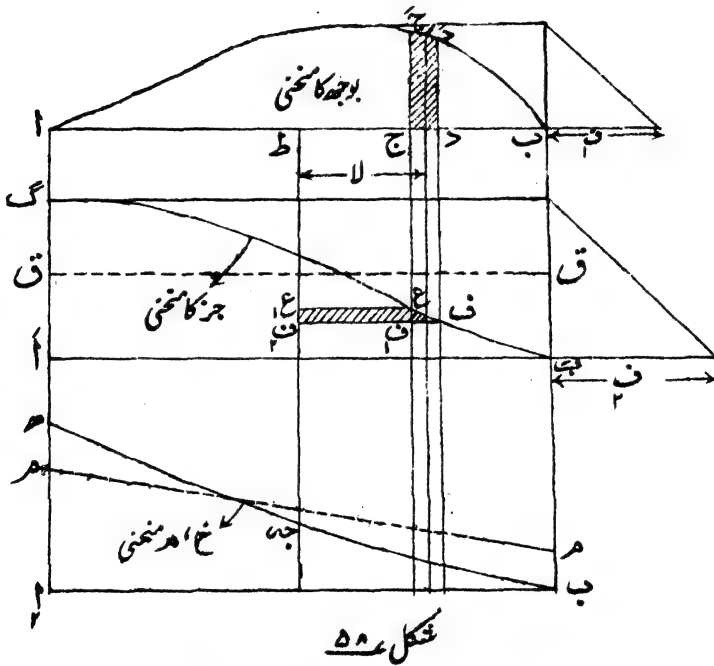
$$\frac{P}{P_2 + P} = \frac{1}{\frac{P_2}{P} + 1} =$$

$$589 = P_2 - 2 = \frac{(P_2 - 2)^2}{2} =$$

اس سے حاصل ہوتا ہے کہ گھڑی میز کے پائے کہاں لگائے جائیں جس سے زیادہ سے زیادہ مضبوطی حاصل ہو۔

بوجھ، جز، اور خماؤ کے معیار کے نقشوں کے درمیان ربط— فرض کرو کہ آج دَب (سٹیل ۵۸) فصل ۱ ب پر بوجھ کے

منحنی کو تعمیر کرتا ہے فیصل کے کسی نقطہ ط پر غور کرو۔ اور بوجھ کے ایک چھوٹے حصے ج د پر غور کرو جن کا مرکز ط سے فاصلہ لا پر ہے۔  
تب بوجھ کے اس حصے کی وجہ سے ط پر جب بوجھ کے منحنی کے حصہ ج د کے مساوی ہوگا۔ اس طرح ط پر کا مجموعی جزئی اس نقطے تک بوجھ کے منحنی کے رقبے کے مساوی ہوگا۔



بوجھ کے حصہ ج د کی وجہ سے ط پر خاؤ کا معیار

$$= \text{بوجھ کا یہ حصہ } \times \text{ لا}$$

اب اگر جز کے منحنی پر متناظر نقطے ع اور ف ہوں تو ان پر کے معینوں کا فرق حصہ ج د پر کے بوجھ کے مساوی ہوگا۔

$$\therefore \text{حصہ ج د پر بوجھ} = \text{ع ف}$$

$$\therefore \text{حصہ ج د کی وجہ سے ط پر خاؤ کا معیار} = \text{ع ف} \times \text{لا}$$

سایہ دار حصہ ع ف ط ف ع اُس خاؤ کے معیار کو تعمیر کرتا ہے

جو ط پر بوجھ کے حصہ ج د کی وجہ سے ہو۔

$$\therefore \text{ط پر مجموعی خاؤ کا معیار} = \text{مر} = \text{ط تک جز کے نقشے کا رقبہ۔}$$

∴ معلوم ہوا کہ خاؤ کے معیار کا منحنی جز کے منحنی کا حاصل جمع

منحنی ہے۔

اس طرح جز کے منحنی کا حاصل جمع منحنی ب ج ہ کھینچنے سے خاؤ کے

معیار کا منحنی حاصل ہوگا۔

پیمانے — اگر بوجھ کے منحنی کا پیمانہ ایچ = لا ٹن فی فٹ ہو اور جز کا

منحنی حاصل کرنے کے لیے جو قطبی فاصلہ استعمال کیا گیا وہ مکانی منحنی کے

پیمانے پر ف ہو تو جز کے منحنی کا پیمانہ ایچ = ف لا ٹن ہوگا۔ اگر خاؤ کے معیار کا

منحنی قطبی فاصلہ ف (مکانی پیمانے پر) کے ذریعے حاصل کیا گیا تو خاؤ کے معیار کا پیمانہ

$$\text{ایچ} = \text{ف ف لا فٹ ٹن ہوگا۔}$$

اعظم خاؤ کے معیار کا نقطہ — اگر خاؤ کا معیار کسی نقطے پر

ایک اعظم قیمت رکھتا ہو تو اس پر منحنی کا مماس افقی ہوگا۔ اور جز کے نقشے میں

متناظر معین اصغر ہوگا تاکہ قطب میں سے گزرنے والا خط بھی افقی ہو۔

اس طرح یہ قاعدہ حاصل ہوتا ہے کہ اعظم خاؤ کا معیار اُس مقام پر

واقع ہوتا ہے جہاں جز صفر ہو۔

جز اور خماؤ کے معیار کے اساسی خط ق اور م م اس پر منحصر ہونگے کہ سرے کیسے ہیں۔ اگر ایک سر آزاد ہو تو اس پر جز اور خماؤ کا معیار صفر ہونگے۔ اگر ایک سر آزادانہ سہارا ہوا ہو تو اس نقطے پر جز و عمل کے مساوی ہوگا اور خماؤ کا معیار صفر ہوگا۔

ان ربطوں کو ریاضی کی شکل میں اس طرح بیان کیا جاتا ہے :- فرض کرو کہ مبداء سے فاصلہ لا پر کسی نقطہ پر بوجھ ف (لا) ہے۔  
تب اس نقطے پر جز =  $f \cos(\lambda)$  (لا) فرلا + س  
اور خماؤ کا معیار =  $f \sin(\lambda)$  (لا) فرلا + س

تکمل کے مستقل س اور س سرور کی کیفیت پر منحصر ہیں اور اساسی خطوط کے متناظر ہیں جن کا اوپر ذکر کیا گیا ہے۔

## جہازوں کے خماؤ کے معیار اور جز کے منحنی — حاصل

جمع منحنی کے طریقے کے اطلاق کی ایک اچھی مثال جہازوں کی صورت میں پائی جاتی ہے۔ ہر جہاز کو ایک شہتیر تصور کرنا چاہیے جس پر لداؤ کا ایک پیچیدہ نظام عمل کرتا ہے۔ اور بڑے جہازوں کی صورت میں تیمیر سے پہلے مجوزہ ابعاد اور بوجھوں سے جز اور خماؤ کے معیار کے نقشے کھینچ لینے چاہئیں۔ جہاز کو اس کے طول کے علی القوائم چند منویوں سے جو تھوڑے تھوڑے فاصلے پر ہوں تقسیم کیا جاتا ہے پھر ہر دو تراشوں کے درمیان مجوزہ خط آب تک سیال کا ہٹایا ہوا حجم ہموار پانی میں معلوم کیا جاتا ہے۔ تب ان میں سے ہر ایک حجم کا وزن ماسکونیات کے اصولوں کی روش سے ان حصوں پر پانی کے اوپر وار دباؤ کے مساوی ہوگا۔ اس طرح سے جہاز کے طول کے مختلف نقاط پر اوپر وار دباؤ فی فٹ طول معلوم ہوگا۔ ان دباؤں کو جہاز کے طول کے اساس پر ترسیم کرنے سے جو منحنی حاصل ہوگا اس سے ساکن پانی میں اچھال کا منحنی سمجھتے ہیں۔ یہ منحنی ا ج ب (شکل ۵۹) ہے اور اچھال کے منحنی کا رقبہ جہاز پر پانی کے

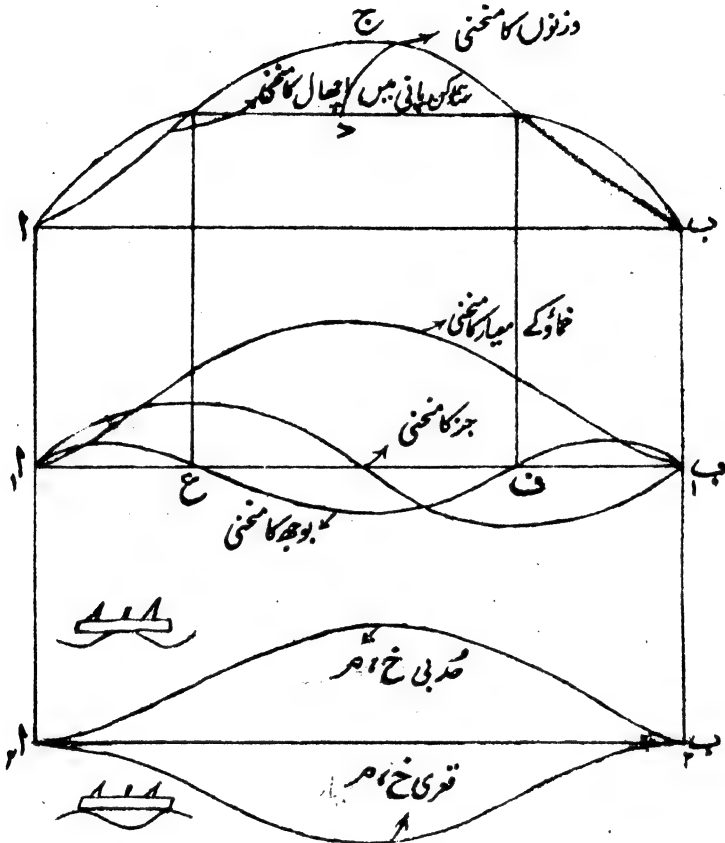
مجموعی اور پروار دباؤ کے مساوی ہوگا۔ اس کے بعد جہاز کا وزن اس کے جسم، انجن اور اس آلہ سمیت جس کا احتمال ہے ہر حصے کے لیے محسوب کیا جاتا ہے۔ اور وزن فی فٹ طول جہاز کو اساس اب پر اسی پیمانے پر ترسیم کیا جاتا ہے جس پر دباؤ ترسیم کیے گئے اور حاصل معنی وزنوں کا معنی کہلاتا ہے۔

وزنوں کے معنی ادب کا رقبہ جہاز کے مجموعی وزن کے مساوی ہوگا اور چونکہ جہاز کا مجموعی وزن پانی کے مجموعی اور پروار دباؤ کے مساوی ہونا چاہیے اس لیے اچھال کے معنی کا رقبہ وزنوں کے معنی کے رقبے کے مساوی ہونا چاہیے۔ وزنوں کے معنی اور اچھال کے معنی کے معینوں کا فرق اس بوجھ کو تعبیر کرتا ہے جو جہاز کو بطور شہتیر کے برداشت کرنا ہوتا ہے اور اس کو ایک نئے اساس اب پر ترسیم کیا جائے تو بوجھ کا معنی حاصل ہوتا ہے۔

نقاط ع، ف جن پر بوجھ کا معنی اساسی خط کو عبور کرتا ہے ”پانی سے اٹھائی ہوئی“ تراشیں کہلاتی ہیں اور ان تراشوں پر جز اعظم ہوگا۔ بوجھ کے معنی کا حاصل جمع معنی معلوم کریں تو وہ جز کا معنی ہوگا اور پھر اس کا حاصل جمع معنی لینے سے خماؤ کے معیار کا معنی حاصل ہوگا۔

یہ معنی جہاز کے لیے اسی وقت کے لیے درست ہیں جب کہ جہاز ہموار پانی میں ہو۔ ناہموار پانی میں مسئلہ زیادہ مشکل ہو جاتا ہے لیکن دو خاص صورتیں قابل غور ہیں یعنی جب کہ موج کا ادج جہاز کے وسط کے نیچے آئے جس سے ”عذبی فساد“ واقع ہوتے ہیں اور جب کہ موج کا حسیض جہاز کے وسط کے نیچے آئے جس سے ”قہری فساد“ پیدا ہوتے ہیں۔ شکل میں یہ انتہائی صورتیں دکھائی گئی ہیں۔

اس مسئلہ کی مکمل بحث اس کتاب کی وسعت سے باہر ہے۔



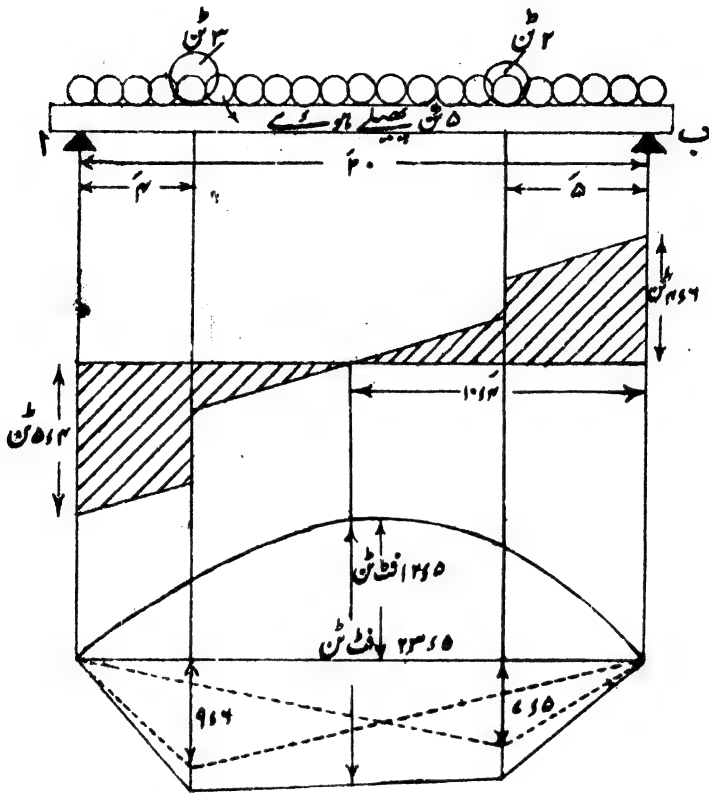
شکل ۵۹

جہازوں کے خاؤ کے معیار اور جز کے منحنی

مزید معلومات کے لیے طالب علم ان کتابوں کا مطالعہ کریں جو بحری فن  
تغیر سے بحث کرتی ہیں۔

جنہے مضمینوں کی سیٹھیاں — علمائے نامکین سے کہ  
جز کے نقشے میں بائکل نوک دار میٹھیاں حاصل ہوں کیونکہ بوجھ بائکل  
ایک ریاضیاتی نقطہ پر منتقل نہیں ہو سکتا بلکہ ایک چھوٹے طول پر پھیلا ہوا





شکل ۱۶۹

ہونا لازمی ہے۔ اس کا نتیجہ یہ ہے کہ جز کے نقشے کے کونے کسی قدر گول ہو جاتے ہیں جیسا کہ شکل ۱۶۹ صفحہ ۱۷۳ میں مبالغے کے ساتھ دکھایا گیا ہے۔

### عادی مثالیں

(۱) ۲۰ فٹ فصل کے ایک آزادانہ سہارے ہوئے شہتیر پر ۵ ٹن کا ایک یکساں پھیلا ہوا بوجھ اور ۳ اور ۲ ٹن کے منفرد بوجھ سہاروں سے

علی الترتیب ۴ اور ۵ فٹ کے فاصلوں پر ہیں (دیکھو شکل ۶)۔  
پہلے ردِ عمل سہم اور سہی معلوم کرنا ہے۔  
ب کے گرد معیار لو۔

$$5 \times 2 + 14 \times 3 + 10 \times 5 = 20 \times 4$$

$$108 = 10 + 48 + 50 =$$

$$\therefore 5 \text{ س } 4 = \frac{108}{4} = 27 \text{ ٹن}$$

$$\text{س } 4 = 5 \text{ س } 2 - 10 = 27 \text{ ٹن}$$

اس طرح جزئی نقشہ وہ حاصل ہوتا ہے جو شکل میں دکھایا گیا ہے۔ سیر میو  
کی مقداریں منفرد بوجھوں کے مساوی ہیں۔ صفر جز کا مقام اس طرح حاصل ہوگا:-  
فرض کرو کہ یہ ب سے فاصلہ لا پر ہے۔ تب  
 $0 = \text{ق } 0 = \text{س } 0 - 2 - 9 \times 0$

$$\frac{0.5}{20} - 2 - 27 =$$

$$\frac{0}{3} - 27 =$$

$$\therefore 27 = \frac{0}{3}$$

$$\text{یا } 10.5 \text{ فٹ}$$

اس نقطے پر خاؤ کا معیار اعظم ہوگا اور حسبِ ذیل ہوگا:-

$$\text{م } 0 = \text{س } 0 \times 10.5 - 2 - (5 - 10.5) \times \frac{1}{3} - \frac{2(10.5)}{3}$$

$$= 13502 - 10.58 - 26582 =$$

$$= 23502 \text{ فٹ ٹن}$$

خاؤ کے معیار کا نقشہ یکساں پھیلے ہوئے بوجھ کے لیے ایک مکافی ہوگا جس کا اعظم معین  $= \frac{20 \times 5}{8} = 12.5$  فٹ ٹن۔ اور ہر ایک منفرد بوجھ کے لیے نقشہ ایک مثلث ہوگا جس کی بلندی ان بوجھوں کے لیے علی الترتیب  $\frac{16 \times 12 \times 3}{20} = 29.76$  فٹ ٹن، اور  $\frac{15 \times 5 \times 2}{20} = 7.5$  فٹ ٹن ان تینوں شکلوں کو جوڑنے سے خاؤ کے معیار کا وہ نقشہ حاصل ہوگا جو شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اس کا اعظم معین پیمائش سے  $23.5$  فٹ ٹن پایا جائیگا۔

نوٹ۔ صریحاً ان تمام عملوں میں جن میں نقشوں کو جوڑنا ہو یہ نقشے ایک ہی پیمانے پر کھینچے جانے چاہئیں۔  
(۲)  $22$  فٹ فصل کا ایک گسر ایک سسے پر سہارا ہوا ہے، اور دوسرے سسے سے  $4$  فٹ کے فاصلے پر ایک ستون پر رکھا ہوا ہے۔ گسر ڈر پر  $6$  ٹن کا ایک یکساں پھیلا ہوا بوجھ ہے اور آزاد سسے پر  $2$  ٹن کا ایک منفرد بوجھ ہے۔ جز اور خاؤ کے معیار کے منحنی کھینچیے۔

رد عمل معلوم کرنے کے لیے ا کے گرد معیار (شکل ۷۱)۔ تب

$$120 = 22 \times 2 + 12 \times 4 = 18 \text{ سب}$$

$$\therefore \text{سب} = \frac{120}{18} = 6\frac{2}{3} \text{ ٹن}$$

$$\therefore 4 = 6\frac{2}{3} - 2 = 4\frac{2}{3} \text{ ٹن}$$

جز ج پر  $2$  ٹن ہوگا اور بڑھتے بڑھتے اُس کی قیمت ج پر  $23.5$  ٹن ہوگی۔ یہاں ایک دم اس کی علامت بدلتی ہے۔ اور قیمت  $21.4$  ٹن ہو جاتی ہے اور پھر یکساں گھٹتے ہوئے سرے ا پر قیمت  $18.2$  ہوتی ہے۔ جز کا نقشہ وہ حاصل ہوتا ہے جو شکل میں دکھایا گیا ہے۔ نقطہ دار خط سے یہ دکھایا گیا ہے کہ بوجھوں اور رد عملوں کو ریاضیاتی نقطوں پر مرکوز نہ کر سکنے کی وجہ سے عملاً کیا صورت ہوتی ہے۔

پہلے منفرد اور یکساں بوجھوں کے لیے خاؤ کے معیار علیحدہ علیحدہ معلوم کریں تو منفرد بوجھ کی وجہ سے خاؤ کے معیار کا مخفی وہ حاصل ہوگا جو شکل میں دکھایا گیا ہے۔ ب پر خاؤ کا معیار  $2 \times 6 = 12$  فٹ ٹن۔ اب یکساں بوجھ پر غور کرو۔ حصہ ب ج کے لیے نقشہ ایک مکانی ہوگا جس کا راس ج پر ہوگا اور ب پر زمین جہاں  $2 = \frac{12}{6} = 2$  فٹ ٹن  $\times \frac{6}{6} = 6$  فٹ ٹن۔ اور ب اور ا کے درمیان اس برآؤ بختہ بوجھ کی وجہ سے خاؤ کے معیار کا مخفی خط مستقیم ا د ہوگا کیونکہ اس برآؤ بختہ بوجھ کو سمجھانے کے لیے ا پر ایک منفرد بوجھ کی ضرورت ہوگی۔

حصہ اب کے لیے خاؤ کے معیار کا مخفی ایک مکانی ہوگا جس کا مرکزی ارتفاع  $\frac{2}{8} = \frac{18 \times 18}{8} \times \frac{1}{8} = 10.125$  فٹ ٹن۔ دونوں حصوں کے لیے یکساں بوجھ کا حاصل مخفی سایہ دار مرکزی رقبہ سے تعبیر ہوتا ہے۔ منفرد بوجھ اور یکساں بوجھ کے نقشوں کو ملا کر سے حاصل خاؤ کے معیار کا مخفی وہ حاصل ہوتا ہے جو دکھایا گیا ہے۔ اعظم خاؤ کا معیار ب پر واقع ہوتا ہے اور ۱۶.۵ فٹ ٹن ہوتا ہے۔

(۳) ۲۰ فٹ فصل کے ایک شہتیر پر  $\frac{1}{4}$ ،  $\frac{1}{2}$ ،  $\frac{1}{4}$  اور ۲ ٹن کے بوجھ شکل ۲۰ کے مطابق رکھے گئے ہیں۔ اعظم خاؤ کا معیار توسیماً معلوم کرو۔

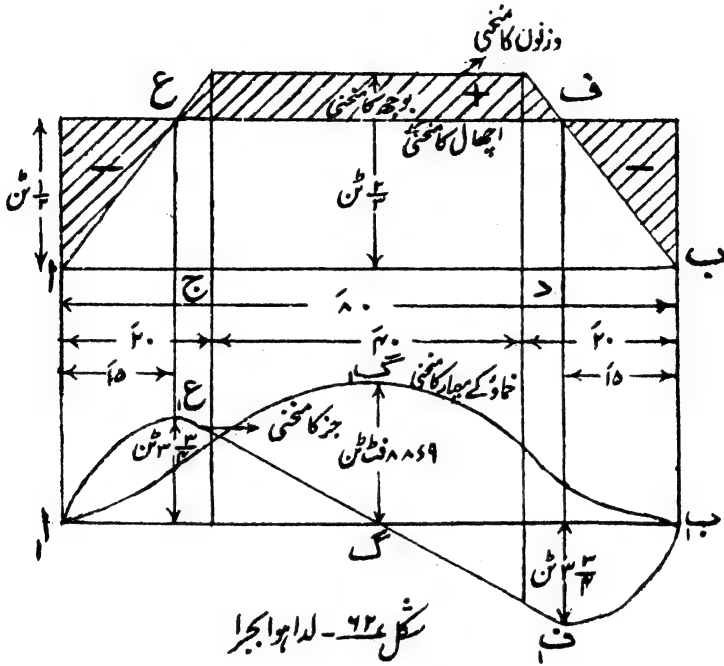
خاؤ کے معیار کا مخفی سمتی اور بیسانی کثیر الاضلاع کے ذریعے معلوم کر دجیسا کہ شکل ۵۵ میں دکھایا گیا ہے۔ مکانی پیمانہ اینچ = ۴ فٹ لو، بوجھ کا پیمانہ اینچ = ۲ ٹن اور قطبی فاصلہ  $\frac{1}{4}$  اینچ۔ تب خاؤ کے معیار کے مخفی کا اعظم معین ۱۰.۹ اینچ دیا جائیگا۔ اس کا پیمانہ اینچ =  $\frac{1}{4} \times 4 \times 2 = 10.125$  فٹ ٹن ہوگا۔

۵۵ اعظم خاؤ کا معیار = ۱۰.۹ فٹ ٹن

(۴) ایک بھرا ۸۰ فٹ لمبا ہے۔ اس کے اچھال کا مخفی ایک مستطیل ہے اور اس کا ذاتی وزن یکساں پھیلا ہوا ہے۔ اس میں ۲۰ ٹن اینٹیں لادی گئی ہیں اور تمام انتصابی تراشیں منحرف کی شکل میں ہیں جن کے افقی اضلاع ۸۰ اور ۲۰ فٹ طول کے ہیں۔ جنر اور



اس طرح وزنوں کا معنی ایک منحرف ہو گا جس کا رقبہ ۸۰ ٹن کو تعبیر کر گیا اور جس کے



متوازی اضلاع ۸۰ فٹ اور ۸۰ فٹ کے ہو گئے۔

$$\therefore \text{منحرف کا ارتفاع} = \frac{۲۰}{\frac{۱}{۲}(۸۰ + ۶۰)} = \frac{۲}{۳} \text{ ٹن فی طول فٹ}$$

وزنوں اور اچھال کے معنیوں کے فرق سے بوجھ کا معنی حاصل ہو گا جو شکل ۶۲ میں سایہ دار دکھایا گیا ہے۔ پانی سے اٹھائی ہوئی تراشیں ع، ف سردوں سے ۱۵ فٹ کے فاصلوں پر ہیں۔ بوجھ کا معنی حاصل جمع معنی لینے سے جز کا معنی ا، ع گ ف، ب حاصل ہوتا ہے اور پھر اس کا حاصل جمع معنی لینے سے खाؤ کے میار کا معنی ا، گ، ب حاصل ہوتا ہے۔ پیمانے یوں معلوم کیے جاسکتے ہیں :- فرض کر دو کہ مکافی پیمانہ ۱ اینچ = ۱۰ فٹ ہے اور بوجھ کا پیمانہ ۱ اینچ = ۱ ٹن فی فٹ ہے۔ تب اگر جز کا معنی قطبی فاصلہ ۲ اینچ یعنی ۲۰ فٹ کے ساتھ کھینچا جائے تو جز کا پیمانہ ۱ اینچ = ۲۰ × ۱ ٹن = ۲۰ ٹن ہو گا۔ اگر खाؤ کے میار کا معنی قطبی فاصلہ ۲ اینچ یعنی ۲۰ فٹ کے

ساتھ کھینچا جائے تو خاؤ کے معیار کا پیمانہ  $۱۰۰ = ۵ \times ۲۰$  فٹ ٹن ہوگا۔  
 پایا جائیگا کہ اعظم جز  $۳$  ٹن ہے، اور  $C$  اور  $F$  پر ہے، اور اعظم خاؤ کا  
 معیار  $۸۸۹$  فٹ ٹن ہے جو مرکز پر ہے۔  
 نوٹ۔ شکل میں معنی بیانے پر نہیں کھینچے گئے۔

## خاؤ کے معیار اور جز کے نقشے مائل بوجھوں کے لیے

اب تک جتنی صورتوں پر غور کیا گیا ہے ان سب میں لداؤ شہتیر کے  
 طول کے علی القوائم تھا۔ اب ہم چند ایسی صورتوں پر غور کریں گے جن میں ایسا نہیں  
 اور دونوں قسم کی صورتیں لینگے یعنی ایک توافق شہتیر اور غیر انتصابی بوجھ  
 اور دوسرے خود شہتیر غیر افقی۔ ان صورتوں کی خصوصیت یہ ہے کہ ان میں  
 شہتیر کی سمت میں دھکیل پیدا ہوگا اور جز اور خاؤ کے معیار کے علاوہ دھکیل  
 کا معنی بھی حاصل ہوگا۔

عام قاعدہ یہ ہے کہ تمام قوتوں کو رد عملوں سمیت شہتیر کے طول کی سمت  
 میں اور علی القوائم تحلیل کیا جائے۔ شہتیر کے طول کی سمت کی قوتوں سے  
 دھکیل کا معنی بھی کھینچا جاسکتا ہے اور شہتیر کے علی القوائم قوتوں سے جز اور  
 خاؤ کے معیار کے معنی معمولی طور پر کھینچے جاسکتے ہیں۔

شہتیر کے کسی نقطے پر دھکیل کی تعریف یہ ہے کہ یہ اس نقطے کے  
 دائیں طرف کی تمام قوتوں کا شہتیر کی سمت میں جز و تحلیل ہے۔ خیال رہے  
 کہ اگر دھکیل منفی ہو تو وہ کھینچ بن جاتا ہے۔

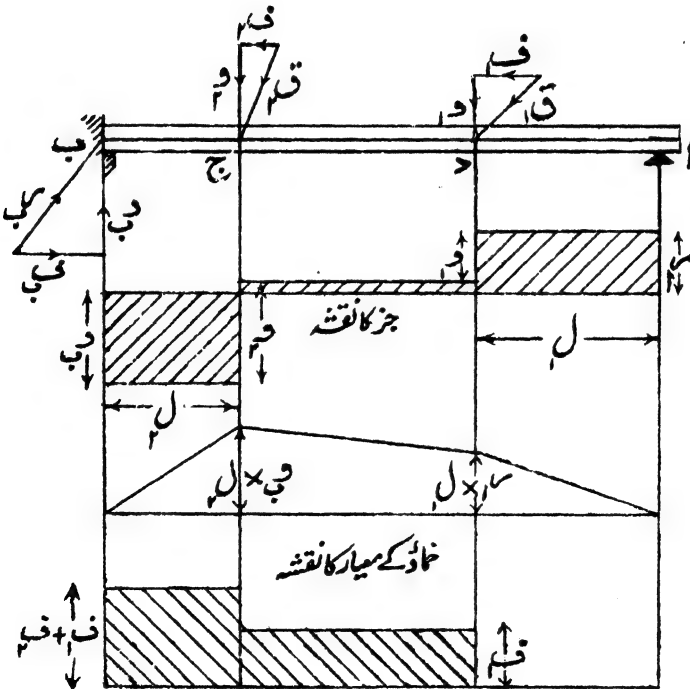
صورت ۱۔ افقی شہتیر، آزادانہ سہارا ہوا، بوجھ مائل

فرض کرو کہ ایک شہتیر اب پر مائل قوتیں  $Q$ ،  $Q$  (شکل ۲۳) عمل کرتی ہیں  
 اور شہتیر کے مرکزی خط کو  $J$  اور  $D$  پر ملتی ہیں۔ فرض کرو کہ سہارا ایک آزاد  
 سہارے پر ٹکا ہوا ہے اور سہارا آزادانہ سہارا ہوا ہے لیکن طویل حرکت کرنے  
 سے روک دیا گیا ہے جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اگر  $Q$  اور  $Q$  کا حاصل  
 سرے کی طرف عمل کرتا تو  $A$  کی حرکت کو روکنا پڑتا۔ قوتوں  $Q$  اور  $Q$  کو

انتخابی اجزائے تحلیل  $\phi$  اور  $\psi$  اور افقی اجزائے تحلیل  $\phi$  اور  $\psi$  میں تحلیل کرو۔  
 سب مائل ہوگا جس کا انتخابی جزو تحلیل  $\psi$  اس طرح حاصل ہوگا کہ قوتوں  $\phi$  اور  $\psi$  پر معمولی طور پر غور کیا جائے۔ اور افقی جزو تحلیل  $\phi$  مساوی ہوگا  $\phi$  اور  $\psi$  کے۔

رد عمل  $\phi$  انتخابی ہوگا اور اس طرح حاصل ہوگا کہ قوتوں  $\phi$  اور  $\psi$  پر معمولی طور پر غور کیا جائے۔

اگر  $\phi$  اور  $\psi$  کا حاصل معلوم کیا جائے تو وہ  $\phi$  اور  $\psi$  کے تقاطع میں سے گزرتا ہوا ہوگا کیونکہ تین متعادل قوتوں کو ایک نقطے میں سے گزرنا لازمی ہے۔

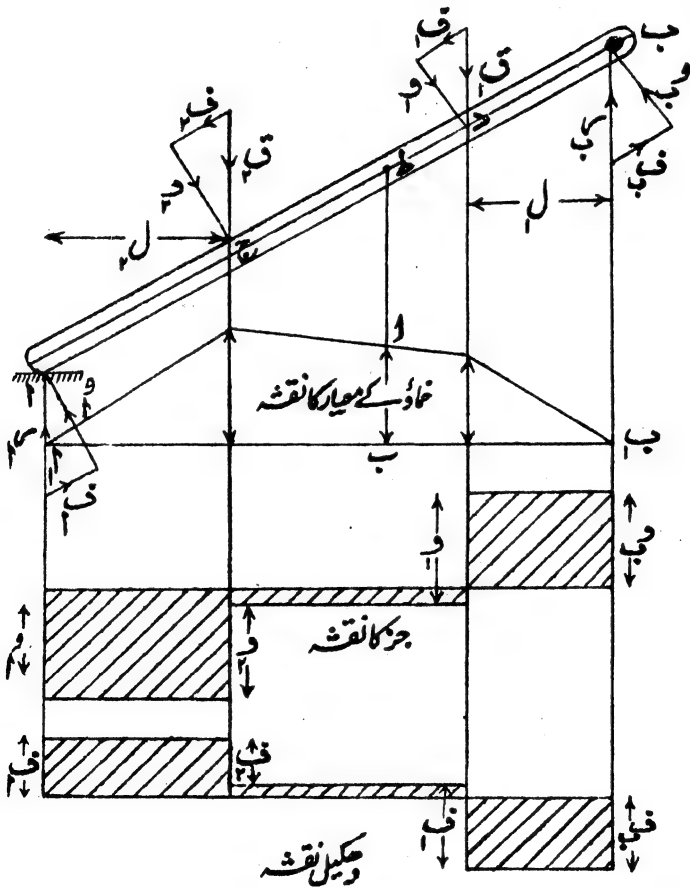


تحلیل کا نقشہ

شکل ۶۳۔ مائل بوجھوں کا شہتیر



اب جز اور خاؤ کے معیار کے نقشے معمولی طور پر وزنوں و اور و کے لیے معلوم کیے جاتے ہیں جیسا کہ دکھائے گئے ہیں۔  
 دھکیل کا نقشہ اس طرح حاصل ہوگا کہ ہر نقطے پر دھکیل کی قیمت ترسیم کی جائے اور یہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ یہی طریقہ بوجھوں کی کسی تعداد کے لیے درست ہے۔ یہاں دو بوجھ صرف شکل کی آسانی کے لیے لے گئے ہیں۔  
 صورت ۲۔ مائل شہتیر اور انتصابی بوجھ۔ سرِ دھکیل متوازی۔  
 فرض کرو کہ ایک مائل شہتیر اب (شکل ۷۷۱) پر آزادانہ سہارا ہوا ہے



شکل ۷۷۲۔ مائل شہتیر جس کا زیریں سرا آزادانہ سہارا ہوا

اور ب پر قبضہ دار ہے۔ تب اگر اس پر انتصابی قوتیں ق، ق، نفاط ج اور د پر عمل کریں تو ا پر کا اور اس طرح ب پر کا بھی رد عمل انتصابی ہوگا اور ان کی قیمتیں معمولی طریقے پر حاصل ہونگی۔  
اب وزنوں اور رد عملوں کو شہتیر کے طول کی سمت میں اور علی القوام تحلیل کرو جس سے وزن ب، د، د، د، د اور دھکیل ف، ف، ف، ف، ف حاصل ہونگے۔  
اب خامو کے معیار کے نقشے کو ڈھلواں قاعدے اب پر یا اس کے افقی ظل اب پر کھینچ سکتے ہیں۔

$$م = ب \times د$$

$$\text{لیکن } \frac{د}{ب} = \frac{م}{ب}$$

$$\therefore ب \times د = م$$

اس سے معلوم ہوتا ہے کہ انتصابی رد عملوں کے ڈھلواں شہتیر کے لیے خامو کے معیار کا نقشہ وہی ہوگا جو اس ڈھلواں شہتیر کے افقی ظل کے مساوی فضل کے افقی شہتیر کا ہوگا۔

مثلاً نقطہ ط پر خامو کا معیار اس طرح حاصل ہوگا کہ اس میں سے ایک انتصابی خط کھینچا جائے۔ یہ خامو کا معیار اب سے تعبیر ہوتا ہے۔  
جز اور دھکیل کے نقشے وہ حاصل ہونگے جو دکھائے گئے ہیں، اور شکل سے سمجھ میں آجائینگے۔

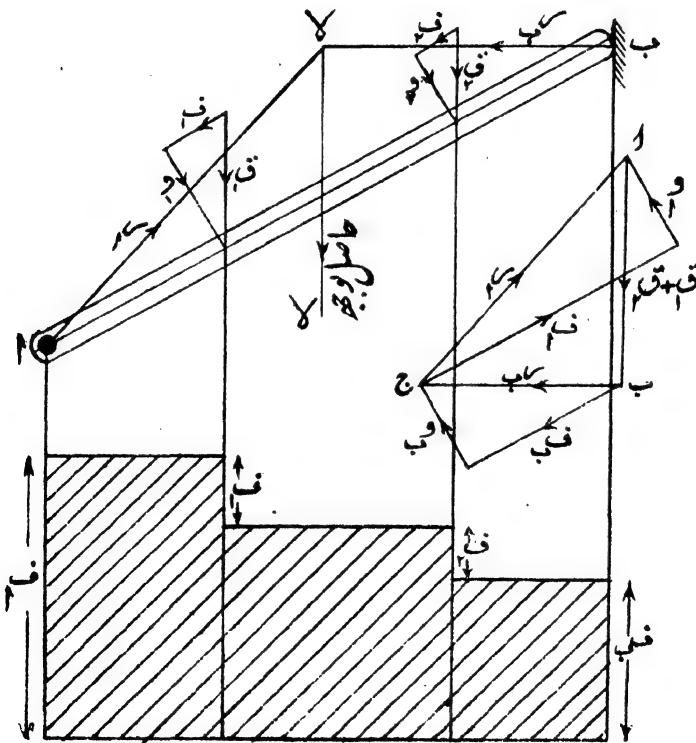
صورت ۳۔ مائل شہتیر اور انتصابی بوجھ۔ بالائی رد عمل

افقی۔ اس صورت میں پہلے حاصل بوجھ معلوم کرنا چاہیے۔ فرض کرو کہ یہ حاصل خط لا لا میں عمل کرتا ہے (شکل ۶۵)۔ ب پر کا رد عمل مائل افقی ہے اس لیے ب لا افقاً کھینچو جو اگر لا لا کو لا پر لے تو سہل ہوگا

بھی لائیں سے گزرنا چاہیے۔ اس طرح اُلا کو طانے سے سہ کی سمت حاصل ہوگی۔ سہ اور سہ کی قیمتیں قوتوں کے مثلث 'ا' ب، ج سے حاصل ہونگی۔

اب پہلے کی طرح وزنوں اور رد عملوں کو اب کے طول کی سمت میں اور اس کے علی القوائم تحلیل کرو۔ علی القوائم اجزائے تحلیل پہلے کے سے ہونگے اور اس طرح خاؤ کے معیار اور جز کے نقشے دی ہونگے جو گزشتہ صورت میں حاصل ہوئے (شکل ۶۴)۔

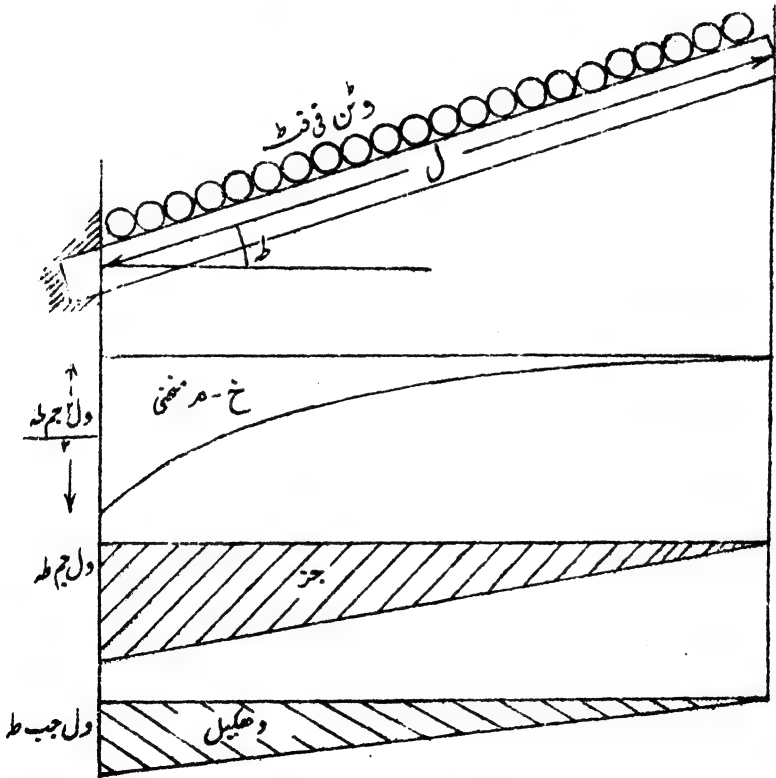
دھکیل مختلف ہونگے اور وہ ہونگے جو شکل میں دکھائے گئے ہیں شکل آسانی سے سمجھ میں آجائیں گی۔



دھکیل نقشہ

شکل ۶۵۔ اُل شہتیر جس کا بالائی سر آزاد ہوا ہوا

صورت ۴۔ ڈھلوان برآمدہ بیرم۔ اس کو بھی اسی طرح حل کیا جاتا ہے۔ مثلاً ایک برآمدہ بیرم پر غور کرو جس کا طول  $l$  اور میلان  $\theta$  ہے اور جس پر ایک یکساں بوجھ حدت  $w$  کا ہے (شکل ۱۵)۔ خاؤ کے معیار کا مٹنی ایک مکافی ہوگا۔ اس کا اعظم معین  $\frac{w}{\sin \theta}$  ہوگا، کیونکہ مجموعی وزن  $w$  ہے اور پیل پایہ سے فاصلہ  $\frac{l}{\sin \theta}$  پر عمل کرتا ہے۔ جز کا نقشہ ایک ڈھلوان خط مستقیم ہوگا اور اعظم جز  $w$  کا ہوگا۔ دھکیل کا نقشہ بھی ایک ڈھلوان خط مستقیم ہوگا اور اعظم دھکیل  $w$  کا ہوگا۔

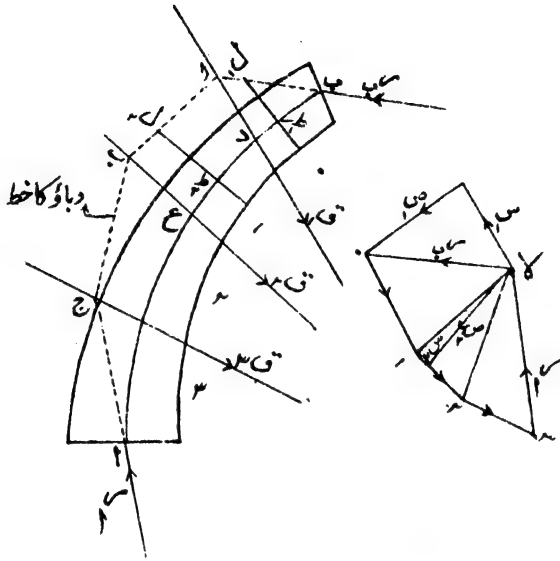


شکل ۱۵

ڈھلوان برآمدہ بیرم پر یکساں بوجھ



اوپر کی جانب قوتیں سہی اور قہ ہیں۔ ان کا حاصل لا ہے، اور دباؤ کے

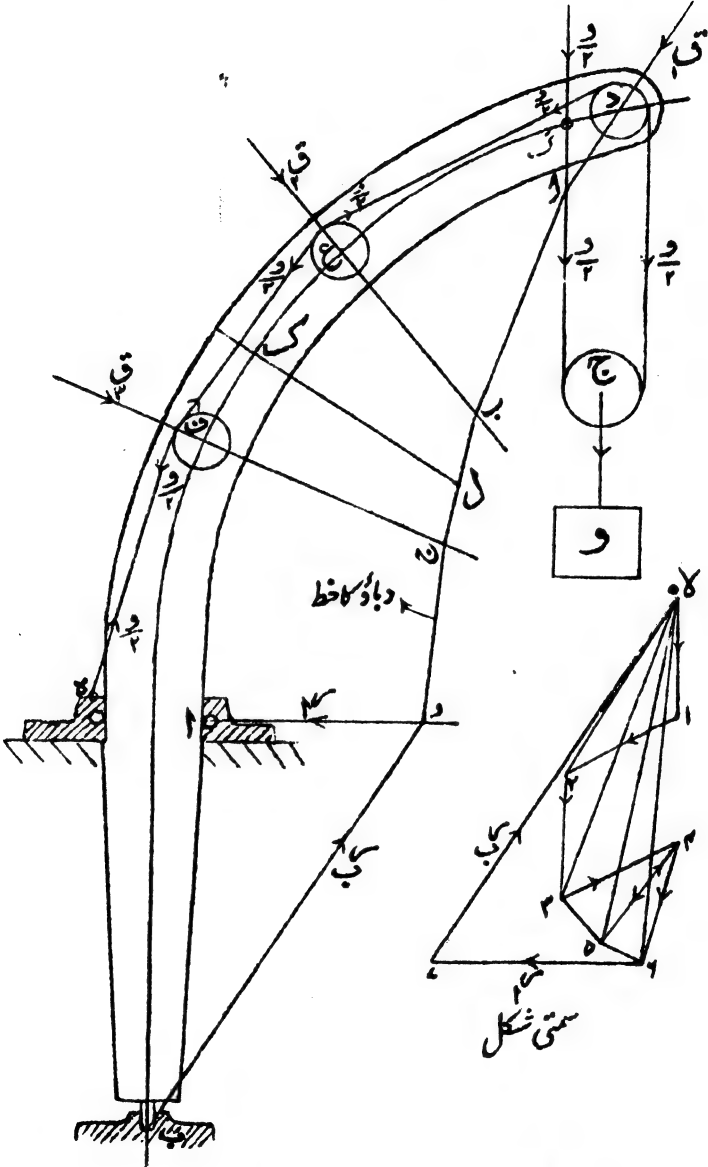


شکل ۶۶۔ دباؤ کا خط

خط اب میں عمل کرتا ہے۔ فرض کرو کہ ط پر کی تراش دباؤ کے خط کے حصہ اب یا اب مخروط کو ل پر ملتا ہے۔ تب ل نقطہ ط پر کی تراش کا جو نقطہ ہوگا۔ اور لا کو ط ل کے علی القوایم اور متوازی تحلیل کرنے سے جز، دھکیل، اور خاؤ کا معیار پہلے کی طرح حاصل ہونگے۔ یہ عمل ہر تعمیر کے لیے قابل استعمال ہے۔ البتہ صرف ایک وقت ہے جو اکثر صورتوں میں پیش آتی ہے اور وہ سہا اور سہی کی سمت یا قیمت کا معلوم کرنا ہے۔

دباؤ کے خط سے کہانوں اور چٹائی کی عام تعمیروں کی قائمیت میں زیادہ تفصیل کے ساتھ بحث کی جائیگی۔  
مثال کے طور پر ایک خمدار حاملہ پر غور کرو جس کو ا پر ایک گونی

یا پھر کی مسند اور ب پر کے جوف میں ایک چول لگی ہوئی ہے (شکل ۶۷)۔  
بوجھ و ایک چرخ ج سے لگتا ہے جس کو اٹھانے والی زنجیر



شکل ۶۷ - دھاؤ کا خٹا حمار کے لیے

حالا کو نقطہ گ پر ثابت ہے اور چرخوں  $d$ ،  $c$ ،  $f$  پر سے ہوتی ہوئی  
حالا سے گزر کر رفعی کل کو چلی جاتی ہے۔ اس زنجیر میں تناؤ  $\frac{1}{2}$  ہوگا۔

اب سمتی شکل کھینچنا شروع کرو۔ اس طرح کہ  $a$ ، انقباضی لوجو  $\frac{1}{2}$   
کو تعبیر کرے اور  $a$  کو  $d$  اور  $c$  کے درمیان کی زنجیر کے متوازی۔ تب  
 $20$  سے چرخ  $d$  پر کی قوت  $q$  تعبیر ہوگی۔ اس کے بعد انقباضی قوت  $\frac{1}{2}$   
ہے جو گ میں سے عمل کرتی ہے۔ اس لیے  $30$ ، انقباضی اور  $\frac{1}{2}$  کے  
مساوی کھینچو۔ پھر  $30$ ،  $40$  اور  $50$  مساوی  $\frac{1}{2}$  کے اور علی الترتیب زنجیر  
 $d$  اور  $c$  ف کے متوازی کھینچو۔ تب  $30$ ،  $40$  مساوی ہوگا  $q$  کے  
اور اگر  $40$ ،  $50$  اور  $60$  کے درمیان کی زنجیر کے متوازی اور  $\frac{1}{2}$  کے مساوی  
کھینچا جائے تو  $40$  سے  $q$  تعبیر ہوگا۔

قلب لا کو نقطہ  $o$  پر لینے اور پہلی کڑی کو  $q$  پر منطبق کرنے سے دباؤ  
کے خط پر نقطہ  $a$  حاصل ہوگا۔ اب  $a$ ،  $b$ ،  $c$ ،  $d$  علی الترتیب  
متوازی  $(30)$ ،  $(40)$ ،  $(50)$  کے کھینچو۔ نقطہ  $d$  نقطہ  $a$  میں کے افقی  
خط پر واقع ہوگا کیونکہ پھر کی مسند کی وجہ سے  $a$  افقی ہونا چاہیے۔ اب  
 $d$  کو  $b$  سے ملانے سے  $b$  پر کے رد عمل  $s$  کی سمت حاصل ہوگی  
اور سمتی شکل پر  $(40)$  اور  $(50)$  علی الترتیب  $s$  اور  $s$  کے متوازی کھینچنے

سے رد عملوں کی قیمت حاصل ہوگی۔ تب اگر  $k$  حالا کے مرکزی خط پر کوئی  
نقطہ ہو اور اس پر کی تراش کھینچی جائے جو دباؤ کے خط کو  $l$  پر ملے، تو  $l$   
بوجہ نقطہ ہوگا اور اگر  $50$  کو  $l$  کے متوازی اور علی القوایم تحلیل کرنے  
سے اجزائے تحلیل  $s$  اور  $s$  حاصل ہوں تو اس تراش پر جزی قوت  
 $s$  ہوگی، دھکیل میں اور خاؤ کا معیار  $s \times k$  ل ہوگا۔

متحرک بوجھوں، ثابت شہتیروں، اور مسلسل شہتیروں کے خاؤ کے معیار  
اور جزی کے نقشے اور مختلف تعمیروں کے دباؤ کے خط آئندہ ابواب میں ملینگے۔

مختلف قسم کے شہتیروں کے لیے اعظم خاؤ کے معیار اور جزی کا ایک خلاصہ  
صفحہ ۳۷۲ پر ملیگا۔



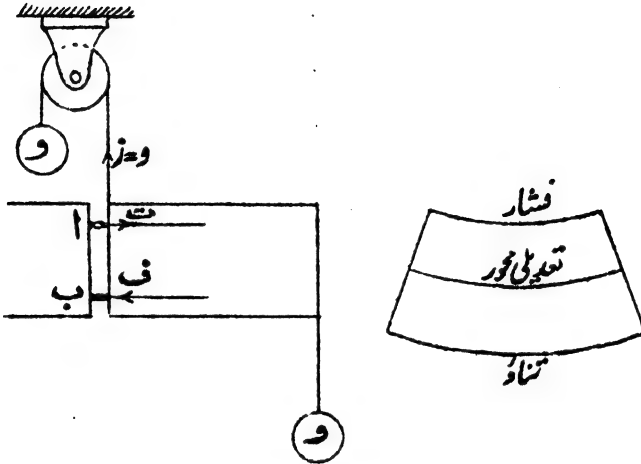
# چھٹا باب

## شہتیروں کے زور

ہم گزشتہ باب میں دیکھ چکے ہیں کہ ایک شہتیر مختلف طرحوں سے لدا ہوا ہو تو اس کے طول کے مختلف نقاط پر خاؤ کا معیار اور جزی قوت کس طرح معلوم کیے جاسکتے ہیں۔ اب ہم کو یہ معلوم کرنا ہے کہ ان مقداروں میں اور شہتیر میں پیدا ہونے والے زوروں میں کیا ربط ہوتا ہے۔

شہتیروں میں پیدا ہونے والے زوروں کا ایک اچھا تصور پروڈیوسر پلیری کے بنائے ہوئے ایک نمونے پر غور کرنے سے حاصل ہوگا۔ فرض کرو کہ ایک شہتیر ایک سرے پر ثابت ہے اور اس کے دوسرے سرے پر ایک وزن دے (شکل ۷۸) اور شہتیر کو ایک خاص تراش پر کاٹ دیا گیا ہے۔ تب دائیں حصے کو اس طرح تناؤ میں رکھ سکتے ہیں کہ اس کے اوپر ایک رسی کو باندھ کر چرخی پر سے گزاریں اور اس کے دوسرے سرے سے ایک وزن و لٹکانیں اور تراش کے نچلے حصے کو ایک کندہ ب لگائیں اور بالائی حصے کو ایک زنجیر۔ تب رسی کا تناؤ جزی قوت کا مقابلہ کر گیا اور کندہ ب ایک فشاری قوت ف کو اور زنجیر ایک کشی قوت ت کو

برداشت کر گئی۔ چونکہ افقی قوتیں بس یہی ہیں۔ اس لیے یہ مساوی اور مخالف ہونگی اور اس طرح ان سے ایک جفت بنیگا۔ اور اس جفت کا معیار اس



شکل ۷۵۷۔ شہتیروں کے زور

جفت کے مساوی اور مخالف ہونا چاہیے جو لداؤ کی وجہ سے پیدا ہوتا ہے اور جس کو خاؤ کے معیار کا نام دیا گیا ہے۔ کسی حقیقی شہتیر میں جو انصراف واقع ہوگا اس کی وجہ سے ایک پہلو کا مادہ کھینچا اور دوسرے پہلو کا سکڑیگا۔ اس طرح دونوں پہلوؤں کے درمیان کسی مقام پر مادہ بالکل بے فساد رہیگا اور شہتیر کی تراش میں جس محور پر فساد صفر ہوتا ہے اس کو تعدیلی محور (ت۔م) کہتے ہیں۔ اس طرح دیکھو۔ تعدیلی محو شہتیر کی تراش کا وہ خط ہے جس پر فساد واقع نہیں ہوتا اور اس طرح زور بھی واقع نہیں ہوتا۔ شہتیر کے رُوکار میں بھی صفر فساد اور زور کا ایک خط ہوگا جس کو بھی ایک تعدیلی محور کہا جاسکتا ہے۔ یہ دونوں محور دراصل ایک تعدیلی سطح کے نقش ہیں۔

اگر ہم کو معلوم ہو جائے کہ تعدیلی محور سے شہتیر کے بیرونی پہلو تک فساد کس طرح بدلتا ہے تو چونکہ ہم کو زور اور فساد کا ربط معلوم ہے اور یہ معلوم ہے کہ مجموعی فشاری زور مجموعی کششی زور کے مساوی ہونا چاہیے اور ان کے جفت کا معیار خواؤ کے معیار کے مساوی ہونا چاہیے اس لیے ہم کو شہتیر کے مختلف نقاط پر زور معلوم ہو جائیگے۔ زوروں کے جفت کا معیار اکثر ہزار اہمت کا معیار کہا جاتا ہے۔

### معمولی شہتیر کے نظریے کے مفروضات۔ شہتیروں

کے خواؤ کے متعلق ہم پہلے ذیل کے مفروضات بیان کریں گے اور پھر ان مفروضات سے اس اعظم زور میں جو کسی تراش میں خواؤ سے پیدا ہو اور خواؤ کے معیار میں ربط معلوم کریں گے:-

(۱) یہ کہ زیر غور شے میں زور فساد کے متناسب ہے اور یہ کہ دینگ کا مقیاس (م) تناؤ اور فشار کے لیے ایک ہی ہے۔

(ب) یہ کہ شہتیر کی جو تراش شہتیر کی خمیدگی سے پہلے مستوی ہو خمیدگی کے بعد بھی مستوی رہتی ہے۔

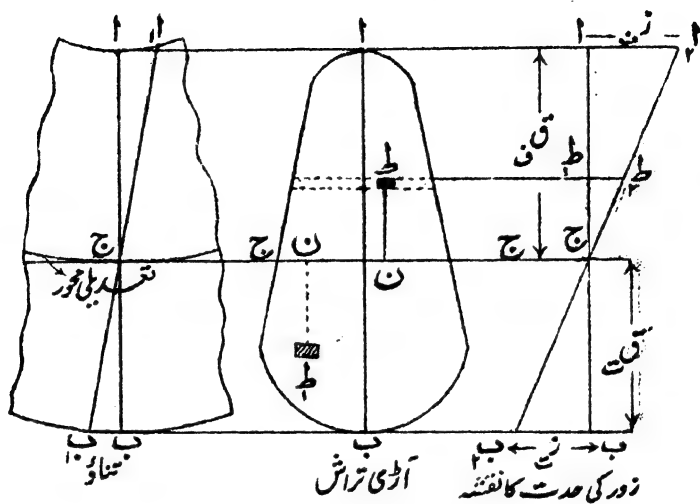
(ج) یہ کہ شہتیر کا ابتدائی نصف قطر انحناس کے تراشی ابعاد کے مقابلے میں بہت بڑا ہے۔

نیز فی الحال ہم بحث کو سادہ خواؤ تک محدود رکھیں گے، یعنی اُس صورت تک جس میں حسب ذیل شرائط پوری ہوتی ہیں:-

- (۱) شہتیر کی تراش پر کوئی حاصل دھکیل یا کھینچ نہیں۔
- (۲) شہتیر کی تراش اپنے مرکز ہندی میں سے گزرنے والے اُس محور کے گرد متساوی ہو جو اُس مستوی کے متوازی ہے جس میں خواؤ واقع ہوتا ہے۔

شہتیروں کے زوروں کا صحیح اندازہ حاصل کرنے کے لیے یہ بالکل ضروری ہے کہ کسی خاص نظریے کی بحث میں جو مفروضات شریک ہوتے ہیں ان کے صحیح مفہوم اور نتائج پر ان مفروضات کا حوالہ دیا جاتا ہے وہ ذہن نشین ہو۔

فرض کرو کہ ا ب (شکل ۶۹) ایک ایسے شہتیر کی تراش کو تعبیر



تعدیلی محور کا محل — تعدیلی محور سے فاصلہ ط ن پر نقطہ ط پر  
کے ایک چھوٹے سے رقبے ب پر غور کرو۔ ط پر زور ط ط ہوگا۔

$$\text{لیکن } \frac{\text{ط ط}}{\text{ط ج}} = \frac{\text{ا ا}}{\text{ج ج}} = \frac{\text{ن ن}}{\text{ق ق}}$$

$$\therefore \text{ط ط} = \frac{\text{ن ن}}{\text{ق ق}} \times \text{ط ج}$$

$$= \frac{\text{ن ن}}{\text{ق ق}} \times \text{ط ن}$$

$$\therefore \text{اس چھوٹے رقبے پر زور} = \text{ب} \times \frac{\text{ن ن}}{\text{ق ق}} \times \text{ط ن}$$

تراش کے اس پورے رقبے پر زور جو تعدیلی محور کے اوپر ہے

$$= \text{ب} \times \frac{\text{ن ن}}{\text{ق ق}} \times \text{ط ن}$$

$$= \frac{\text{ن ن}}{\text{ق ق}} \times \text{ب} \times \text{ط ن}$$

$$= \frac{\text{ن ن}}{\text{ق ق}} \times \text{تعدیلی محور کے اوپر کے رقبے کا پہلا معیار تعدیلی محور کے گرد}$$

اسی طرح ایک نقطہ ط پر کے چھوٹے رقبے پر غور کرنے سے حاصل

ہوگا کہ

تعدیلی محور کے نیچے تراش پر مجموعی زور

$$= \frac{\text{ن ن}}{\text{ق ق}} \times \text{تعدیلی محور کے نیچے کے رقبے کا پہلا معیار تعدیلی محور کے گرد}$$

لیکن ہم دیکھ چکے ہیں کہ مجموعی تناؤات مجموعی فشار کے مساوی

ہونا چاہیے، اور مفروضات (و) اور (ب) سے لازم آتا ہے کہ

$$\frac{نیت}{قوت} = \frac{نیت}{قوت}$$

اس لیے لازم آتا ہے کہ تبدیلی محور کے گرد تبدیلی محور کے اوپر اور نیچے کے رقبوں کے معیار مساوی اور مختلف علامت ہو گئے یعنی تبدیلی محور کے گرد تراش کے پورے رقبے کا مجموعی پہلا معیار صفر ہو۔ لیکن ہم کو معلوم ہے کہ کسی رقبے کا پہلا معیار ایسے خط کے گرد صفر ہوتا ہے جو مرکز ہندسی میں سے گزرے۔

اس لیے سادہ خاماؤ میں اختیار کردہ مفروضات کے تحت، تبدیلی محور سے گزرنے والی ہندسی میں سے گزرنے لگا۔

**مزاحمت کا معیار** — (م۔م)۔ ہم نے ثابت کیا ہے کہ کسی نقطہ ط پر کے چھوٹے رقبے پر زور ب  $\times \frac{نیت}{قوت} \times ط$  ہوتا ہے۔

ت۔ م کے گرد اس زور کا معیار  
 $= زور \times ط$

$$= ب \times \frac{نیت}{قوت} \times ط$$

تراش پر کے تمام زوروں کا مجموعی معیار

$$= ب \times \frac{نیت}{قوت} \times ط$$

$$= \frac{نیت}{قوت} \times (ب \times ط)$$

$$= \frac{نق}{ق} \times (ت - م کے گرد پورے رقبے کا دوسرا معیار)$$

$$= \frac{نق}{ق} \times \tilde{آ}$$

لیکن تمام زوروں کا مجموعی معیار اُس جفت کا معیار ہے جو مزاحمت کا معیار کہلاتا ہے۔ اس لیے دیکھو

$$م - م = \frac{نق}{ق} \times \tilde{آ} \text{ یا } \frac{نق}{ق} \times \tilde{آ}$$

اور یہ پہلے دکھایا جا چکا ہے کہ مزاحمت کا معیار خماؤ کے معیار کے مساوی ہونا چاہیے جسے ہم صرف م سے تعبیر کریں گے۔

$$\text{اس طرح } م = \frac{نق}{ق} \times \tilde{آ} \text{ یا } \frac{نق}{ق} \times \tilde{آ} \dots \dots \dots (۱)$$

اب دیکھو آ، ق، اور قی صرف تراش کی شکل پر منحصر ہیں، اور  $\frac{آ}{ق}$  اور  $\frac{آ}{قی}$  کو تراش کا علی الترتیب فشاری مقیاس اور تنش مقیاس

کہتے ہیں اور حروف مقی اور مقی سے تعبیر کرتے ہیں۔

اس طرح ہم کو یہ ربط حاصل ہوتا ہے

$$م = \frac{نق}{ق} = \frac{نق}{قی} = \dots \dots \dots (۲)$$

علماً ہم کو  $\frac{نق}{ق}$  اور  $\frac{نق}{قی}$  مطلوب ہونگے جو کہ تراش پر کے اعظم زور

کو تعبیر کرتے ہیں۔ اس لیے ہم اس ربط کو یوں لکھیں گے :-

$$ن = \frac{م}{مق} \dots\dots\dots (۳)$$

$$ن = \frac{م}{مق} \dots\dots\dots (۴)$$

جس صورت میں کہ تراشت۔ م کے گرد تشاکل ہو مقی اور قی  
مساوی ہونگے اور اس طرح مقی اور مقی مساوی ہونگے۔ اس صورت  
میں  $ن = ن$  اور اوپر کے ربط کو یوں لکھا جاسکتا ہے

$$ن = \frac{م}{مق}$$

## عددی مثالیں

ذیل کی عددی مثالوں سے واضح ہو جائیگا کہ شہتیر معلومہ طور پر لدے ہوئے  
ہوں تو ان میں زور کس طرح معلوم کیے جاسکتے ہیں اور ایک دیے ہوئے فضل اور  
تراش کے شہتیر کے لیے بے خطر بوجھ کس طرح معلوم کیا جاسکتا ہے۔

(۱) شکل ۱ میں دی ہوئی پانچ تراشوں 'ا'، 'ب'، 'ج'، 'د'، 'ع'  
میں سے ہر ایک کا رقبہ ۴ مربع انچ ہے۔ اگر شہتیر ایک ہی فضل  
کے اور ایک ہی شے کے ہوں تو ان تراشوں کی مضبوطیوں کا مقابلہ  
کراؤ۔

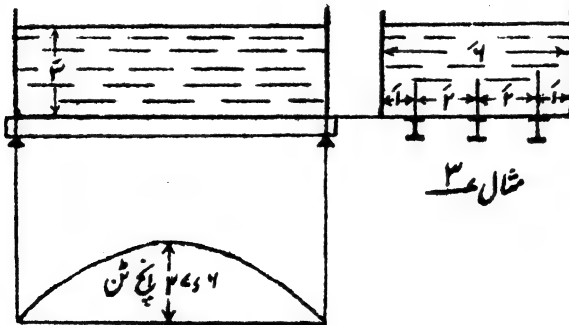
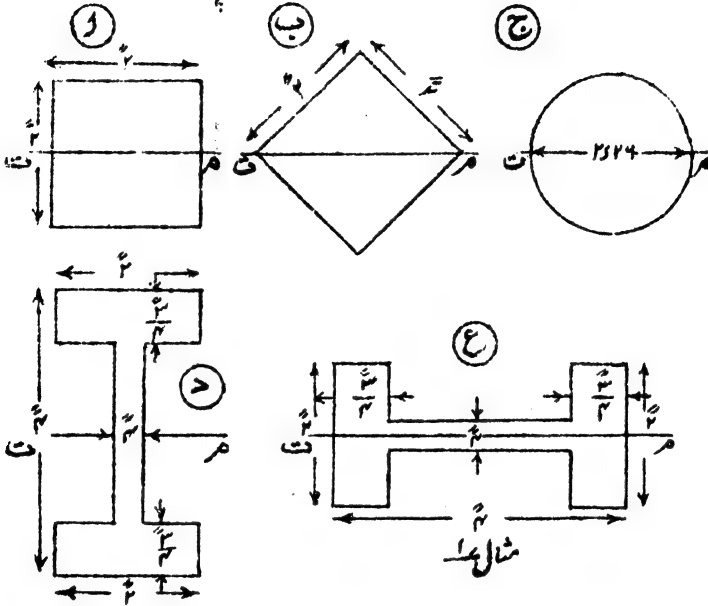
ہم دیکھ چکے ہیں کہ  $م = ز \times مق$ ۔ اب اگر سب شہتیر ایک ہی طور پر لدے  
ہوئے ہوں تو ہر ان کے بوجھ کے مناسب ہوگا اور چونکہ ہر ایک کے لیے ایک  
ہی ہے اس لیے ان تراشوں کے شہتیروں کی اضافی مضبوطیاں ان تراشوں کے  
مقیاسوں کے مناسب ہونگی۔ دوسرے معیاروں کی جدول کے لیے دیکھو صفحہ ۱۰۶۔  
تراش ۱

$$\frac{۲ \times ۲}{۱۲} = \frac{۴}{۱۲} = \frac{۱}{۳}$$



$$\frac{1}{1} = \frac{1}{1} = \text{مق}$$

$$\text{مق} = \frac{2 \times 2}{1 \times 12} = \frac{2 \times 2}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$



ہر ایک گرڈ پر خاؤ کامیاب

شکل منہ - شہیروں کی مثالیں

تراش ب - یہ دو مثلثوں سے مرکب ہے۔

$$\checkmark = 2 \times \frac{\checkmark^3}{12} \quad (\text{یہ اس صورت میں مثلث کا ارتفاع ہے})$$

$$\frac{\checkmark^3 (15412) \times 25828 \times 2}{12} = \checkmark \quad \therefore$$

$$15412 = \checkmark$$

$$\frac{25828}{2} = \frac{\checkmark^3 (15412) \times 25828 \times 2}{12 \times 15412} = \text{مق} \quad \therefore$$

$$= 943 \text{ انچ اکائیوں}$$

تراش ج -

$$\frac{\checkmark^3 (2524) \times \pi}{42} = \frac{\checkmark^3 \pi}{42} = \checkmark$$

$$1513 = \checkmark$$

$$\therefore \text{مق} = \frac{\checkmark^3 (2524) \times \pi}{1513 \times 42} = 1513 \text{ انچ اکائیوں}$$

تراش د -

$$\checkmark = \frac{\checkmark^3 (255) \times 58 \times 2}{12} - \frac{\checkmark^3 (2) \times 2}{12}$$

$$8559 = 255.8 - 1.546 =$$

$$\checkmark = 2$$

$$\therefore \text{مق} = \frac{8559}{2} = 4279.5 \text{ انچ اکائیوں}$$

تراش ع - یہ تین مستطیوں سے مرکب ہے۔

$$\checkmark = \frac{\checkmark^3 (2) \times 565}{12} + \frac{\checkmark^3 (52) \times 255}{12} + \frac{\checkmark^3 (2) \times 565}{12}$$

$$55 + 5.13 + 55 =$$

$$15.13 =$$

$$ق = 1$$

$$\therefore \text{مق} = 15.13 \quad \text{انچ اکائیاں}$$

اس طرح دیکھو تراشوں کی ترتیب مضبوطی کے لحاظ سے 'د'، 'بج'، 'ع'، 'ب' ہے۔

یعنی تراش و مضبوط ترین ہے پھر او وغیرہ۔

اس کو بطور ایک قاعدہ کلیہ کے یاد رکھو کہ ایک دی ہوئی تراش کا مضبوط ترین

شہتیرہ ہے جس کی گہرائی اتنی زیادہ ہو جتنی کہ ممکن ہے اور جس میں مادے کی ممکنہ مقدار باہر کی جانب مرکوز ہے۔

(۲) ۲۰ ڈسٹ فضل کے ایک گرڈ پر ۱۰ انچ کا ایک پھیلا ہوا

بوجھ اور ۲ انچ کا ایک مرکز ی بوجھ ہے۔ اس کے لیے ایک موزوں

برطانوی معیاری شہتیری تراش معلوم کراؤ جس میں اعظم زور، ۲ انچ

فی مربع انچ سے زیادہ نہ ہو۔

اعظم خاؤ کا معیار یکساں بوجھ کی وجہ سے دیکھو (دیکھو شکل ۵۲۔

صورت ۲، ۲) یعنی

$$= \frac{10 \times 20 \times 12}{1 \text{ انچ } 10}$$

$$= 240 \text{ انچ } 10$$

$$\text{اعظم خاؤ کا معیار مرکزی بوجھ کی وجہ سے} = \frac{\text{وزن}}{\text{مق}}$$

$$= \frac{12 \times 20 \times 24}{2}$$

$$= 240 \text{ انچ } 10$$

یہ دونوں ایک ہی مقام پر واقع ہونگے اس لیے دونوں بوجھوں کی وجہ

سے اعظم خاؤ کا معیار = ۵۴۰ انچ ۱۰

$$\text{اب } م = \text{ز مق}$$

$$\therefore ۵۴۰ = \text{مق}$$

$$\text{یعنی مق} = \frac{۵۴۰}{۱۱} = ۴۹.۰۹ \text{ انچ اکائیاں}$$

معیاری تراشوں کی جدول سے (جو درج ضمیمہ ہے) معلوم ہوگا کہ جس تراش کا  
مقیاس اس سے قریب ترین ہے وہ  $۱۲ \times ۴ \times ۵$  پونڈ والی تراش ہے جس کے  
لیے حق =  $۷۶۱۲$  اور یہ تراش کافی مضبوط ہے۔

(۳) ایک ٹانگی جس کا وزن  $\frac{1}{2}$  ٹن اور ناپ  $۱۰ \times ۴ \times ۲$  ہے  
پانی سے بھری ہوئی ہے اور تین گڑروں پر رکھی ہوئی ہے جنی طولاً  
رکھے گئے ہیں اور اس طرح ہر ایک گڑر پر مساوی وزن پڑتا ہے۔  
اگر گڑر  $۴ \times ۲ \times ۱۲$  پونڈ والے معیاری شہتیر ہوں تو ہر ایک میں اعظم  
زور معلوم کرو۔ (اے۔ ایم۔ آئی۔ سی۔ ای ضروری  $۹۰.۳$  خفیف  
سی تبدیلی کے ساتھ)۔

$$\text{ٹانگی میں پانی کا وزن} = \frac{۱۰ \times ۴ \times ۲ \times ۶۲۵۵}{۲۲۴۰} \text{ ٹن}$$

$$= ۵۵.۲ \text{ ٹن}$$

$$\therefore \text{گڑروں پر مجموعی وزن} = ۵۵ + ۵۵.۲ = ۱۱۰.۲ \text{ ٹن}$$

$$\therefore \text{ہر ایک گڑر پر اعظم طاقت کا معیار} = \frac{۱۲ \times ۱۰}{۸} \times \frac{۵۵.۲}{۳}$$

$$= ۲۶۵.۶ \text{ انچ ٹن}$$

$$۹ \times ۴ \times ۱۲ \text{ پونڈ والے شہتیر کے لیے حق} = ۶۵۴۲۶ \text{ انچ اکائیاں}$$

$$\therefore Z = \frac{۲۶۵.۶}{۶۵۴۲۶} = ۴.۰۵ \text{ ٹن فی مربع انچ}$$

(۴) ایک ڈھلے لہے کا شہتیر مقلوب T کی شکل کا ہے جس  
کی مجموعی گہرائی ۹ انچ، گود کی چوڑائی ۶ انچ، اور پیٹے اور گود کی موٹائی  
۱ انچ ہے۔ اگر شہتیر کا طول ۱۲ فٹ ہو تو معلوم کرو کہ کس مراکزہ  
بوجھ سے گورمیلر اسٹن فی مربع انچ کا تلسی زور میں ہوگا۔ اس  
وقت اعظم فشاری زور کیا ہوگا (اے۔ ایم۔ آئی۔ سی۔ ای  
الکوبر  $۹۰.۳$ )۔

پہلے تراش کا مرکز ہندی اور دوسرا معیار معلوم کرو (دیکھو شکل ۷۷)۔

تراش کا رقبہ = ب =  $1 \times 9 + 1 \times 5 = 14$  مربع پانچ

قاعدے کے گرد پہلا معیار = ب ق =  $\frac{9}{4} \times (1 \times 9) + \frac{1}{4} \times (1 \times 2 \frac{1}{4}) \times 2$

$$22 = 21.5 + 0.5 =$$

$$\therefore \text{ق} = \frac{22}{14} = 35.6 \text{ پانچ}$$

قاعدے کے گرد دوسرا معیار = آ =  $\frac{(1) \times \frac{1}{4} \times 2}{4} + \frac{(9) \times 1}{4} = 2.5$

$$222564 = 1564 + 222 =$$

$\therefore$  مرکز ہندی میں سے گزرنے والے متوازی خط کے گرد دوسرا معیار

$$= \text{آ} - \text{ب ق}$$

$$= (35.6) \times 14 - 222564 =$$

$$132504 - 222564 =$$

$$= 11256 \text{ پانچ اکائیاں}$$

$$\frac{11256}{5593} = \frac{11256}{35.6 - 9} = \text{مق}$$

$$= 18599 \text{ پانچ اکائیاں}$$

$$\text{مق} = \frac{11256}{35.6} = 34564 \text{ پانچ اکائیاں}$$

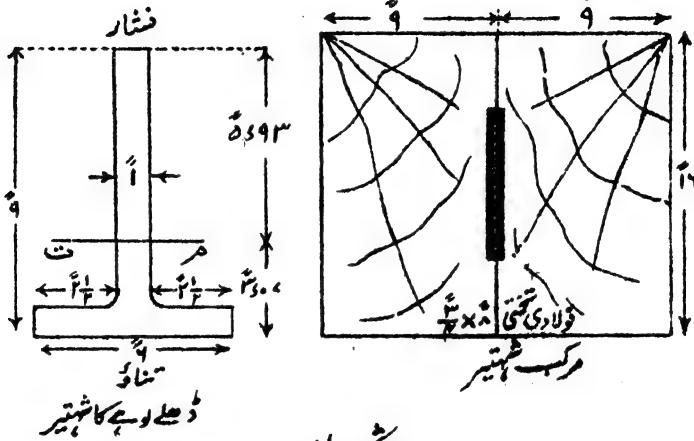
$\therefore$  تناؤ کے لحاظ سے بے خطر خاؤ کا معیار =  $\text{مق} \times 34564 = 3766$  پانچ ٹن

اگر مرکزی بوجھ د ہو تو شہتیر کے ذاتی وزن کو نظر انداز کرنے پر اعظم خاؤ کا

معیار  $\frac{\text{ول}}{4}$  ہوگا۔

$$\therefore \text{اعظم خاؤ کا معیار} = \frac{\text{ول}}{4} = \frac{9 \times 12 \times 12}{4} = 36 \text{ و پانچ ٹن}$$

$$\therefore \frac{36576}{36} = 1016 \text{ ٹن}$$



شکل ۱۷

$$\frac{54.3 \times 1}{36.0} = \frac{\text{تکین} \times \text{تکین}}{\text{تکین}} = \text{فشاری زور}$$

۱۵۹۳ ٹن فی رچ پانچ

(۵) ایک مرکب شہتیر دو چوبی شہتیروں سے مرکب ہے

جن میں سے ہر ایک کی چوڑائی ۹ انچ اور گھرائی ۱۶ انچ ہے اور ان کے درمیان ایک فولادی تختی ۸ انچ گھری اور ۳ انچ موٹی متشاکلاً دکھ دی گئی ہے۔ اگر بے کی قیمت چوبیسے کے لیے ۱۵ ملین پونڈ فی مربع انچ اور فولاد کے لیے ۲۰ × ۳۰ پونڈ فی مربع انچ ہو تو فولادی تختی میں اعظم تنشی زور معلوم کرو جب کہ چوبیسے میں اعظم تنشی زور ۱۰۰ پونڈ فی مربع انچ ہو۔

نیز چوبیسے کے اسی زور کی حد تک بے معلوم کرو کہ شہتیر کو

ہر کب کرنے سے غلہ مرکب شہتیر کے مقابلے میں کتنے فی صدی زیادہ بوجہ برداشت ہو سکتا ہے (بی۔ ایس۔ سی لندن ۱۹۰۷ء)۔  
صفحہ ۱۰۴ پر دی ہوئی ترقیم اختیار کرنے سے  $m = \frac{71 \times 30}{71 \times 150} = 20$  (دیکھو شکل ۷۷)۔

∴ فولادی تختی ایک ۲۰ گنی چوڑی یعنی  $8 \times 15$  چوبی تختی کے معادل ہے۔  
اس لیے پورے مرکب شہتیر کی معادل چوبی تراش کے لیے۔

$$\frac{28 \times (\frac{3}{4} - 15)}{12} + \frac{316 \times 9 \times 2}{12} = A$$

$$608 + 4122 =$$

$$4730 = \text{انچ اکائیاں}$$

اور بے احکام چوبی شہتیر کے لیے  $A = 4122$

جب کہ لکڑی میں زور تراش کے کنارے پر ۱۰۰۰ پونڈ فی مربع انچ ہو تو قدر سے ۴ پانچ نیچے یعنی معادل چوبی تختی کی اعظم گہرائی پر زور

$$\frac{1000}{4} \times 20 = 500 \text{ پونڈ فی مربع انچ}$$

ہوگا۔ لیکن ایک ہی فساد پر فولاد کا زور لکڑی سے ۲۰ گنا ہوتا ہے۔

$$\therefore \text{فولاد میں زور} = 500 \times 20 = 10000 \text{ پونڈ فی مربع انچ}$$

$$\text{مرکب شہتیر کے لیے معادل مقياس} = \frac{4730}{8} = 591 \text{ انچ اکائیاں}$$

$$\therefore \text{بے خطر خاؤ کا معیار پونڈ فٹوں میں} = \frac{1000 \times 591}{12} = 49250$$

$$\text{سادہ چوبی شہتیر کے لیے مق} = \frac{4122}{8} = 515 \text{ انچ اکائیاں}$$

$$\therefore \text{بے خطر خاؤ کا معیار پونڈ فٹوں میں} = \frac{1000 \times 515}{12} = 42916$$

$$\therefore \text{مزید خاؤ کا معیار جو مرکب شہتیر برداشت کرتا ہے} = 42916$$

$$\therefore \text{اضافہ فی صدی} = 100 \times \frac{42916}{49250} = 87 \text{ فی صدی}$$

شہتیروں کے زوروں کے متعلق عددی مثالیں اس کتاب میں اور متعدد مقامات پر دی جائیں گی۔

## شہتیروں کے زوروں پر جزئی قوت کا اثر۔ دیکھو

اب تک ہم نے صرف اُن تنشی اور فشاری زوروں پر غور کیا ہے جو خاؤ کے میار سے پیدا ہوتے ہیں۔ لیکن ان زوروں کے علاوہ ماسی زور بھی ہوتے ہیں جو جزئی قوت سے پیدا ہوتے ہیں۔ شہتیر کے کسی اندرونی نقطے پر حاصل زور ان راست اور ماسی زوروں کا حاصل یا صدر زور ہوتا ہے۔ اس حاصل کو معلوم کرنے کا طریقہ باب امیں دیا گیا ہے۔ ایک آئندہ باب میں ہم شہتیر کی تراش پر جزئی زور کی تقسیم سے بحث کریں گے لیکن فی الحال یہ مان لیں گے کہ جزئی زور مرکز ہندی پر اعظم ہوتا ہے اور انتہاؤں پر صفر ہوتا ہے۔ شکل ۷۷ میں شہتیر کی تراش پر جزئی اور راست زوروں کا نقشہ دیا گیا ہے اور حاصل زور بھی دکھائے گئے ہیں جو دیکھو شہتیر کی انتہاؤں پر مرکزی خط کے متوازی ہیں اور مرکز ہندی پر اس کے علی القیام ہیں۔

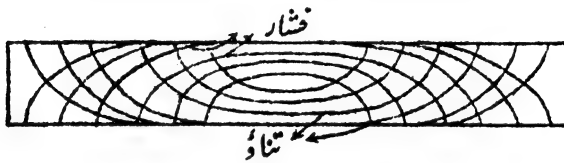
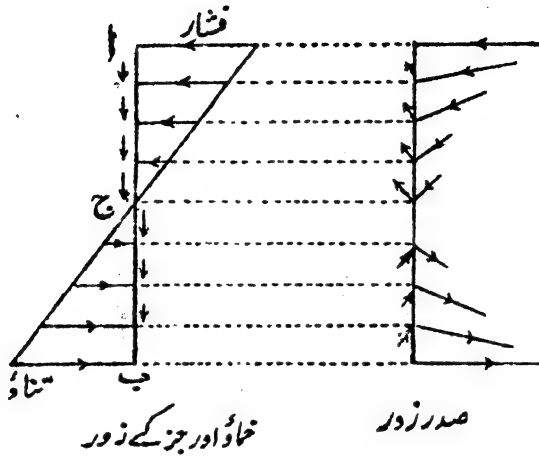
اگر فصل کے مختلف نقاط پر کی تراشوں میں مختلف

گہرائیوں پر صدر زور معلوم کیے جائیں اور صدر زور کی سمتوں کو ایک منحنی کے ذریعے ملایا جائے تو مختلف خطوط حاصل ہوں گے جن سے پتہ چلیگا کہ صدر زور کی سمت نقطہ بہ نقطہ کس طرح بدلتی ہے۔ اس طرح کے منحنی رنگین کی اطلاقی میکا نیات میں ملینگے۔ ان کی شکل، شکل ۷۷ کے مطابق ہوگی۔

علمائے پایا جائیگا کہ ایسے شہتیروں کو چھوڑ کر جو بہت چھوٹے

ہوں اور ان پر بھاری بوجھ ہوں عام طور پر خاؤ کے میار سے پیدا ہونے والے اعظم تنشی اور فشاری زور اعظم جزئی زور سے بہت بڑھے





شکل ۲۰۱ - شہتیروں کے صدر زور

ہوئے ہونگے۔ اس طرح بالعموم خاؤ کے معیار سے پیدا ہونے والے زوروں کی محنت  
جزی زوروں سے زیادہ اہم ہوتی ہے۔

ایسی صورتیں جن میں شہتیر کے نظریے کے  
مفروضات جائز نہیں۔

مزاحمت کا معیار عام صورت میں — شہتیروں کے صحیح نظریے

کو قائم کرنے کے لیے یہ ضروری نہیں کہ اوپر بیان کیے ہوئے مفروضات اختیار  
کیے جائیں اور ہم اب سب میں عام صورت میں مزاحمت کا معیار معلوم کر چکے۔

اس کی تحقیق میں ہم کو یہ فرض کرنا ہوگا کہ تجربے کے ذریعے یا اور کسی طرح معلوم ہے کہ شہتیر کی کسی تراش نے جو ابتدا میں ستویں جگاڑ کے بعد یکساں شکل اختیار کی ہے۔ اور یہ بھی معلوم رہنا چاہیے کہ شہتیر جس شے کا بنا ہوا ہے اس کے لیے زور اور فساد میں کیا ربط ہے۔

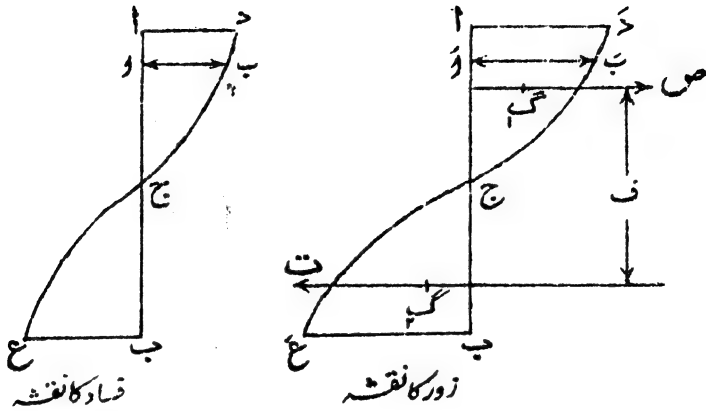
فرض کرو کہ اب (شکل ۷۷) ایک شہتیر کی تراش کے ابتدائی رد کار کو بغیر کرتا ہے جس نے فساد کے بعد شکل د ج ع اختیار کی ہے۔ تب زور اور فساد کے معنی سے اور تراش کی شکل سے زور کا معنی د ج ع کیسٹنا جاسکتا ہے۔ اس کو کھینچنے کا طریقہ حسب ذیل ہوگا:۔ فرض کرو کہ فساد کے نقشے کا کوئی معین اب ہے۔ تب "زور اور فساد" کے معنی سے اس فساد کے متناظر زور معلوم کرو اور اس کو دیے ہوئے نقطے پر شہتیر کے عرض سے ضرب دو اور اس کو کسی موزوں پیمانے پر اب سے بغیر کرو۔ تب کے جیسے نقاط کو ملانے سے زور کا نقشہ حاصل ہوگا۔

اب فرض کرو کہ زور کے نقشے کے رقبے ص اور د ہیں اور ان کے مرکز ہندسی گ اور گ۔ تب سادہ خاکوں میں ص اور د مساوی ہونگے اور اگر مرکز ہندسی کے درمیان عمودی فاصلہ ہو تو مزاحمت کا معیار ص x د یا د x ص ہوگا۔

اگر طلبہ شہتیروں کے زوروں کے متعلق اس عام طریقے کو اچھی طرح سمجھ جائیں تو ان کو خصوصی نظریوں کے سمجھنے میں وہ دقت محسوس نہ ہو جو اکثر محسوس ہوتی ہے۔ باب ۵ میں محکم کنکریٹ سے بحث کرتے وقت ہم ایسے خاکوں کے متعلق مزید نوٹ اور عددی مثالیں دیں گے جس میں معمولی مفروضہ اختیار نہیں کیا جاسکتا۔

شہتیر جن میں ابتدائی انخفا قابل لحاظ ہو۔ فرض کرو کہ

اب د ع (شکل ۷۷) کسی معنی شہتیر کے ایک چھوٹے ٹکڑے کو بغیر کرتا ہے۔ لا مرکز انخفا ہے اور ا ع اور ب د وسطی خط ج ج پر



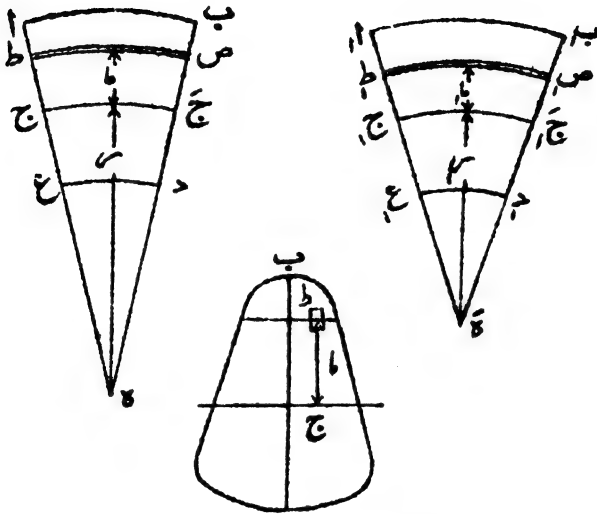
شکل ۷۳

عمود ہیں۔ تب ظاہر ہے کہ فساد اور زور کی ایک خاص حدت پیدا کرنے کے لیے ع د میں اتنا مجموعی فساد درکار نہیں ہوگا جتنا کہ اب میں کیونکہ ع د کا ابتدائی طول اب سے کم ہے۔ اس طرح تعدیلی محور مرکز ہندسی میں سے نہیں گزرے گا۔

یہ مفروضہ ہم اب بھی برقرار رکھیں گے کہ زور اور فساد باہم متناسب ہیں اور نیز برنولی کا مفروضہ کہ جو تراشش ابتدا میں مستوی تھی وہ خاؤ کے بعد بھی مستوی رہتی ہے۔ ان کی مدد سے منحنی شہتیروں کے خاؤ کا ایک صحیح نظریہ حاصل کیا جاسکتا ہے۔

فرض کرو کہ حصہ اب د ع خاؤ کے بعد وضع ہوگا د ع اختیار کرتا ہے۔ مرکز ہندسی میں کے خط ج ج سے فاصلہ ما پر ایک نقطہ ط پر کے ایک چھوٹے سے رقبے پر اور شہتیر کے ایک ریشے ط ص پر

غور کرو جو رقبہ یہ میں سے گزرتا ہے۔



شکل ۱۷۷ غور دار شہتیروں کے زور

فصل کے بعد ریشہ ط ص نئے مرکز مہندسی کے خط ج ج سے فاصلہ  
ط پر وضع ط ص اختیار کرتا ہے۔

$$\text{تب ط ص میں فساد کی مدت} = \frac{\text{ط ص} - \text{ط ص}}{\text{ط ص}}$$

اور اگر ط پر زور نہ ہو تو

$$\frac{\text{ط ص} - \text{ط ص}}{\text{ط ص}} = \frac{\text{ط ص}}{\text{ط ص}} = ۱$$

$$\frac{\text{ط ص}}{\text{ط ص}} = ۱ + \frac{\text{ط ص}}{\text{ط ص}} \dots \dots \dots (۱)$$

$$\frac{\text{ج ج} - \text{ج ج}}{\text{ج ج}} = \text{اسی طرح ج ج میں فساد کی مدت}$$

اور اگر مرکز ہندسی پر زور نہ ہو تو اسی طرح

$$\frac{\text{ج ج} + 1}{\text{ج ج}} = \frac{\text{ج ج} + 1}{\text{ج ج}} \dots (۲)$$

(۱) کو (۲) سے تقسیم کرنے سے:-

$$\frac{\frac{\text{ج ج} + 1}{\text{ج ج}} + 1}{\frac{\text{ج ج} + 1}{\text{ج ج}} + 1} = \frac{\text{ط ص} \times \text{ج ج}}{\text{ج ج} \times \text{ط ص}}$$

$$\frac{\text{ط ص}}{\text{ج ج}} = \frac{\text{ج ج} + 1}{\text{ج ج} + 1} = \frac{\text{ط ص}}{\text{ج ج}} \quad \text{لیکن}$$

$$\frac{1}{\frac{\text{ج ج} + 1}{\text{ج ج}}} = \frac{\text{ج ج}}{\text{ج ج} + 1} = \frac{\text{ج ج}}{\text{ط ص}}$$

نیز چونکہ  $\frac{\text{ج ج}}{\text{ط ص}}$  اور  $\frac{\text{ج ج}}{\text{ج ج}}$  بہت چھوٹی مقداریں ہیں، اس لیے

اس طرح لکھا جاسکتا ہے:-

$$\left(1 - \frac{\text{ج ج}}{\text{ج ج}} + \frac{\text{ج ج}}{\text{ج ج}}\right) = \frac{\frac{\text{ج ج}}{\text{ط ص}} + 1}{\frac{\text{ج ج}}{\text{ج ج}} + 1}$$

$$\text{اس طرح حاصل ہوتا ہے} \quad \frac{\frac{\text{ج ج}}{\text{ط ص}} + 1}{\frac{\text{ج ج}}{\text{ج ج}} + 1} = 1 - \frac{\text{ج ج}}{\text{ج ج}} + \frac{\text{ج ج}}{\text{ج ج}} \dots (۳)$$

$$\frac{\frac{\text{ج ج}}{\text{ط ص}} + 1}{\frac{\text{ج ج}}{\text{ج ج}} + 1} - 1 + \frac{\text{ج ج}}{\text{ج ج}} = \frac{\text{ج ج}}{\text{ج ج}}$$

$$\frac{\frac{\text{ج ج}}{\text{ط ص}} - \frac{\text{ج ج}}{\text{ج ج}}}{\frac{\text{ج ج}}{\text{ج ج}} + 1} + \frac{\text{ج ج}}{\text{ج ج}} =$$

$$(۴) \dots\dots\dots \frac{\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}}{\frac{1}{r} + 1} - \frac{r_0}{r} =$$

$$(۵) \dots\dots\dots \frac{r_0 \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right)}{\frac{1}{r} + 1} + r = r_0$$

پوری تراش پر قوت  $\propto r \times \beta$  ہوگی جو خالص خواؤ کی صورت میں صفر ہوگی۔  
 $\therefore \propto = 0 \quad \propto r \times \beta$

$$\beta \times \frac{r_0 \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right)}{\left( \frac{1}{r} + 1 \right)} \propto r + \beta \times r \propto =$$

لیکن  $\propto r \times \beta = r \propto \beta = r \propto$

$$(۶) \dots\dots\dots \beta \times \frac{r_0 \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right)}{\left( \frac{1}{r} + 1 \right)} \propto \frac{r}{r_0} = r$$

رتبہ کے چھوٹے حصے پر کی قوت کا معیار ج ج کے گرد  
 $\propto r \times \beta \propto r_0$  اور ان معیاروں کا حاصل جمع مزاحمت کے معیار کے اور  
 اس طرح خواؤ کے معیار مر کے مساوی ہوگا۔

$$\therefore \text{مر} = r \propto r \times \beta$$

$$\beta \times \frac{r_0 \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right)}{\left( \frac{1}{r} + 1 \right)} \propto r + \beta \times r \propto =$$

لیکن  $\propto r \propto r_0 = r \propto \beta \propto r \times \beta$  رتبہ کا پہلا معیار

مرکز ہندسی کے گرد

$$= \text{نہ} \times = .$$

$$\therefore \text{مر} = \frac{\text{ے} \left( \frac{\text{ا}}{\text{سہ}} - \frac{\text{ا}}{\text{سہ}} \right)}{\left( \frac{\text{ا}}{\text{سہ}} + 1 \right)} \times \text{نہ} \times \text{ا} \dots \dots (۷)$$

یہ عام ترین صورت ہے اور اختیار کردہ مفروضے کے لیے صحیح ہے۔

اب ذیل کی خاص صورتوں پر غور کرو:

(۱) معمولی سیدھا شہتیر، س لائقہ ای، س بہت بڑا۔

$$\text{اس صورت میں نہ} = \frac{\text{ے}}{\text{ب}} = \frac{\text{ا}}{\text{سہ}} \times \text{نہ}$$

$$= \frac{\text{ے}}{\text{سہ}} = \text{ا نہ} = .$$

$$\text{اس طرح مر} = \frac{\text{ے}}{\text{سہ}} \times \text{ا نہ}$$

لیکن ا تقریباً ا کے مساوی ہے

$$\therefore \text{مر} = \frac{\text{ے}}{\text{سہ}} = \text{ا نہ}$$

$$= \frac{\text{ے}}{\text{سہ}}$$

$$\text{اور مساوات (۵) سے نہ} = 0 + \frac{\text{ے}}{\text{سہ}}$$

$$= \frac{\text{ے} \times \text{ا}}{\text{سہ}}$$

$$\therefore \frac{\text{ے}}{\text{سہ}} = \frac{\text{ا نہ}}{\text{ا}}$$

$$\therefore \text{مر} = \frac{\text{ا نہ}}{\text{ا}}$$

اور یہی نتیجہ پہلے حاصل ہوا تھا۔

(۲) زنجیر کی کڑیوں وغیرہ کے لیے ویکٹر کا ضابطہ:۔  
 ویکٹر نے اس امر کی طرف توجہ منتقل کرانی کہ زنجیر کی کڑیوں وغیرہ جیسی چیزوں پر جن میں کہ ابتدائی انحناء قابل لحاظ ہے خاؤ کے معمولی ضابطوں کا استعمال درست نہیں اور اس نے ان ضابطوں میں حسب ذیل ترمیم کی:-

اس نے  $\frac{1}{r} = \frac{1}{r_0} + \frac{1}{r_1}$  یا  
 تب مساوات (۵) حسب ذیل ہو گئی:-

$$r = \frac{\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1}}{\frac{1}{r_0} + 1}$$

$$r = \frac{1}{\frac{1}{r_0} + 1} \times \left( \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1} \right) \dots \dots \dots (۸)$$

تب مساوات (۶) سے

$$r = \frac{1}{\frac{1}{r_0} + 1} \times \left( \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1} \right) \dots \dots \dots$$

$$\text{اس میں } \frac{1}{r} = \frac{1}{r_0} + \frac{1}{r_1} \text{ سے } r = \frac{1}{\frac{1}{r_0} + 1} \times \left( \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1} \right) \dots \dots \dots$$

$$r = \frac{1}{\frac{1}{r_0} + 1} \times \left( \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1} \right) \dots \dots \dots$$

$$\text{اب فرض کرو کہ } \frac{1}{r} = \frac{1}{r_0} + \frac{1}{r_1} \text{ سے } r = \frac{1}{\frac{1}{r_0} + 1} \times \left( \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1} \right) \dots \dots \dots$$

جہاں  $r$  اس ربط سے معین ہوتا ہے اور اس کو کڑی کا نصف قطر



کہا جاسکتا ہے۔ معمولی صورت میں یہ گردشی نصف قطر کے متناظر ہے۔

$$\text{اس طرح دیکھو } \frac{b^2}{r} = \frac{a^2}{(r+a)} \times b$$

$$b = \frac{a^2}{r+a} \times b$$

$$\therefore \frac{b^2}{r} = \frac{a^2}{(r+a)} \times b$$

$$\text{اس طرح } z = \frac{b}{r} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r+a} \right) \times \frac{b^2}{r}$$

$$\text{یعنی } z = \frac{b^2}{r} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r+a} \right) \dots \dots \dots (9)$$

مساوات (۷) سے

$$r = \frac{a^2 \times \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r+a} \right)}{\frac{b^2}{r} + 1}$$

$$= \frac{a^2}{r+a} \times \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r+a} \right) \times r$$

$$= \frac{a^2}{r+a} \times \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r+a} \right) \times r$$

$$= \frac{a^2}{r} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r+a} \right) \dots \dots \dots (10)$$

اب مساوات (۸) پر واپس آئیں تو

$$z = \frac{b^2}{r} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r+a} \right) + \frac{a^2}{r+a} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r+a} \right) \times r$$

$$= \frac{b^2}{r} + \frac{a^2}{r+a} \times \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r+a} \right) \times r \dots \dots \dots (11)$$

حل۔ یہ صورت خواہ کا زور ہے۔ آنکھوں کی صورت میں اس راست زور کو بھی جمع کرنا ہوگا جو پوری تراس پر عمل کرتا ہے۔

مستطیلی تراش — اگر تراش مستطیلی ہے اور اس کی گہرائی گ  
اور عرض ض ہے تو دیکھو ریاضی کی رُو سے تحلیل کرنے سے:—

$$\text{بھ} = \int_{\frac{1}{4}}^{\frac{3}{4}} \frac{\text{س} \times \text{ا} \times \text{ض}}{\text{س} + \text{ا}} \text{ فرما}$$

$$\text{اس میں} \quad \int \frac{\text{ا} \times \text{فرما}}{\text{س} + \text{ا}} = \int \text{ا} \times \text{فرما} - \int \frac{\text{ا} \times \text{فرما}}{\text{س} + \text{ا}} \text{ فرما}$$

$$= \int \text{ا} \times \text{فرما} - \int \frac{\text{ا} \times \text{فرما}}{\text{س} + \text{ا}} \text{ فرما}$$

$$= \frac{1}{4} - \frac{\text{ا} \times \text{فرما}}{\text{س} + \text{ا}} \text{ لوگ (س} + \text{ا)}$$

$$\therefore \text{بھ} = \left[ \frac{1}{4} - \frac{\text{ا} \times \text{فرما}}{\text{س} + \text{ا}} \text{ لوگ (س} + \text{ا)} \right] \times \int_{\frac{1}{4}}^{\frac{3}{4}} \text{س} \times \text{ض}$$

$$= \text{ض} \times \left[ \frac{1}{4} - \frac{\text{ا} \times \text{فرما}}{\text{س} + \text{ا}} \text{ لوگ (س} + \text{ا)} \right]$$

$$= \text{ض} \times \left[ \frac{1}{4} - \frac{\text{ا} \times \text{فرما}}{\text{س} + \text{ا}} \text{ لوگ (س} + \text{ا)} \right]$$

$$\therefore \text{نہ} = \frac{\text{م}}{\text{س} \times \text{ب}} + \text{م} \times \text{ا} \times \left( \frac{\text{ا}}{\text{س} + \text{ا}} \right) \times \text{ض} \times \left[ \frac{1}{4} - \frac{\text{ا} \times \text{فرما}}{\text{س} + \text{ا}} \text{ لوگ (س} + \text{ا)} \right]$$

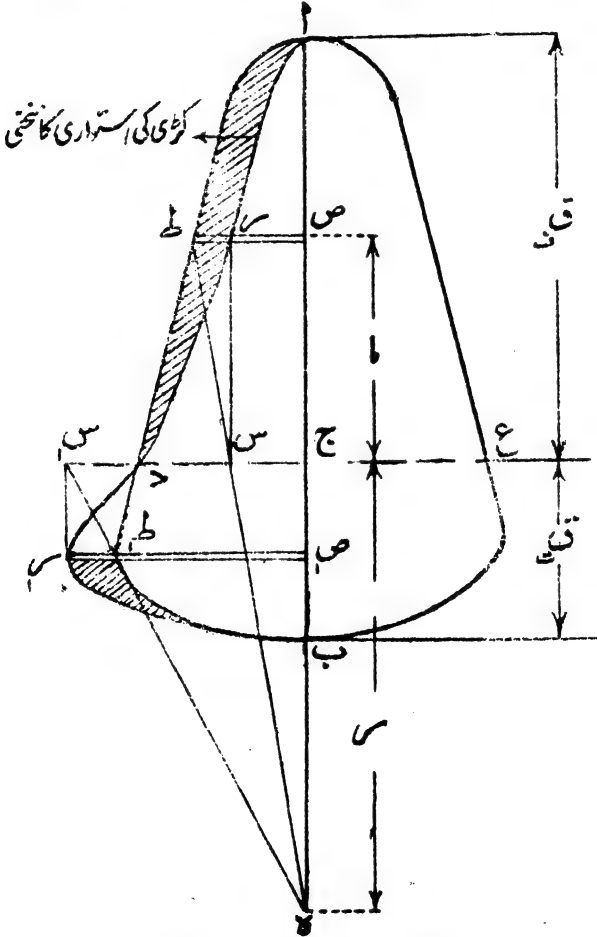
$$= \left\{ \frac{1}{\text{س} \times \text{ب}} + \text{ض} \times \left( \frac{1}{4} - \frac{\text{ا} \times \text{فرما}}{\text{س} + \text{ا}} \text{ لوگ (س} + \text{ا)} \right) \right\} \times \text{م}$$

یہ اعظم ہو گا جب کہ  $\text{ا} = \pm \frac{1}{4}$

عام ترتیبی حل — فرض کرو کہ شکل ۵۷، ایک شہتیر کی تراش ادب ج کو تعبیر کرتی ہے۔ شہتیر خاؤ کے مستوی میں نمودار ہے اور مرکزی خط د ع کا مرکز اخفا ۷ ہے۔ نصف تراش کی ایک پتلی پٹی ط ص پر غور کرو جو ج د سے فاصلہ باہر ہے۔ ط ۷ کو لاؤ جو ج د کو سر پر کاٹے اور ص ج کے متوازی س سر بھیچو جو ط ص کو سر پر کاٹے۔

$$\text{نسب } \frac{\text{ط ص}}{\text{ط ص}} = \frac{\text{س ص}}{\text{ص ۷}} = \frac{\text{س ۷}}{\text{س ۷ + ۷}}$$

اس عمل کو ط ص جیسی کئی پٹیوں پر کریں اور حاصل شدہ نقاط کو ملائیں تو ایک منحنی ارد س ب حاصل ہوتا ہے جس کو کٹری کی استواری کا منحنی کہا جاتا ہے۔



شکل ۵۷ - منحنی شہتیر اور غیرہ

تب کڑی کی استواری کے منحنی کا رقبہ = جس =  $\frac{1}{(1+s)} \times$

لیکن  $\frac{1}{(1+s)} = \frac{1}{s+1}$

جس =  $\frac{1}{s+1}$

اب فرض کرو کہ  $\frac{1}{s+1} = k$

یعنی اب زور کی مساوات (۱۱) میں ان قیمتوں کو درج کرنے سے

$$\frac{m}{s+1} + \frac{m}{s+1} = n$$

$$\left\{ \frac{1}{s+1} + \frac{1}{s+1} \right\} \frac{m}{s+1} =$$

$$\left\{ \frac{1}{(s+1)} + 1 \right\} \frac{m}{s+1} =$$

تب اگر خط دے سے انتہائی فشاری اور تنشی ریشوں کے فاصلے علی الترتیب  
قی اور قی ہوں تو

اعظم فشاری زور =  $n = \frac{m}{s+1} \left\{ 1 + \frac{q_1}{s+1} \right\}$

اعظم تنشی زور =  $n = \frac{m}{s+1} \left\{ 1 - \frac{q_2}{s+1} \right\}$

تعدیلی محور کا محل — ما کی جس قیمت سے  $n =$  اس سے  
تعدیلی محور کا فاصلہ خط دے سے حاصل ہوگا۔ یعنی





اس کو یوں ثابت کیا جاسکتا ہے :-  
تراش کے نقطہ ط پر ایک چھوٹے سے رقبے پر غور کرو (مشکل ۷۶)  
اور فرض کرو کہ طن اور ط مر علی الترتیب لداؤ کے مستوی اور تبدیلی محور کے  
علی القوام کھینچے گئے ہیں۔ تب ط پر زور کی حدت تبدیلی محور سے فاصلہ ط مر  
کے متناسب ہوگی۔ اس طرح اگر س ایک مستقل ہو تو  $ز = س \times ط مر$   
لکھ سکتے ہیں۔

اس لیے اس رقبے پر کے بوجھ کا معیار  $س$  کے گرد  
 $ز = س \times ط مر \times طن$   
اب چونکہ  $س$  لداؤ کا مستوی ہے اس لیے تراش پر کے تمام  
زوروں کا معیار  $س$  کے گرد صفر ہونا چاہیے کیونکہ زوروں کا جنت  
بھی مستوی  $س$  کے اندر ہوگا۔

$$\therefore \quad 3 \quad ز = س \times ط مر \times طن = 0$$

$$\text{یا} \quad 3 \quad س \times ط مر \times طن = 0$$

$$\text{یا} \quad 3 \quad ز = س \times ط مر \times طن = 0$$

لیکن  $3 \quad ز = س \times ط مر \times طن$  کو حاصل ضرب معیار کہا گیا ہے اور یہ  
دکھایا جاسکتا ہے کہ اگر کسی رقبے کا حاصل ضرب معیار دو خطوط کے گرد  
صفر ہو تو یہ خطوط ایک ناقص کے مزدوج قطر ہونگے۔

اس لیے تبدیلی محور معلوم کرنے کے لیے  $س$  کا مزدوج قطر  
کھینچ لو۔ اور یہ اس طرح کیا جاسکتا ہے کہ  $س$  کے متوازی ایک وتر  
کھینچا جائے اور اس کی تنصیف کر کے نقطہ تنصیف کو ج سے ملایا جائے۔  
اب فرض کرو کہ ت۔ مر کے گرد گردش نصف قطر گ ہے اور  
فتاری اور نشی جانوں کے انتہائی نقطوں کے فاصلے اس سے  
قی اور ق ہیں۔

تب مقياس حسب ذیل ہو گئے۔

$$\text{مقی} = \frac{\text{ب گ ک م}}{\text{ق ت}} = \frac{\text{آ ت م}}{\text{ق ت}}$$

$$\text{مقی} = \frac{\text{ب گ ک م}}{\text{ق ت}} = \frac{\text{آ ت م}}{\text{ق ت}}$$

اور اعظم فشاری اور متشی زور حسب ذیل ریلوں سے حاصل ہو گئے۔

$$\text{ن} = \frac{\text{م}}{\text{مقی}}$$

$$\text{ز} = \frac{\text{م}}{\text{مقی}}$$

عددی مثال — ایک ۵ × ۲ × ۲ کی نامساوی

زاد بی تراش کو چھوٹے پھلو پر لا دیا گیا ہے اور بڑا پھلو نیچے کی طرف ہے۔، ٹن فی مربع انچ زور کے لیے بے خطر تمام کامیاب معلوم کرو۔

معیاری تراشوں کی جدولوں سے حاصل ہوتا ہے کہ اس تراش کے لیے گردشی نصف قطر کی اعظم اور اقل قیمتیں ۱۵۶۹ اور ۶۵۰ پانچ ہو گئی۔ صدر محور انتصابی خط سے ۱۹ کا زاویہ بنائیگا۔ خط سے لداؤ کے مستوی کا نقش ہے۔ اب معیاروں کا ناقص (شکل ۶) کے دگنے پیمانے پر کھینچا جائیگا۔ محور اعظم گ کا دگنا، اور محور اصغر گ کا دگنا ہوگا۔

ساخت کا جو طریقہ اس سے پہلے دیا گیا ہے اس کی مدد سے ناقص سے ایک مزدوج قطر حاصل ہوگا۔ یہ تبدیلی محور ہوگا۔ گپ حاصل کرنے کے لیے ناقص کا ایک ماس ت م کے متوازی کھینچو اور ج سے ایک خط اس محور پر عمود وار کھینچو۔ اس کا طول ۸۸ پانچ پایا جائیگا۔ اب تبدیلی محور سے تراش کے انتہائی نقطوں کے فاصلے قی اور قی تا پو۔ یہ علی الترتیب ۱۵۸۰ اور ۱۵۸۳ پانچ پائے جائینگے۔ تراش کا رقبہ



۳۵ مربع پنچ ہے۔ اس طرح دیکھو

$$\text{مقی} = \frac{2.88 \times 35}{1580} = 1561 \text{ پنچ اکائیاں}$$

$$\text{مقی} = \frac{2.88 \times 35}{1583} = 1559 \text{ پنچ اکائیاں}$$

∴ اگر بے خطر زور = نیٹ = زب = ٹن فی مربع پنچ

تو بے خطر خاؤ کا معیار =  $1559 \times 4 = 11513$  پنچ ٹن ..... (۱)

اگر ت۔ م لداؤ کے مستوی کے علی القوائم لیا جاتا جیسا کہ متشاکل شہتیر کی

صورت میں ہوتا تو گ = ۱۵۶۰ قی = ۱۵۷۳ اور قی = ۳۵۲۷ حاصل ہوتا۔ ان سے

$$\text{مقی} = \frac{1.56 \times 35}{1563} = 5526 \text{ پنچ اکائیاں}$$

$$\text{مقی} = \frac{1.56 \times 35}{3524} = 2593 \text{ پنچ اکائیاں}$$

$$\text{∴ بے خطر خاؤ کا معیار} = 2593 \times 4 = 20558 \text{ پنچ ٹن} \quad (۲)$$

[نوٹ۔ بے خطر خاؤ کا معیار معلوم کرنے کے لیے اگر کامی زور متناؤ اور فشار میں

مساوی ہوں تو صرف اقل مقیاس پر غور کیا جائیگا۔]

نتائج (۱) اور (۲) کا مقابلہ کرنے سے معلوم ہوتا ہے کہ حقیقی قدریں محو نہ معلوم ہونے

سے بہت بڑی غلطی واقع ہوتی ہے۔ علی مجزوں سے یہ غلطی اکثر سرزد ہوتی ہے۔

اسی قسم کی رعایت ان متشاکل تراشوں میں بھی ملحوظ رکھنی چاہیے جن کا ایک

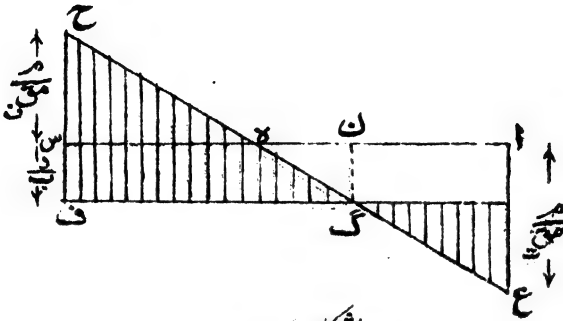
صدر محور لداؤ کے مستوی پر منطبق نہ ہو۔ ایسی صورتیں عملاً تختی دار گردوں میں واقع ہوتی

ہیں جب کہ بوجھ گزر رہا ہو اور ہوا ایک طرف سے چل رہی ہو اور نیز ڈھلوان پلوں میں جن

میں آٹے گردوں کی کوریں اسی ڈھال پر رکھی جاتی ہیں جو صدر گردوں کا ہوتا ہے۔

خاؤ کے زور اور راست زور ایک ساتھ — اگر شہتیر پر لداؤ

اس طرح کا ہو کہ خاؤ کے زوروں کے علاوہ راست زور بھی پیدا کرے تو



شکل ۷۷

خاؤ کا زور اور راست زور ملا ہوا

تراش کے کسی نقطے پر حاصل زور کی مقدار ان علیحدہ زوروں کو جمع کرنے سے ملے گی۔ فرض کر دو کہ  $\uparrow$  نس (شکل ۷۷) ایک شہتیر کی کسی تراش کا رُوکار ہے۔ تراش کا مرکز ہندسی لا ہے۔ رقبہ ب اور فشاری اور تنشی مقیاس مقی اور مقی ہیں۔ فشاری پہلوں سے ہے اور تنشی پہلوں سے۔

تب اگر راست قوت ایک دباؤ ہو تو تراش پر ایک یکساں فشاری زور ہے۔ ہوگا۔ اگر خاؤ کا معیار ہو تو خاؤ سے پیدا ہونے والے اعظم فشاری

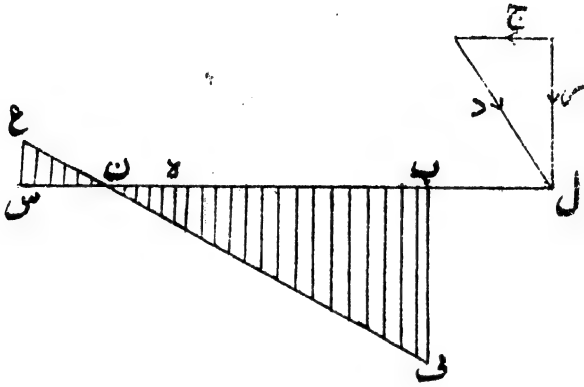
اور تنشی زور علی الترتیب  $\frac{م}{مقی}$  اور  $\frac{م}{مقی}$  ہونگے۔ اس طرح

$$\text{حاصل اعظم فشاری زور} = \frac{م}{مقی} + \frac{ب}{ع} \dots \dots \dots (۱)$$

$$\text{حاصل اعظم تنشی زور} = \frac{م}{مقی} - \frac{ب}{ع} \dots \dots \dots (۲)$$

تراش پر اس مرکب زور کی تقسیم شکل ۷۷ کے مطابق ہوگی۔

ف ج اعظم فشاری زور کو تعبیر کرتا ہے اور گ ع اعظم تنشی زور کو۔ تعدیلی طور پر نقطہ ن پر آہوگا جہاں کہ زور صفر ہے۔



شکل ۷۷

اگر راست قوت دباؤ کی بجائے تناؤ ہو تو

$$\text{حاصل اعظم تنشی زور} = \text{نی} = \frac{\text{ب}}{\text{م}} + \frac{\text{م}}{\text{م}} \dots (۳)$$

$$\text{حاصل اعظم فشاری زور} = \text{نی} = \frac{\text{ب}}{\text{م}} - \frac{\text{م}}{\text{م}} \dots (۴)$$

زور دباؤ کے خط سے حاصل کرنا۔ اگر تراش پر

حاصل قوت سا ہو (شکل ۷۷) اور دباؤ کا خط اس ب مخدجہ کو بوجھ نقطہ ل پر قطع کرے (دیکھو صفحہ ۱۸۱) تو سا کو تراش کے متوازی اور علی القوائم تحلیل کرنے سے ایک جزی قوت ج اور ایک دباؤ د حاصل ہوگا۔

اس صورت میں  $\text{مر} = \text{د} \times \text{ل}$  اور  $\text{لا} = \text{د} \times \text{ل}$

اور اگر  $\text{لا} = \text{ق}$  اور  $\text{لا} = \text{ق}$

$$\text{تو} \quad \frac{\text{ب گ}}{\text{ق ن}} = \frac{\text{ا}}{\text{ق ن}} = \text{مق ن}$$

$$\frac{\text{ب گ}}{\text{ق ت}} = \frac{\text{ا}}{\text{ق ت}} = \text{مق ت}$$

جہاں گ ایک ایسے خط کے گرد گردش نصف قطر ہے جو مرکز ہندسی میں سے تبدیلی محور کے متوازی گزرتا ہے۔

اس لیے مساواتوں (۱) اور (۲) سے :-

$$\text{ن ن} = \frac{\text{د} \times \text{لا} \times \text{ق ت}}{\text{ب گ}} + \frac{\text{د}}{\text{ب}}$$

$$\text{ن ن} = \frac{\text{د}}{\text{ب}} \left( 1 + \frac{\text{لا ق ت}}{\text{ب گ}} \right) \dots \dots \dots (۵)$$

$$\text{ن ت} = \frac{\text{د} \times \text{لا} \times \text{ق ت}}{\text{ب گ}} - \frac{\text{د}}{\text{ب}}$$

$$\text{ن ت} = \frac{\text{د}}{\text{ب}} \left( 1 - \frac{\text{لا ق ت}}{\text{ب گ}} \right) \dots \dots \dots (۶)$$

یا اگر حاصل عمادی جزو تخیلی ایک تناؤت ہو تو مساواتوں (۳) اور (۴) سے :-

$$\text{ن ت} = \frac{\text{د}}{\text{ب}} \left( 1 + \frac{\text{لا ق ت}}{\text{ب گ}} \right) \dots \dots \dots (۷)$$

$$\text{ن ت} = \frac{\text{د}}{\text{ب}} \left( 1 - \frac{\text{لا ق ت}}{\text{ب گ}} \right) \dots \dots \dots (۸)$$

تبدیلی محور کا محل — تبدیلی محور کا محل ن حسب ذیل طریقہ معلوم

ہو سکتا ہے :-

فرض کرو کہ یہ لا سے فاصلہ ماپ رہے۔

$$\frac{م}{ا} = \text{تب خماؤ کی وجہ سے زور}$$

$$= \frac{د \times لا \times ا}{ب \times ح}$$

اس نقطے پر خماؤ کا زور راست زور کے باکھل مساوی ہوگا

$$\therefore \frac{د}{ب} = \frac{لا}{ا} = \frac{ح}{ب}$$

$$یا \quad لا = ا = گ$$

$$\text{یعنی} \quad \frac{گ}{لا} = ۱ \quad \dots \dots \dots (۹)$$

ذیل کی عددی مثالوں سے غلط راست زور اور خماؤ کے زور کا مسئلہ صاف ہو جائیگا۔ مزید مثالیں اس کتاب کے اندر مختلف مقامات پر آئیں گی۔

عددی مثالیں۔ (۱) ایک تناؤ سلاخ ایک چٹھی سلاخ ہے جو ہانچ پوڑی اور ہانچ موٹی ہے۔ ٹھیک طور پر نہ بٹھائی جانے کی وجہ سے کھینچ کا خط سلاخ کے ہندسی محور میں سے گزرنے کی بجائے اس سے  $\frac{۱}{۴}$  انچ ہٹ کر اُس مستوی کے اندر واقع ہوتا ہے جو سلاخ کی موٹائی کی تنصیف کرتا ہے۔ اگر کھینچ ۳۶ ٹن ہو تو کھینچ کے خط کے علی القوائم کسی تراش میں (عظمیٰ اور اقل زور معلوم کرو۔ ایک نقشے کے ذریعے تراش پر زور کی حقیقی تقسیم دکھاؤ۔ (بی۔ ایس سی لندن سن ۱۹۵۴ء)۔

$$\text{اس صورت میں راست زور} = \frac{ح}{ب} = \frac{۳۶}{۱ \times ۸} = ۴.۵ \text{ ٹن فی مربع انچ}$$

$$\text{اور خماؤ کا معیار} = ح \times لا \text{ اور دوسرا معیار (معیار جمود)} = \frac{۲(۸) \times ۱}{۱۲} = \frac{۱۶}{۳}$$

$$\therefore \text{گ} = \frac{۱}{۲} = \frac{۱۶}{۳} \times \frac{۱}{۸} = \frac{۲}{۳}$$

$$\therefore \quad \frac{ت}{ب} = \left(1 + \frac{لاقت}{ح} \right)$$

$$= \left(1 + \frac{1}{7} \times 2 \times \frac{1}{14} \right) ۲۵ =$$

$$= \frac{۲}{14} \times ۲۵ = ۱۳۳۳ = ۵۳۳ \text{ ٹن فی مربع انچ}$$

$$\frac{ت}{ب} = \left(1 - \frac{لاقت}{ح} \right)$$

$$= \left(1 - \frac{۳}{14} \right) ۲۵ =$$

$$= - \frac{۱۳}{14} \times ۲۵ = - ۲۳۶۵۹ = ۳۶۵۹ \text{ ٹن فی مربع انچ}$$

زور کی تقسیم شکل ۷۹ کے مطابق ہوگی۔

(۲) ایک کھوکھلے ملڈ ڈسٹون کو ایک برکیٹ لگا ہوا ہے جس پر اسٹن کا بوجھ رکھا ہوا ہے۔ اس بوجھ کا مرکز ستون کے مرکز سے ۲ فٹ کے فاصلہ پر ہے۔ ستون کا بیرونی قطر ۱۰ انچ ہے اور موٹائی ۱ انچ۔ اعظم فشاری زور کیا ہوگا۔ (اے۔ ایم۔ آئی۔ سی۔ ای۔ آلٹو پریسٹریٹ)۔

$$\text{اس صورت میں } ب = \frac{\pi}{4} (۲۸ - ۲۰) = ۲۸۵۲۸$$

$$آ = \frac{\pi}{4} (۲۰ - ۸) = ۲۸۹۵۸ \text{ انچ اکائیوں}$$

$$\therefore \quad \frac{۲۸۹۵۸}{۲۸۵۲۸} = ۱.۰۵۲۵ = ح$$

$$\therefore \quad \frac{ت}{ب} = \left(1 + \frac{لاقت}{ح} \right)$$

$$= \frac{۱}{۲۸۵۲۸} \left(1 + \frac{۵ \times ۲۲}{۱.۰۵۲۵} \right) =$$

$$= \frac{۱۲۵۶}{۲۸۵۲۸} = ۴۴۳۸ \text{ ٹن فی مربع انچ}$$

$$\frac{ت}{ب} = \left(1 - \frac{لاقت}{ح} \right)$$

$$= \frac{1054}{18528} = 349 \text{ ٹن فی مربع انچ}$$

ت - مرکز سے ۱ =  $\frac{2}{11}$  گ

$$= \frac{10525}{22} = 224 \text{ ٹن}$$

زوروں کی تقسیم شکل ۷۹ میں دکھائی گئی ہے۔

(۳) ایک ساختہ حاملہ کا بازو ایک خداس گہر ڈر کی شکل کا ہے ، اور قاعدے کے قریب ایک افقی تراش ایک کھوکھلا مستطیل ہے۔ اس مستطیل کے بیرونی البعاد ۱۵۲ انچ  $\times$  ۳۶ انچ ہیں اور بڑے اور چھوٹے ضلعوں کی موٹائی علی الترتیب ۱۱ انچ اور ۱۲ انچ ہے۔ آگہر حاملہ کے سر سے ۲۵ ٹن کا بوجھ لٹکایا جائے جس کا فاصلہ تراش کے مرکز سے ۵۰ فٹ ہو تو اعظم تنشی اور فشاری زور معلوم کرو جو مادے میں پیدا ہوگا۔ ایک نقشے کے ذریعہ تراش پر زور کی حدت کے تغیرات دکھاؤ۔ (بی۔ یس سی لندن مسئلہ)۔

دیکھو اس سوال میں مستطیل کی تختیوں کے جوڑنے والے ارکان کا ذکر نہیں کیا گیا۔

مثلاً ان ارکان کی ضرورت ہوگی۔

گزشتہ مثال کی طرح عمل کرنے سے :-

$$\text{ب} = 2 \times 62 + 1 \times 100 = 224 \text{ ٹن}$$

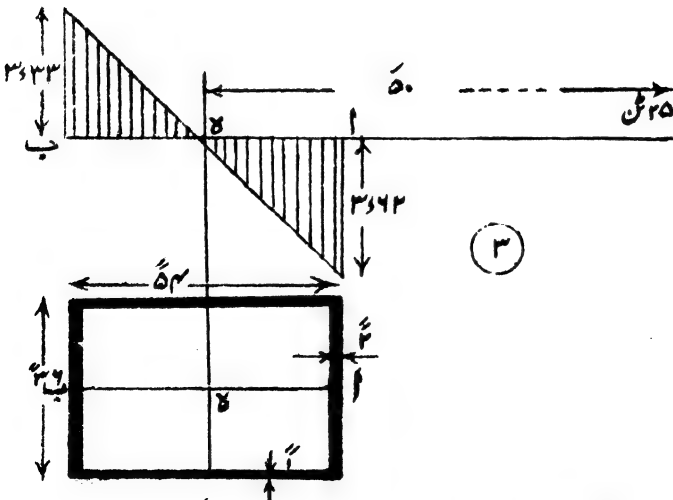
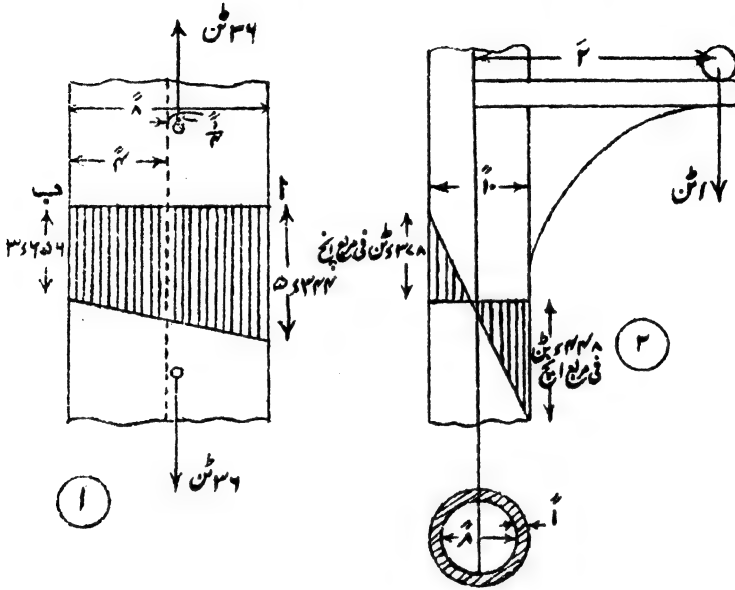
$$\text{آ} = \frac{(52) \times 36}{12} - \frac{(50) \times 32}{12} = 118200$$

$$\therefore \text{گ} = \frac{118200}{222} = 3425$$

$$\therefore \text{ن} = \frac{25}{222} \left( 1 + \frac{24 \times 600}{3425} \right)$$

$$\text{ٹن فی مربع انچ} \quad 3462 = 3425 \times \frac{25}{222} =$$

نہ  $\frac{25}{222} = \left(1 - \frac{24 \times 600}{38355}\right) 333 =$  ٹن فی مربع پچ  
 زوروں کی تقسیم شکل ۱۷ میں دکھائی گئی ہے۔

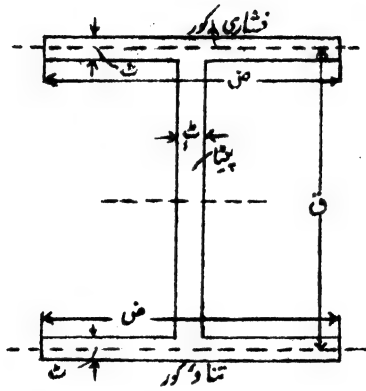


شکل ۱۷۔ خاؤ کے زور اور راست زور ایک ساتھ



## I تراشوں کے مقیاس کی تقریبی قیمت — عملاً

گردِ عموماً I تراش کے بنائے جاتے ہیں کیونکہ سب میں زیادہ باکفایت تراش وہ ہے جس میں مادہ ممکنہ مقدار میں کناروں یا کوروں میں مرکوز کیا گیا ہو۔ اس تراش کے مقیاس کے لیے ایک تقریبی ضابطہ حسب ذیل طریقے پر معلوم کیا جاسکتا ہے۔ فرض کرو کہ تراش کی کوروں کا درمیانی فاصلہ  $ق$  ہے (شکل نمبر ۱) اور کوروں کی موٹائی  $ٹ$  ہے۔ تب اگر کوروں کی چوڑائی  $ض$  ہو اور پیٹے کی موٹائی  $ٹ$  ہو تو



شکل نمبر ۱

$$(۱) \quad \frac{ض (ق + ٹ)}{۱۲} - \frac{(ض - ٹ) (ق - ٹ)}{۱۲} = \dots$$

یعنی ۱۲  $ض (ق + ٹ) = ض (ق - ٹ) - (ض - ٹ) (ق - ٹ)$

$$- (ض - ٹ) (ق - ٹ)$$

$$= ض (ق + ٹ) + (ق - ٹ) (ض - ٹ)$$

$$\therefore \frac{12}{ق} = ۶ ض ۱ + ۱ + \left( \frac{۲}{ق} \right) + ۱ + (ق - ۳ - \frac{۲}{ق} + \frac{۲}{ق}) \dots (۲)$$

اب اگر ۱ ض ۱ کے چھوٹا ہو تو  $\frac{۲}{ق}$  اور  $\frac{۲}{ق}$  نظر انداز کرنے کے قابل ہونگے اور اس طرح

$$\frac{12}{ق} = ۶ ض ۱ + ۱ + (ق - ۳ - \frac{۲}{ق}) \dots (۳)$$

$$\text{یا } \frac{12}{ق} = ۶ ض ۱ + ۱ + (ق - ۳ - \frac{۲}{ق})$$

$$\text{اب مقی} = \frac{۲}{ق + ۱} = \frac{۲}{ق + ۱} = \frac{۲}{ق + ۱}$$

$$= \frac{۲}{ق} (۱ - \frac{۱}{ق}) \text{ (کیونکہ ۱ ض ۱ کے چھوٹا ہے)}$$

$$\therefore \text{مقی} = \frac{۱۲}{ق} - ۶ ض ۱ + ۱ + (ق - ۳ - \frac{۲}{ق}) (۱ - \frac{۱}{ق})$$

$$= \frac{۱۲}{ق} - ۶ ض ۱ + ۱ + (ق - ۳ - \frac{۲}{ق}) (۱ - \frac{۱}{ق}) \dots (۴)$$

$$= \frac{۱۲}{ق} - ۶ ض ۱ + ۱ + (ق - ۳ - \frac{۲}{ق}) (۱ - \frac{۱}{ق})$$

۱ ض ۱ ط والی رقمیں نظر انداز کر دی گئی ہیں۔

اب ۱ ض ۱ ط = ایک کور کا رقبہ = ب  
اور ۱ ط (ق - ۳) = بیٹے کا رقبہ = ب

$$\therefore \text{مقی} = ۱ + ۱ + \frac{۲}{ق}$$

$$= ۱ + (ب + \frac{۲}{ق}) \dots (۵)$$

اس طرح حسب ذیل قاعدہ حاصل ہوتا ہے:۔ I تراش کا مقیاس تقریبی طور پر مساوی ہے کو دروں کے ہر کسوں کے درمیان کی گھرائی ضرب ایک کو در اور  $\frac{1}{4}$  پیٹے کا رقبہ۔

انجھستان میں دستور یہ ہے کہ مقیاس حاصل کرتے وقت پیٹے کو بالکل نظر انداز کرتے ہیں۔ اس صورت میں مق = ب × ق۔

ان تقریبی قاعدوں کی عددی مثالیں دی جائیں گی اور دکھایا جائیگا کہ یہ قاعدہ سختی دار اور بکس گرڈوں کی تجویز میں کس حد تک درست ہیں۔

### شہتیروں کی نظری اور حقیقی مضبوطیوں کے اختلافات

بہت سے علی آدمیوں نے اس پر تجب کا اظہار کیا ہے کہ شہتیروں کی آزمائش میں حقیقی اور نظری شکستی مضبوطیوں میں مطابقت نہیں حاصل ہوتی۔ کئی شہتیروں کا امتحان کیا گیا اور اسی مادے کا ایک شکستی امتحان بھی کیا گیا اور یہ پایا گیا کہ خاؤ کے معمولی نظریے کی رُو سے جس بوجھ کو شہتیر میں شکستی زور پیدا کرنا چاہیے وہ شکستگی نہیں پیدا کرتا۔ اس کے لیے مزید بوجھ درکار ہوتا ہے جس کی مقدار تراش کی شکل پر منحصر ہوتی ہے۔ اس سے شہتیر کے معے کی ابتدا ہوتی اور خیال کیا گیا کہ غالباً مادہ خاؤ میں تناؤ کی نسبت زیادہ مضبوط ہے۔ یہاں تک کہ ایک پرانا غلط نظریہ جس میں تنطیلی شہتیر کے لیے مق کو  $\frac{1}{4} \times \text{ض} \times \text{ق}$  کی بجائے

$\frac{1}{4} \times \text{ض} \times \text{ق}$  مانا گیا ہے شکستی امتحان سے حقیقی نظریے کی نسبت زیادہ مطابقت رکھتا ہے۔

اس عدم مطابقت کی وجہ یہ ہے کہ خاؤ کا معمولی نظریہ شکستی زوروں پر قابل اطلاق ہی نہیں۔ اور اس نظریے میں جو مفروضات اختیار کیے گئے ان کو سمجھنے کے بعد کوئی بھی نظری اور حقیقی شکستی مضبوطیوں میں مطابقت کی توقع نہیں کر سکتا۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ لچک کی حد کے بعد زور اور فساد متناسب نہیں رہتے۔

بعض تجربہ کرنے والوں کا جنہوں نے شہتیروں کے انصافوں کو ناپا ہے بیان ہے کہ نرم فولاد میں لچک کی حد پر بھی مطابقت نہیں ہوتی۔ لیکن اس کی وجہ دراصل یہ ہے کہ لچک کی حد اور نقطہ مغلوبیت کے درمیان مغالطہ ہو جاتا ہے اور یہ وجہ بھی ہے کہ انصاف کافی صحت کے ساتھ نہیں ناپے گئے۔ باب میں ہم نے بیان کیا ہے کہ نرم فولاد کے تنشی امتحان میں لچک کی حد اور نقطہ مغلوبیت بہت قریب قریب واقع ہوتے ہیں۔ لیکن خاؤ میں ایسا نہیں ہوتا۔ بلکہ نقطہ مغلوبیت لچک کی حد کے خاصا بعد آتا ہے۔ اس لیے ظاہر ہے کہ اگر خاؤ میں نقطہ مغلوبیت کو لچک کی حد سمجھا جائے تو خاصی غلطی کا امکان ہے۔ اگر لچک کی حد کو احتیاط کے ساتھ ناپا جائے تو یہ پایا جائیگا کہ لچک کی حد پر تناؤ اور خاؤ کے زوروں میں کافی مطابقت ہوتی ہے۔ اینڈ ریوزو پراسس کے مضمون میں (جو حوالہ کے آنکڑوں کے زوروں پر لکھا گیا ہے اور جس کا حوالہ اس کتاب کے صفحہ ۲۱۳ پر دیا گیا ہے) یہ نکتہ ضمناً ثابت کیا گیا ہے۔ خاؤ میں نقطہ مغلوبیت کی لچک کی حد سے کچھ فاصلے پر واقع ہونے کی وجہ یہ ہے کہ خاؤ میں پہلے صرف کناروں کا مادہ نقطہ مغلوبیت کو پہنچتا ہے اور پوری تراش اس وقت تک مغلوب نہیں ہوگی جب تک کہ مرکز کے قریب کا مادہ بھی نقطہ مغلوبیت کو نہ پہنچ جائے۔

اس طرح دیکھو جب تک نظریے کی شرائط پوری ہوتی رہیں نظریے اور امتحان میں کوئی اختلاف نہیں ہوتا۔ اگر ایک خاص حد کے بعد ان شرائط کا پورا ہونا موقوف ہو جائے اور ہم چاہیں کہ زوروں کا حساب لگائیں تو ایک نیا نظریہ حاصل کرنا ہوگا۔

شہتیر کی نظری اور حقیقی مضبوطی کے اس اختلاف سے یہ سبق ملتا ہے کہ کامی زور کو لچک کی حد کے زور کی رقوم میں اختیار کیا جائے نہ کہ شکستی زور کی

(اور یہ ہم باب ۲ میں بھی لکھ چکے ہیں) کیونکہ اگر مثلاً کسی شہتیر کا کامی زور تناؤ کی لچک کی حد کا نصف ہو تو شہتیر کے کامی بوجھ کا مدگنا بوجھ لچک کی حد پیدا کریگا۔ لیکن اگر کامی زور تناؤ کے شکستی زور کا چوتھائی لیا جائے تو کامی بوجھ کا چار گنا بوجھ ناکارگی نہیں پیدا کریگا۔ اس کے لیے زیادہ بوجھ درکار ہوگا جو تراش کی شکل پر منحصر ہوگا۔



# ساوالاں باب

## متحرک بوجھوں کے لیے خاؤ کے معیار اور جزی قوتیں

باب ۵ میں ہم نے مختلف قسم کے ثابت بوجھوں کے تحت فصل کے مختلف نقاط پر کے خاؤ کے معیاروں اور جزی قوتوں سے بحث کی ہے۔ اگر لداؤ کا کوئی نظام کسی شہتیر پر اس طرح حرکت کرے کہ ہر ایک بوجھ مختلف اوقات میں فصل کے ہر ممکن مقام پر واقع ہو تو اس طرح کے نظام کو متحرک بوجھوں کا نظام کہا جائیگا۔

بوجھ کے حرکت کرتے وقت شہتیر کی ہر تراش پر خاؤ کے معیار اور جزی قوت کی قیمت بدلتی ہے ہم شہتیر کی ہر تراش پر بوجھ کے ہر محل کے لیے خاؤ کے معیار اور جزی قوت کی قیمت معلوم کرنے کی کوشش نہیں کریں گے بلکہ یہ دیکھیں گے کہ عبور کے دوران میں کسی نقطے پر ان کی زیادہ سے زیادہ قیمت کیا ہوتی ہے۔ اس طرح متحرک بوجھوں کے لیے خاؤ کے معیار اور جزی کے جو نقشے حاصل ہونگے وہ ان قیمتوں کو تعبیر نہیں کریں گے جو ایک ہی وقت میں واقع ہوتی ہیں بلکہ ہر تراش پر اس اعظم قیمت کو تعبیر کریں گے جو بوجھ کے کسی محل کے لیے اس تراش پر ممکن ہے۔

ہم صرف سادہ سہارے ہوئے شہتیروں پر غور کریں گے۔ برآمدہ بیرموں پر متحرک بوجھ شاذ و نادر ہی آتے ہیں اور اگر آئیں بھی تو اعظم خاؤ کا معیار اور جزی

اُس وقت واقع ہوتے ہیں جب کہ بوجھ میں آزاد سرے پر ہو۔  
ذیل کی معیاری صورتوں پر غور کرو:-

(۱) ایک منفرد بوجھ — فرض کرو کہ ایک منفرد بوجھ  $W$  شکل  $W$  (۱) ایک شتیر اب کو جس کا فضل  $L$  ہے بائیں جانب سے دائیں جانب عبور کرتا ہے۔

جزی نقشہ — فرض کرو کہ بوجھ نقطہ  $P$  پر ہے جو  $B$  سے فاصلہ  $M$  پر ہے اور نقطہ  $J$  کی طرف حرکت کر رہا ہے جو  $B$  سے فاصلہ  $L$  پر ہے۔

$$\text{تب } J \text{ پر جزی قوت} = \text{ج} = \text{سب} = \frac{W(L-M)}{L}$$

$$= \frac{W}{L} - \frac{W}{L}$$

یہ زیادہ سے زیادہ ہوگا جب کہ  $M$  سے کم ہوگا اس سے معلوم ہوا کہ بوجھ کے  $J$  کی طرف حرکت کرنے سے جز بڑھتا ہے۔ اعظم قیمت اُس وقت واقع ہوگی جب کہ بوجھ  $J$  پر پہنچ جائیگا اور یہ قیمت  $\frac{W}{L}$  (لا) ہوگی۔

اب فرض کرو کہ بوجھ  $J$  سے آگے نقطہ  $P$  پر ہے جو  $B$  سے فاصلہ  $M$  پر ہے۔

$$\text{تب } J \text{ پر} = \text{ج} = \text{سب} - \frac{W}{L}$$

$$= \frac{W}{L} - \frac{W}{L}$$

$$= \frac{W}{L}$$

یہ عددی طور پر اعظم ہوگا جب کہ  $Y$  اعظم ہوگا یعنی جب کہ  $Y = \frac{W}{L}$  لا اس سے

معلوم ہوا کہ بوجھ کے ج تک پہنچنے تک ج پر جز کی قیمت بڑھتی ہے۔ ج سے گزرنے پر جز کی قیمت ایک دم بدل کر منفی اعظم ہو جاتی ہے۔ اور بوجھ اور آگے پڑھے تو یہ قیمت عددی طور پر گھٹتی ہے۔

ج پر اعظم مثبت جز =  $\frac{و(ل-لا)}{ل}$  - یہ ج کے ا سے فاصلہ کے متناسب ہے۔ اس طرح آتے ہوئے بوجھ کے تحت اعظم جز کا نقشہ ایک خط مستقیم ا ف ہوگا۔ جہاں ف ب = و۔

ج پر اعظم منفی جز =  $-\frac{و}{ل}$  - یہ ج کے ب سے فاصلہ کے متناسب ہے۔ اور اس طرح بڑھتے ہوئے بوجھ کے تحت اعظم جز کا نقشہ ایک خط مستقیم ب د ہوگا جہاں ا د = و۔

ان نقشوں کا استعمال حسب ذیل ہے: خط ا ب پر کوئی نقطہ م ل و اور فرض کرو کہ م میں کا انحصاری خط جز کے نقشے کو ص اور م پر قطع کرتا ہے۔ تب نقطہ م پر مری اعظم مثبت جز ہے اور م م اعظم منفی جز اور جز کی مجموعی وسعت ص م ہے

خاؤ کے معیار کا نقشہ: آتے ہوئے بوجھ کے لیے ج پر خاؤ کا معیار = م = م ب × لا

یہ اعظم ہوگا جب کہ م ب اعظم ہوگا یعنی جب کہ بوجھ ج پر ہو۔

بڑھتے ہوئے بوجھ کے لیے م = م ب × لا - و (لا-ی)

$$= \frac{و(ل-ی)}{ل} - و(لا-ی)$$

$$= و(ی-لا) - و(لا-ی) = و(ی-لا)$$

یہ اعظم ہوگا جب کہ ی اعظم ہو اور ہمیشہ مثبت ہوگا کیونکہ لا ہمیشہ لا



جس کی وجہ سے (۱- $\frac{L}{J}$ ) کبھی منفی نہیں ہو سکتا۔

$$\text{جب } Y = L \text{ تو } M = W(1 - \frac{L}{J}) = \frac{W(L - L)}{J} \\ = 0 \times W =$$

اس لیے خماؤ کا معیار نقطہ ج کے آنے تک بڑھتا جائیگا اور ج سے گزر کر ہٹتے وقت گھٹتا جائیگا۔

اس طرح مچ کی اعظم قیمت =  $W - \frac{W}{J}$

یہ لا پر منحصر ہے اس لیے اعظم خماؤ کے معیار کا نقشہ ایک مساوی ہوگا جس کا

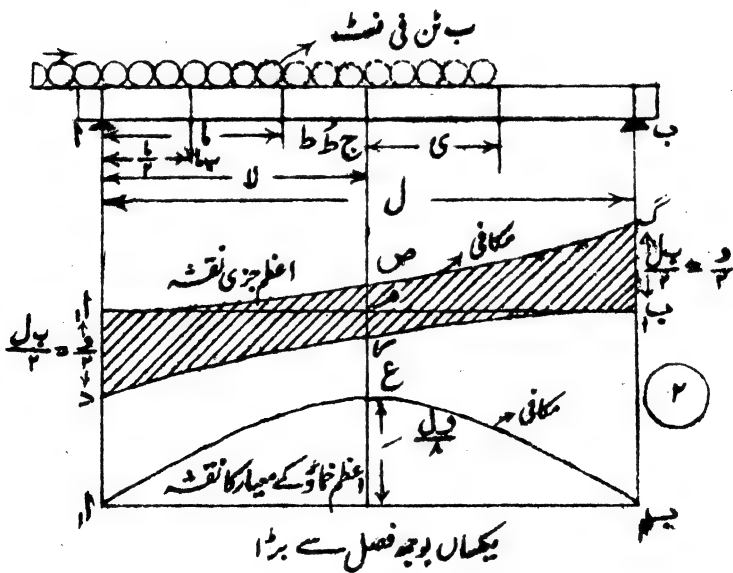
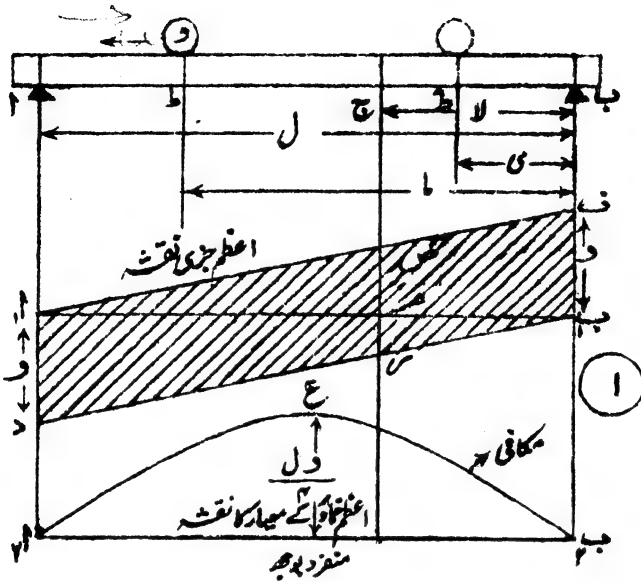
$$\text{اعظم معین مرکز پر ہوگا اور } \frac{W}{2} - \frac{W(\frac{L}{2})}{J} = \frac{W}{4} \text{ ہوگا۔}$$

یہ نقشہ شکل ۷۱ (۱) میں اے ب سے تعبیر کیا گیا ہے۔  
اگر بوجھ دائیں سے بائیں کو حرکت کرے تو بھی نقشہ یہی رہے گا کیونکہ  
خواہ بوجھ آ رہا ہو اور نقطہ ط پر پہنچے یا ج سے ہٹ رہا ہو اور ط پر پہنچے دونوں  
صورتوں میں ج پر جز اور خماؤ کا معیار وہی ہونگے۔

✓ (۲) یکساں بوجھ فصل سے بڑا — فرض کر دو کہ ایک یکساں بوجھ

جو فصل سے بڑا ہے اور جس کی حدت ب ٹن فی طولی فٹ ہے فصل ل کے ایک  
شہتیرا ج پر بائیں سے دائیں کو حرکت کرتا ہے۔ دیکھو شکل ۷۱ (۲)۔  
جز کا نقشہ — ۱ سے فاصلہ لا پر کے ایک نقطہ ج پر غور کرو  
اور فرض کرو کہ بوجھ کا آگے کا سرانقہ ط تک پہنچا ہے جو ۱ سے فاصلہ ما  
پر ہے۔

$$\text{تب ج} = M = \frac{W}{2}$$



فصل ۸۱۔ متحرک بوجہ

یہ ما کے ساتھ بڑھتا ہے اس لیے ج پر اعظم جز اُس وقت ہوگا جب کہ بوجھ کا اگلا سراج تک پہنچے۔  
اب فرض کرو کہ بوجھ کا اگلا سراج سے بقدر فاصلہ ی کے بڑھ گیا ہے۔

$$\text{تب ج} = \text{ب} - \text{ب} \times \text{ی}$$

$$= \frac{\text{ب}(\text{ل} + \text{ی})}{\text{ل}^2} - \text{ب} \text{ی}$$

$$= \text{ب} \left\{ \frac{\text{ل} + \text{ل}^2 + \text{ی} + \text{ی}^2}{\text{ل}^2} - \text{ی} \right\}$$

$$= \text{ب} \left\{ \frac{\text{ل}}{\text{ل}^2} + \frac{\text{ی}}{\text{ل}^2} + \frac{\text{ی}^2}{\text{ل}^2} - \text{ی} \right\}$$

$$= \frac{\text{ب} \text{ل}}{\text{ل}^2} - \text{ب} \left\{ \text{ی} - \frac{\text{ی}}{\text{ل}^2} - \frac{\text{ی}^2}{\text{ل}^2} \right\}$$

اس میں  $\left( \frac{\text{ل}}{\text{ل}^2} - \frac{\text{ی}}{\text{ل}^2} - \frac{\text{ی}^2}{\text{ل}^2} \right)$  مثبت ہوگا اگر  $\text{ل} > \text{ی} + \text{ی}^2$  کیونکہ یہ مقدار  $\frac{\text{ل} - (\text{ی} + \text{ی}^2)}{\text{ل}^2}$  کے مساوی ہے۔

اور یہ شرط ہمیشہ پوری ہوگی کیونکہ ل چھوٹا نہیں ہو سکتا  $\text{ل} + \text{ی}$  سے اور اس طرح  $\text{ل}^2$  لازماً بڑا ہوگا  $\text{ل} + \text{ی}$  سے۔

اس سے معلوم ہوا کہ ی کے بڑھنے سے ج گھٹے گا۔ اس طرح جز کی اعظم قیمت اُس وقت واقع ہوگی جب کہ ی صفر ہو یعنی جب کہ بوجھ کا اگلا سراج دیے ہوئے نقطے کے عین اوپر ہو۔

ج پر اعظم منفی جز اس وقت واقع ہوگا جب کہ بوجھ کا پھلا سراج سے ابھی گزر چکا ہو کیونکہ بوجھ کا یہ محل ایسا ہے گویا بوجھ دوسری سمت سے نقطہ تک پہنچا ہے۔

$$\text{اس لیے ج پر اعظم مثبت جز} = \frac{\text{ب ل}^2}{\text{ل}^2}$$

$$\text{منفی} = \frac{\text{ب (ل-ل)}}{\text{ل}^2}$$

اس طرح اعظم جز کے منفی مکانی ہو گئے جن کے راس ۱ اور ب ۱ ہو گئے اور سروں کے مابین  $\frac{\text{ب ل}}{\text{ل}} = \frac{\text{د}}{\text{پ}}$  ہو گئے۔

حسب سابق اگر فصل پر کوئی نقطہ م لیا جائے تو مرص اور مرص سے علی الترتیب اعظم مثبت اور اعظم منفی جز بتعیر ہو گئے اور ص ص سے جز کی مجموعی وسعت۔

خامو کے معیار کا نقشہ — بوجھ کا اگلا سر اجب ط تک پہنچا

ہو تو ج = سب (ل-لا)۔ اگر بوجھ ذرا آگے بڑھ کر ط تک پہنچے تو سب

کی قیمت بڑھ چکی اور اس طرح بوجھ کے آگے بڑھنے سے خامو کا معیار بڑھ گیا۔ اور یہ ہر تراش کے لیے درست ہے یعنی ان تراشوں کے لیے بھی جن کو بوجھ ڈھانک چکا ہو مثلاً ط کیونکہ مر = سب × ما -  $\frac{\text{ب ل}}{\text{ل}}$  اور بوجھ کے آگے بڑھنے سے سب بڑھتا ہے۔

اس لیے معلوم ہوا کہ ہر نقطے پر خامو کا معیار اس وقت اعظم ہوگا جبکہ پورا فصل ڈھانک جائے۔ اس طرح اعظم خامو کے معیار کا منحنی ایک مکانی ہوگا

$$\text{جس کا اعظم مابین} = \frac{\text{ب ل}^2}{\text{ل}^2}$$

(۳) یکساں بوجھ فصل سے چھوٹا — فرض کرو کہ ایک یکساں بوجھ جس کا طول ل ہے اور حدت ب ٹن فی طولی فٹ ہے ایک تہیتیر اب پر جس کا فصل ل ہے بائیں سے دائیں کو حرکت کرتا ہے (دیکھو شکل ۸۲)



پہنچے، اور یہ قیمت  $\frac{پ}{۲}$  ہوگی۔ یہ بالکل گزشتہ صورت کی طرح ہے کیونکہ  
ع تک پورا بوجھ فصل پر نہیں آیا ہے۔ اس سے ظاہر ہے کہ ۱ سے فاصلہ  
ل تک جز کا نقشہ ایک مکانی ہوگا۔

اب ۱ سے فاصلہ ی پر نقطہ ف لو جہاں ی کے ل

$$\text{جن کی اعظم قیمت} = \text{سب} = \frac{\text{ب ل (ی - } \frac{\text{ل}}{۲} \text{)}}{\text{ل}} = \frac{\text{و (ی - } \frac{\text{ل}}{۲} \text{)}}{\text{ل}}$$

جہاں و مجموعی بوجھ ہے۔

$$\text{جب} = \frac{\text{و (ل - } \frac{\text{ل}}{۲} \text{)}}{\text{ل}} = \text{و (۱ - } \frac{\text{ل}}{۲} \text{)}$$

جن کے جملے میں ی کی صرف پہلی قوت شریک ہوتی ہے اس لیے

۱ سے بوجھ کے سرے سے پرے کے نقطوں کے لیے جز کا نقشہ ایک خط مستقیم  
ہوگا۔

اگر اس خط مستقیم کو خارج کیا جائے تو خط ۱ جب کہ کس نقطے پر ملیگا  
یہ معلوم کرنے کے لیے یہ دیکھنا ہوگا کہ ی کی کس قیمت کے لیے جن صفر

ہوتا ہے، یہ قیمت ی =  $\frac{\text{ل}}{۲}$  ہے۔  
ان نتائج سے اعظم جز کا نقشہ کھینچنے کے لیے حسب ذیل قاعدہ حاصل  
ہوتا ہے:-

۱ اور ۲ دونوں کے دونوں طرف فاصلہ  $\frac{\text{ل}}{۲}$  پر نقاط ۱ اور ۲  
ب، ب، ۱ اور فصل کے اندر ۱ اور ۲ سے فاصلہ ل پر نقاط ۱ اور ۲۔  
انتصابی خط ۲ اور ۱ کی طرف کھینچو جو و کو تعمیر کرے اور انتصابی  
خط ۱ کی نیچے کی طرف کھینچو جو ب کی تعمیر کرے۔ اور ج ۱ اور ۲ کو ملاؤ۔  
فرض کرو کہ یہ ۱ اور ۲ میں کے انتصابی خطوط کو ر اور ف پر ملے ہیں۔ تب  
ع میں سے ایک مکانی کھینچو جس کا راس ۱ ہو، اور ف میں سے ایک

مکانی کھینچو جس کا اس ب ب ہو۔ تب مد ع ا اور گ ف ب اعظم جز کے  
بخنی ہونگے، اور ان کا طریق استعمال اوپر کی دو صورتوں کی طرح ہوگا۔  
خماؤ کے معیار کا نقشہ — فرض کرو کہ بوجھ کا مرکز نقطہ د پر آیا  
ہے اور بوجھ کا اگلا سراج سے فاصلہ لا پر ہے جہاں ج کا فاصلہ ج سے  
ما ہے۔

$$\text{تب سب} = \frac{\text{ب ل} \times \text{ا} > 1}{\text{ل}} = \frac{\text{ب ل}}{\text{ل}} (\text{ل} - \text{ا} + \text{ا} - \text{لا} - \frac{\text{ل}}{2})$$

$$\text{رج پر خماؤ کا معیار} = \text{مچ} = \text{سب} \times \text{ا} - \frac{\text{ب ل}^2}{2}$$

$$(1) \dots \dots \dots \frac{\text{ب ل}^2}{2} - (\text{ل} - \text{ا} + \text{ا} - \text{لا} - \frac{\text{ل}}{2}) =$$

$$= \frac{\text{ب ل}^2}{2} - \text{فرما}$$

$$\text{یعنی جب کہ} \frac{\text{ب ل}^2}{2} - \text{ب لا} = 0$$

$$\text{یا} \quad \frac{\text{ل}}{2} = \text{لا}$$

$$\text{یا} \quad \frac{\text{ا}}{2} = \frac{\text{ل}}{2}$$

اس سے ذیل کا قاعدہ حاصل ہوتا ہے: کسی نقطے پر خماؤ کا معیار  
اُس وقت اعظم ہوگا جب کہ بوجھ اس نقطے سے اُسی نسبت میں تقسیم  
ہو جس میں کہ فصل تقسیم ہوتا ہے۔

∴ اس ربط کو مچ کی قیمت (۱) میں درج کرنے سے مچ کی اعظم

$$\text{قیمت} = \frac{\text{ب ل}^2}{2} - \left\{ \frac{\text{ل}}{2} - \frac{\text{ا}}{2} + \text{ا} - \text{لا} - \frac{\text{ل}}{2} \right\} - \frac{\text{ب ل}^2}{2}$$

$$\frac{b}{l} = \left\{ l - a + \frac{l}{r} - \frac{l}{r} \right\}$$

$$= \frac{a}{l} (l - 1) \left( 1 - \frac{l}{r} \right)$$

اس میں 'ا' شریک ہوتا ہے، اس لیے 'ا' غم خواؤ کے میار کا نقشہ ایک مکانی ہوگا۔

اس مکانی کا اعظم معین  $\frac{l}{r}$  پر ہوگا اور حسب ذیل ہوگا:—

$$\frac{a}{l} \left( 1 - \frac{l}{r} \right) = \frac{a}{l} \left( 1 - \frac{l}{r} \right)$$

$$= \frac{a}{l} - \frac{a}{r}$$

یہ دیکھنا دلچسپی سے خالی نہیں کہ اگر  $l = 0$  ہو جائے تو جز اور خواؤ کے میار کے نقشے بالکل صورت (۱) کے مطابق ہو جاتے ہیں، اور اگر  $l = 1$  تو بالکل صورت (۲) کے مطابق ہوتے ہیں۔

(۴) دو منفرد بوجھ ایک ثابت باہمی فاصلے پر — فرض کرو کہ دو بوجھ  $a$  اور  $b$  جن کا باہمی فاصلہ  $l$  ہے ایک فضل  $a$  ب کو عبور کرتے ہیں (شکل ۸۳)۔ تب حال بوجھ  $a = 0 + 0$  ہوگا اور بوجھوں سے فاصلوں  $l$  اور

$$b \text{ پر نقطہ } p \text{ پر عمل کر گیا جہاں } \frac{a}{r} = \frac{b}{r}$$

جز کا نقشہ —  $a$  سے فاصلہ  $a$  پر نقطہ  $j$  پر غور کرو۔ اگر سامنے کا بوجھ  $j$  تک نہیں پہنچا ہے اور  $p$  کا  $a$  سے فاصلہ لا ہے تو

$$j = \frac{a \times a}{l}$$



یہ لا کے ساتھ بڑھتا ہے اور اس طرح ج ذیل کی قیمت تک بڑھیکا

$$\text{ج} = \frac{و (ا-ب)}{ل} \dots\dots\dots (۱)$$

اب فرض کرو کہ بوجھ ایسے محل میں پہنچے ہیں کہ ج بوجھ ۱ اور نقطہ ط کے درمیان ہے اور فرض کرو کہ آگے کا بوجھ ج سے بقدر فاصلہ ج کے آگے نکل گیا ہے۔

$$\text{تب} \quad \text{ج} = \text{ب} - ۱$$

$$= \frac{و (ا+ج-ب)}{ل} - ۱$$

یہ ج کے بڑھنے سے بڑھتا ہے اور اعظم ہوتا ہے جبکہ ج = ب

اس صورت میں

$$\text{ج} = \frac{و ا}{ل} - ۱ \dots\dots\dots (۲)$$

یہ (۱) سے بڑا ہوگا اگر

$$\frac{و ا}{ل} > \frac{و ب}{ل}$$

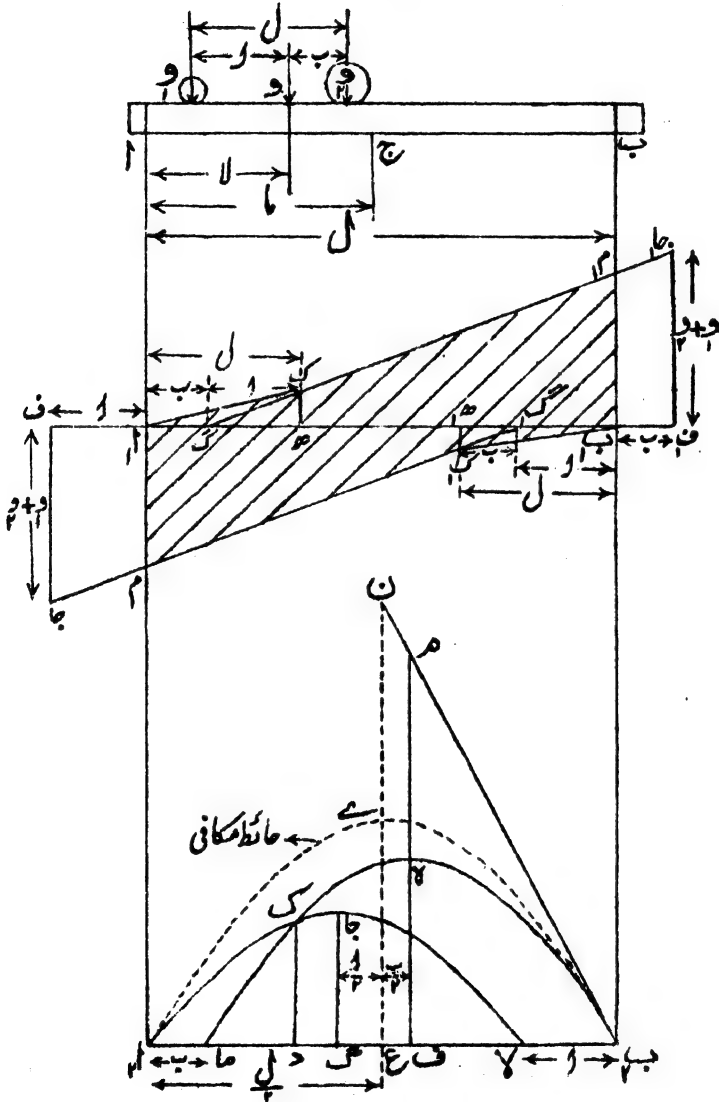
$$\text{یا} \quad \frac{ل}{ب} > \frac{و}{۱}$$

$$\text{یا} \quad \frac{ل}{۱} > \frac{و}{ب} + ۱$$

اس طرح دیکھو یہ بحث دو صورتوں میں بٹ جاتی ہے۔

اگر  $\frac{ل}{ب} > \frac{و}{۱} + ۱$  توجہ پر اعظم جز اس وقت واقع ہوگا جبکہ

ط نقطہ ج پر پہنچے۔ اور اگر  $\frac{L}{P} < 1 + \frac{P}{P}$  تو اعظم جز اس وقت واقع ہوگا جب کہ آگے کا بوجھ ج تک پہنچے۔ چونکہ عملاً  $\frac{L}{P}$  ہمیشہ  $1 + \frac{P}{P}$  سے بڑا ہوگا



شکل ۸۳ - دوسرے متحرک بوجھ باہم ثابت فاصلے پر

اس لیے ہم سمجھتے ہیں کہ اسی صورت تک محدود رکھیں گے۔

$$\therefore \text{ج ج کی اعظم قیمت} = \frac{و (۱+ب)}{ل}$$

اب فرض کرو کہ بوجھ ایسے محل میں پہنچا ہے کہ ج نقطہ ط اور د کے درمیان ہے اور فرض کرو کہ ط نقطہ ج سے بقدر فاصلہ د کے آگے بڑھ گیا ہے۔

$$\text{تب ج ج} = \text{ب ج} - د$$

$$= \frac{و (۱+د)}{ل} - د$$

یہ د کے بڑھنے سے بڑھتا ہے، اور اس طرح اعظم قیمت اُس وقت ہوگی جب کہ د = ۱

$$\text{اس طرح ج ج} = \frac{و (۱+۱)}{ل} - د \dots \dots \dots (۳)$$

اب فرض کرو کہ بوجھ د نقطہ ج سے بقدر فاصلہ ع کے آگے نکل گیا ہے۔

$$\text{تب ج ج} = \text{ب ج} - د$$

$$= \frac{و (۱+۱+ع)}{ل} - د$$

$$= \frac{و}{ل} [ل - (۱+۱+ع)]$$

یہ ہمیشہ منفی ہوگا اور اس کی مددی قیمت اُس وقت اعظم ہوگی جب کہ ع = ۰ اور اُس وقت

$$\text{ج ج} = \frac{و}{ل} [ل - (۱+۱)] \dots \dots \dots (۴)$$

نتیجہ (۲) اور (۴) سے معلوم ہوتا ہے کہ ج پر کے اعظم جز ما کے خطی تفاعل ہیں اور اس طرح جز کے نقشے خطوط مستقیم ہونگے۔ لیکن یہ معلوم ہو کہ ۱ اور ب کے قریب فاصلہ ل تک ایک وقت میں صرف ایک بوجھ فصل پر ہوتا ہے۔ ان فاصلوں کے لیے اعظم جز کے نقشے حسب ذیل طریقے پر حاصل ہونگے۔

۱ سے فصل کے باہر اور اندر علی الترتیب فاصلہ ۱ اور ب پر نقاط اور گ لو۔ اور اسی طرح ب سے فاصلوں ب اور ۱ پر نقاط ف اور گ لو۔ ف جا = و = د + د قائم کرو، اور ف جا اسی کے مساوی کھینچو اور جا گ اور جا گ کو ملاؤ۔

پھر ۱ اور ب سے فاصلہ ل پر فصل پر نقطے ھ، ھ لو اور فرض کرو کہ ھ اور ھ میں کے انتصابی خطوط جا گ اور جا گ کو ک اور ک پر قطع کرتے ہیں۔ اور ا ک اور ب ک کو ملاؤ۔ تب اگر جا گ اور جا گ نقاط ب اور ا میں کے انتصابی خطوط کو م اور م پر قطع کریں تو اعظم جز کے منحنی ا ک م اور ب ک م ہونگے۔

خاؤ کے معیار کے نقشے — ان صورتوں پر غور کرو جن پر

جز کے سلسلے میں غور کیا گیا ہے۔ اگر اگلا بوجھ ج کے قریب آ رہا ہو اور ط کا فاصلہ ۱ سے لا ہو تو

$$م ج = \frac{و}{ل} (ل - ۱)$$

یہ لا کے بڑھنے سے بڑھتا ہے اور اس کی اعظم قیمت یہ ہوگی :-

$$و (۱ - ب) (ل - ۱) \dots \dots \dots (۵)$$

اب فرض کرو کہ بوجھوں کا عمل ایسا ہے کہ ج بوجھ د اور ط کے درمیان ہے اور فرض کرو کہ د نقطہ ج سے بقدر فاصلہ ج کے آگے ہے۔

$$\text{تب } م_ج = م_ب (ل-ا) - د \times ج$$

$$= \frac{د(ا+ج-ب)(ل-ا)}{ل} - د \times ج \dots\dots (۶)$$

یہ ج کے بڑھنے سے بڑھتیگا اگر  $\frac{د}{ل} < \frac{ا}{ل}$  اور گھٹتیگا اگر

$$\frac{د}{ل} > \frac{ا}{ل}$$

اب فرض کرو کہ بوجھ اس طرح ہیں کہ ج نقطہ ط اور د کے درمیان ہے اور فرض کرو کہ ط نقطہ ج سے بقدر فاصلہ د کے آگے ہے۔

$$\text{تب } م_ج = م_ب (ل-ا) - د (ب+د)$$

$$= \frac{د(ا+د)(ل-ا)}{ل} - د (ب+د) \dots\dots (۷)$$

اس کا بڑھنا اور گھٹنا بھی (۶) کی طرح ہے۔

آخر میں فرض کرو کہ بوجھ د نقطہ ج سے بقدر فاصلہ ع کے نکل گیا ہے۔

$$\text{تب } م_ج = م_ب (ل-ا) - د (ا+ع)$$

$$= \frac{د(ا+ا+ع)(ل-ا)}{ل} - د (ا+ع)$$

$$= \frac{د(ا-ل)(ا+ع)}{ل} + \frac{د(ا-ل)(ا)}{ل} - د (ا+ع)$$

$$= \frac{د(ا-ل)(ا)}{ل} - \frac{د(ا+ع)(ا)}{ل}$$

یہ ع کے بڑھنے سے گھٹتا ہے، اس لیے خاؤ کے معیار کی غنیمت  
ع = ۰ پر واقع ہوگی اور حسب ذیل ہوگی۔

$$م = \frac{د(ا-ل)}{ل} - \frac{د(ا)}{ل}$$

$$= \frac{د(ا-ل-ا)}{ل} \dots\dots\dots (۸)$$

اور مساوات (۵) سے یعنی جب کہ بوجھ د نقطہ ج پر آئے

$$م = \frac{د(ا-ب)}{ل}$$

$$= \frac{د(ا-ل)}{ل} - \frac{د(ب)}{ل}$$

∴ (۵) اور (۸) میں (۵) یا (۸) بڑا ہو گا بھلا بقت اس کے کہ

$$\frac{د(ا)}{ل} \text{ بڑا ہے یا مساوی ہے یا چھوٹا ہے } \frac{د(ب)}{ل}$$

یعنی	ا	ب	ل	ا	ب	ل	ا	ب	ل
ا	ب	ل	ا	ب	ل	ا	ب	ل	ا
ا	ب	ل	ا	ب	ل	ا	ب	ل	ا
ا	ب	ل	ا	ب	ل	ا	ب	ل	ا
ا	ب	ل	ا	ب	ل	ا	ب	ل	ا

میں لیے نتائج (۵) تا (۸) سے معلوم ہوتا ہے کہ اگر  $\frac{د(ا)}{ل} < \frac{د(ب)}{ل}$

تو کسی نقطے پر اعظم خاؤ کا معیار اس وقت ہوتا ہے جب کہ د اس نقطے پر ہو۔

لیکن اگر  $\frac{د(ا)}{ل} > \frac{د(ب)}{ل}$  تو اعظم خاؤ کا معیار اس وقت ہو گا جب کہ د اس

نقطے پر ہو۔

فرض کر دو کہ ایک ایسا نقطہ ہے کہ  $\frac{د(ا)}{ل} = \frac{د(ب)}{ل}$ ، تب ا اور

د کے درمیان کسی نقطے پر خاؤ کا معیار اعظم اس وقت ہو گا جب کہ د اس نقطے پر ہو اور

ذ اور ب کے درمیان کسی نقطے پر اُس وقت جب کہ  $\frac{د}{ل} = \frac{د}{ل}$  اس نقطے پر ہو۔  
 دیکھو (۵) اور (۸) کو تعبیر کرنے والے مغنی مکانی ہو گئے، اس لیے خاؤ کے  
 معیار کے منحنیوں کو کھینچنے کا طریقہ حسب ذیل ہوگا:-  
 پہلے مساوات (۵) کے مکانی پر غور کرو۔

اس کی صفر قیمت  $ما = ب$  پر ہوتی ہے اور اعظم قیمت  $ما = \frac{ل}{۲} + \frac{ل}{۲}$   
 یہ ہوتی ہے اور خاؤ کے معیار کی یہ اعظم قیمت

$$= \frac{د}{ل} \left( \frac{ل}{۲} - \frac{ل}{۲} \right) = \frac{د}{ل} (ل - ب)$$

اس لیے  $ما$  سے فاصلہ  $ب$  پر نقطہ  $ما$  لو اور فصل کے وسطی نقطہ  $ع$  سے فاصلہ  
 $\frac{ل}{۲}$  پر دائیں طرف نقطہ  $ف$  لو۔  $ف$  قائم کرد جو کسی مناسب پیمانے پر  
 $\frac{د}{ل} (ل - ب)$  کو تعبیر کرے اور مکانی  $ما$   $ب$  کھینچو جس کا  $ا$  اس  
 کا ہو۔

اب مساوات (۸) کے مکانی پر غور کرو۔  
 اس کی صفر قیمت  $ما = ل$  پر ہوتی ہے اور اعظم قیمت

$$ما = \frac{ل}{۲} - \frac{ل}{۲} \text{ پر ہوتی ہے اور حسب ذیل ہوتی ہے:-}$$

$$\frac{د}{ل} \left( \frac{ل}{۲} - \frac{ل}{۲} \right) = \frac{د}{ل} \left( \frac{ل}{۲} - \frac{ل}{۲} \right) = \frac{د}{ل} (ل - ل) = 0$$

اس لیے  $ب$  سے فاصلہ  $ل$  پر ایک نقطہ  $لا$  اور  $ع$  سے فاصلہ  
 $\frac{ل}{۲}$  پر بائیں طرف نقطہ  $گ$  لو اور گ  $جا = \frac{د}{ل} (ل - ل)$  قائم کرد اور  
 مکانی  $ما$   $جا$  قائم کرد جس کا  $ا$  اس جا ہو۔

یہ دونوں مکانی  $ک$  پر ملینگے اور اس طرح اعظم خاؤ کے معیار کا مغنی  
 ایک  $لا$   $ب$  ہوگا۔

معاول یکساں بوجھ - حائل مکانی - گرڈروں کی تجویز میں  
دستور یہ ہے کہ متحرک بوجھوں سے پیدا ہونے والے اعظم خاؤ کے معیار کو  
ایک معاول متحرک یکساں بوجھ کی رقوم میں بیان کیا جائے۔ اور یہ اس طرح  
ہو سکتا ہے کہ ایک ایسا مکانی معلوم کیا جائے جو متحرک بوجھ کے اعظم خاؤ کے معیار  
کے منحنی کو عین گھیر لے۔ اس کے لیے حسب ذیل عمل کیا جائیگا:۔ دونوں مکانیوں  
میں کے بڑے مکانی کا ب پ پر کا ماس کھینچو اور یہ اس طرح کہ  $e = f$  بناؤ  
اور جب  $f$  کو ملاؤ۔ فرض کرو کہ یہ خارج ہو کر  $e$  میں کے انتصابی خط کون پر  
ملتا ہے اور  $e = \frac{1}{4} e$  ن بناؤ۔ تب مکانی  $f$  سے  $b$  جس کا  $r$  اس  
سے سبب حائل مکانی ہوگا۔

فرض کرو کہ دیے ہوئے نظام کا معاول یکساں بوجھ  $e$  ہے۔

$$\begin{aligned} \text{تب} \quad e &= \frac{f}{l} \\ \text{یا} \quad f &= e \times l \end{aligned}$$

اگر گرڈروں کو دو مسادی بوجھ عبور کریں تو بالکل موجودہ صورت کا عمل  
کیا جائیگا۔ صرف  $f = b$  لیا جائیگا اور مکانی کے دونوں نصف حصے بالکل  
ایک دوسرے کے مشابہ ہونگے۔

$$\text{اس صورت میں } f = \frac{f}{l} (l - \frac{l}{2})$$

$$\therefore e = \frac{f \times l}{(l - \frac{l}{2})} = \frac{f \times l}{\frac{l}{2}}$$

$$e = \frac{f}{l} \times \frac{l}{2} (l - \frac{l}{2})$$

$$f = \frac{e \times l}{2} (l - \frac{l}{2})$$

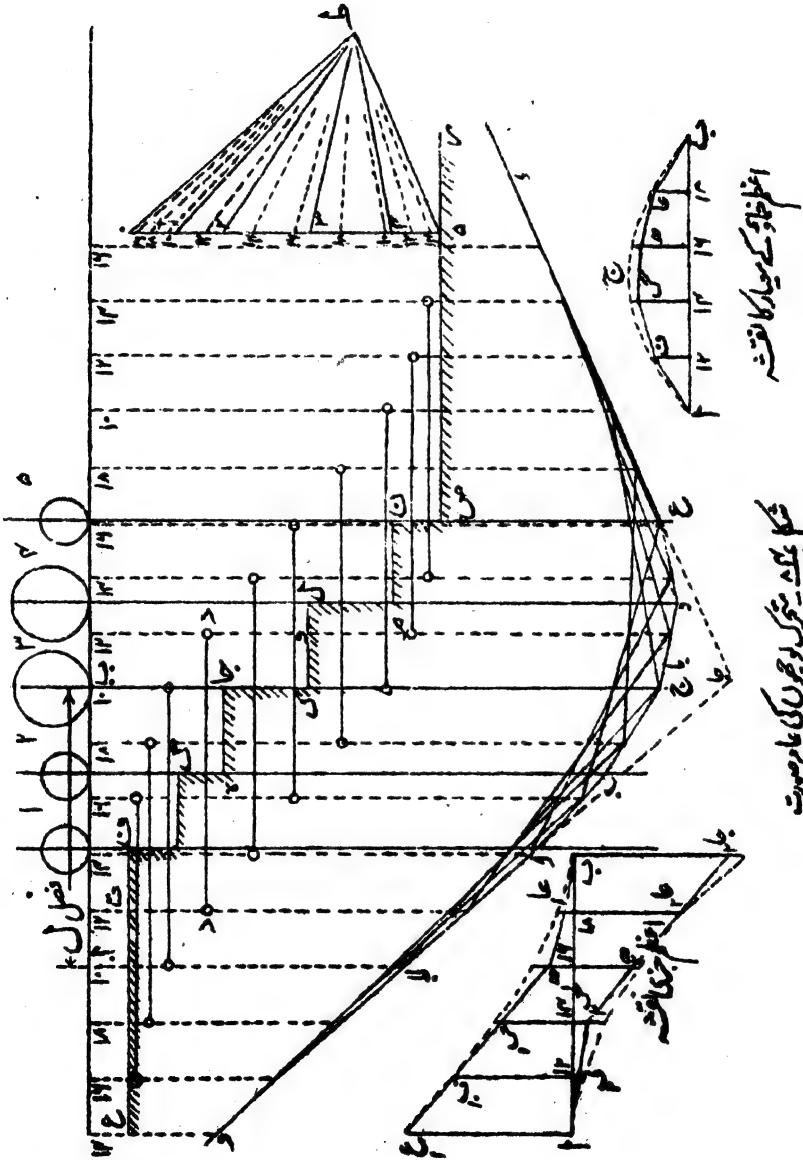


(۵) متحرک بوجھوں کی عام صورتیں۔ اگر منفرد بوجھوں کا ایک نظام

مثلاً حراکوں کے دھروں پر کے بوجھ ایک فصل پر سے گزریں تو نظام کی حرکت کے دوران میں فصل کے ہر نقطے پر کا جز اور خاؤ کا معیار بدلیں گے اور ان کی اعظم قیمت معلوم کرنے کے لیے کوئی قاعدہ وضع کرنا ہو گا۔ ان میں سے ایک قاعدہ حسب ذیل ہے:- عملاً ریلوے کمپنیوں میں یہ دستور ہے کہ دھرے پر کا معیاری بوجھ انتخاب کر لیتے ہیں اور یہ ان کے حراکوں کی تجویز پر مبنی ہوتا ہے۔ اور اس میں وہ  $\frac{1}{4}$  تا  $\frac{1}{2}$  فیصدی کے ممکن اضافے کی رعایت رکھتے ہیں۔ اس کے بعد اعظم جز اور خاؤ کے معیار کے معنی تریسی طور پر بھیج جاتے ہیں اور ان کے حالات مکانی بھیج کر ان سے معادل یکساں بوجھ حاصل کیا جاتا ہے۔ نتائج کو ایک جدول یا ایک معنی کی شکل میں لکھا جاتا ہے اور ان کو یکساں بوجھ کے لیے تجویز کیا جاتا ہے۔ جس کی حدت دیے ہوئے فصل کے لیے اس جدول یا معنی سے حاصل کر لی جاتی ہے۔ اگر ڈروں کی تجویز والے باب (باب ۱۸) میں ہم چند اعداد و شمار ان جدولوں کے متعلق دیکھیں۔

اس مسئلے میں نقشہ بہت پیچیدہ ہو جاتے ہیں۔ اس لیے ہم اپنے نظام کو پانچ بوجھوں تک محدود رکھیں گے یعنی (۱۶۰) (۲۱) (۳۲) (۴۳) اور (۵۴) (شکل ۸)۔ لہذا اس سے زیادہ پیچیدہ ہو تو بھی عمل بالکل یہی رہیگا جو حسب ذیل ہے:- کاغذ کے بالائی کنارے کے قریب بوجھ کے نظام کو بھیجیے اور پتہ ایسا اختیار کرو کہ بوجھ کے دونوں طرف کم از کم زیر بحث فصل کے مساوی فاصلہ رہے۔ اب بوجھوں کو ایک سمتی خط ۵۰ پر قائم کرو اور ایک موزوں قطب طے کر کرٹاپوں کا کثیر الاضلاع و اوج دے رکھیں۔ قطب طے کا بہترین انتخاب وہ ہو گا جس سے کرٹاپوں کے کثیر الاضلاع کا وسطی حصہ کاغذ کے پچھلے کنارے تک پہنچے اور پہلی اور آخری کرٹاپاں و اور ع، خارج ہو کر فصل کو کاغذ کے کناروں سے ذرا اندر ملیں۔ اب فرض کرو کہ زیر بحث فصل کا طول لی ہے اور فرض کرو کہ ا۔ ب۔ بوجھ کے نظام کی اضافت سے فصل کے

ایک محل کو تغیر کرتا ہے تب اگر  $\Delta$  اور  $\beta$  میں سے انتصابی خطوط کھینچے جائیں



جو کڑیوں کے کثیر الاصلراع کو لا اور با پر قطع کریں اور لا با کو ملایا جائے تو لا و ب با فصل پر بوجھ کے دیے ہوئے محل کے لیے خاؤ کے معیار کا نقشہ ہوگا۔ اور اگر لا با کے متوازی ط لا کھینچا جائے تو لا جز کے نقشے کا اسی خط ہوگا۔ اب فصل کے متعدد نقاط پر خاؤ کے معیار اور جز ناب لیے جاتے ہیں پھر بوجھ کو فصل کی اضافت سے حرکت دی جاتی ہے، اور خاؤ کے معیار اور جز کے نئے نقشے کھینچے جاتے ہیں، اور دیے ہوئے نقاط پر قیمتیں ناپی جاتی ہیں اور اسی طرح۔ نقشہ کشی کے نقطہ نظر سے بوجھ کو فصل کے اوپر حرکت دینے سے اس میں بہت زیادہ آسانی ہے کہ فصل کو بوجھ کے نیچے حرکت دی جائے کیونکہ اس صورت میں کڑیوں کے صرف ایک کثیر الاصلراع کا کھینچنا کافی ہے۔ اس طرح عمل حسب ذیل ہوگا۔

خاؤ کا معیار۔ فصل کو چند مساوی حصوں میں تقسیم کرو۔ عملاً ۱۰ حصے کافی ہونگے لیکن شکل کی پیچیدگی سے بچنے کے لیے ہم یہاں پانچ ہی حصے کرینگے۔ پھر بڑے بوجھوں میں سے ایک سے شروع کر کے ان حصوں کے مساوی طول سارے کاغذ کے عرض پر لو اور ان نقاط میں سے انتصابی خطوط کھینچو۔ یہ انتصابی خطوط شکل میں نقطہ دار دکھائے گئے ہیں۔ اگر ان انتصابی خطوط پر اس طرح نمبر اندازی کی جائے جس طرح شکل میں کی گئی ہے تو ایک ہی نمبر کے قریب ترین انتصابی خطوط کو افقی خط سے ملانے سے فصل حاصل ہوگا۔ اب وہ گھیرنے والے خطوط کھینچ لیے جاتے ہیں جو بوجھ کے ہر محل کے لیے خاؤ کے معیار کا نقشہ مہیا کرتے ہیں۔ اب ایک طول اب جو فصل ل کو تعبیر کرے اور اس کو اختیار کردہ تعداد میں تقسیم کرو۔ فصل کی ہر تراش پر اعظم خاؤ کا معیار کیا ہوتا ہے نقشے سے حاصل کر کے اس کو اس پیمانے پر جس کے حاصل کرنے کا طریقہ بتایا جا چکا ہے اب کے اوپر ترسیم کرو۔ مثلاً تراش ۱۲ کے لیے اعظم معین ۱۲ ف ہے، وغیرہ۔ اس طرح ۱۱ ف ایک ص عاب اعظم خاؤ کے معیار کا آئینہ ہے اور اگر یہ مطلوب ہو کہ نتائج کو ایک معادل یکساں بوجھ کی رقوم میں بیان کیا جائے تو اس معنی کو

گھیرتا ہوا ایک مکانی اجسام کھینچا جاتا ہے۔ اس کا اعظم یعنی وسطی میں سے بے لگ  
کو تعبیر کر بیگا، جہاں ب معادل کھینچاں بوجھ فی طولی فٹ ہے۔ اس سے ب  
محسوب ہو سکتا ہے۔

اگر فصل کے حصوں کی تعداد بڑی لی جائے تو پھر اس میں کوئی مضائقہ  
نہیں کہ جسے شروع کہاں سے کیے جائیں۔

اگر کسی حصے کے کسی نقطے پر اعظم خاؤ کے معیار کی قیمت مطلوب ہو  
تو ذیل کے قاعدے کا استعمال کیا جائیگا: اعظم خاؤ کا معیار بڑے

بن جھوں میں سے ایک کے نیچے واقع ہوگا اور کسی بوجھ کے  
نیچے کا خاؤ کا معیار اس وقت اعظم ہوگا جب کہ بوجھ کے نظام کا  
مہر کنہ جاذبہ اور یہ بوجھ فضل کے مہر کن سے مساوی فاصلے پر ہو۔

اس کا ثبوت حسب ذیل ہے :- یہ تو ظاہر ہے کہ فصل کے کسی نقطے  
پر خاؤ کا معیار اس وقت اعظم ہوگا جب کہ کوئی بوجھ ٹھیک اس کے اوپر ہو۔  
یہ ریسائی کثیر الاضلاع کو دیکھنے سے ظاہر ہے۔ اب فرض کرو کہ بوجھ کے  
نظام کا مجموعی وزن د ہے اور فرض کرو کہ اس کا مرکز جاذبہ سرے سے فاصلہ  
لا پر ہے اور فرض کرو کہ زیر غور بوجھ و ہے اور مرکز جاذبہ سے فاصلہ  
ما پر ہے۔

نتیجہ بوجھ و کے نیچے خاؤ کا معیار

$$م = س (ل + لا) - و \times ۱$$

$$= \frac{و (ل - لا) (لا + لا) - و \times ۱}{ل} = \frac{لا (لا + لا) - لا}{ل}$$

یہ اعظم ہوگا جب کہ  $\frac{فرم}{فرلا} =$

$$یعنی جب ۱ - \frac{لا ۲}{ل} - \frac{۱}{ل} =$$

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{l}$$

یعنی جب کہ و اور د مرکز سے مساوی الفاصل ہوں۔

بوجھ کے نظام کا مرکز جاذبہ نقطہ جا ہوگا جہاں کہ پہلی اور آخری کڑیاں ملتی ہیں۔ اس طرح اعظم خاؤ کا معیار اس طرح معلوم ہو سکتا ہے کہ فصل کے مرکز کو جاکے اور بوجھوں ۳، ۴ اور ۳، ۴ کے درمیان رکھ کر ڈیکھیں کہ دونوں میں سے کس سے خاؤ کا معیار زیادہ حاصل ہوتا ہے۔

لیکن صرف یہ عمل کافی نہیں کیونکہ اگرچہ اس سے یقینی اعظم خاؤ کا معیار ایک یا دو نقطوں پر معلوم ہو جاتا ہے لیکن فصل کے دوسرے نقطوں پر اعظم قیمت معلوم نہیں ہوتی۔

جنہاں اعظم جز کا منحنی کھینچنے کے لیے حسب سابق عمل کرو یعنی پہلے بوجھ قائم کرو اور کڑیوں کا کثیر الاضلاع کھینچو۔ پھر سمتی کثیر الاضلاع پر کے نقاط کو ان کے متناظر حصوں میں خارج کر کے (یعنی ان نقاط میں سے گزرنے والے افقی خطوط متناظر حصوں میں کھینچ کر) زمینہ دار جنہی منحنی ع ف گ ہ جاک ل م ن ص میں کھینچ لو جیسا کہ شکل ۸۴ میں دکھایا گیا ہے۔ اس کو خاؤ کے معیار والے کاغذ پر کھینچ سکتے ہیں یا چاہیں تو علیحدہ کاغذ پر بھی کھینچ سکتے ہیں۔ فصل کے حصوں میں سے جو نقطہ دار انتصابی خطوط کھینچے گئے ہیں ان سے مختلف محلوں کے لیے خاؤ کے معیار کے نقشوں کے گھیرنے والے اضلاع کا تعین ہوگا۔ اب ان گھیرنے والے خطوط میں سے ہر ایک کے متوازی ط میں سے خطوط کھینچو۔ یہ ط ۱۰، ط ۱۲، ط ۱۴ وغیرہ ہیں اور نقطہ دار کھینچے گئے ہیں۔ اس طرح جو نقطے ۱۰، ۱۲، ۱۴، وغیرہ ہونگے وہ جز کے لیے اساسی خطوط کا کام دینگے۔ اگر بوجھ فصل سے بہت بڑا ہو تو اتنا کافی ہے کہ یہ خطوط اس نقطے سے کھینچے جائیں جہاں پہلا بوجھ فصل پر آتا ہے، اور اس نقطے تک کھینچے جائیں جہاں پہلا بڑا بوجھ فصل سے گزر چکا ہو۔ اور نیز منفی جز حاصل کرنے کے لیے اس نقطے سے جہاں کہ آخری بڑا بوجھ فصل پر آتا ہے اس نقطے تک عمل کیا جائے جہاں آخری بوجھ فصل سے گزر چکے۔ اب ان نقاط ۱۰، ۱۲،

وغیرہ سے ان کے متناظر حصوں میں افقی خطوط کھینچو اور جز کے نقشے وہ ہونگے جو ان  
اساسی خطوط اور زینہ دار جزئی منحنی کے درمیان حاصل ہوں۔  
مثلاً اساسی خط د د لو۔ تب بوجھ کے اس محل کے لیے جز کا نقشہ  
د د ت ف ا گ لا جاک و د ہوگا۔

اب فصل کے مختلف حصوں پر کے اعظم مثبت اور منفی جز ناپ کر ایک  
اساس اب پر ترسیم کرو۔ اور نقاط ر ع ف وغیرہ اور ف گ پ وغیرہ، کو  
ملا کر اعظم جز کے منحنی حاصل کرو۔ اور اگر معادل یکساں بوجھ مطلوب ہو تو ان کو گھیرنا  
ہوا ایک امکانی کھینچو جو نقطہ وارد کھایا گیا ہے۔

نقشہ کشی کے متعلق نوٹ — علما بہترین طریقہ یہ ہوگا کہ  
کڑیوں کا کثیر الاضلاع احتیاط کے ساتھ ایک بڑے کاغذ پر اُتارا جائے اور فصل  
کے حصوں کو تعبیر کرنے والے انتصابی خطوط ایک چربہ کاغذ پر اُتارے جائیں۔  
اب خاؤ کے معیار اور جز کے مختلف نقشوں کا چربہ اُتارا جاسکتا ہے اور بہت سی  
صورتوں میں ان کو فی الحقیقت کھینچنے کی ضرورت نہیں۔ اور ہر نقطے پر کسی  
اعظم قیمت کو ناپ کر اعظم جز اور خاؤ کے معیار کے منحنیوں میں ترسیم کیا جاسکتا  
ہے۔ اس طرح کڑیوں کا ایک کثیر الاضلاع متعدد فصلوں کے لیے کارآمد  
ہو سکتا ہے۔

دیکھو اگر پانچ کی بجائے جیسا کہ شکل میں کیا گیا ہے دس حصے لیے جائیں  
تو اعظم جز اور خاؤ کے معیار کے نقشوں کی شکل بدل جائیگی۔

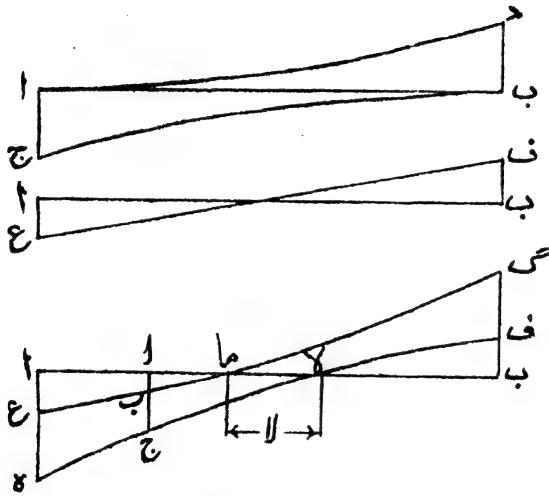
ان عملوں اور ساختوں کے متعلق تفصیلی معلومات کے لیے طالب علم  
مسٹر ایچ۔ بیفورڈ ایم۔ ایس کے ان چند مضامین کا مطالعہ کریں جو رسالہ  
"انجینئرنگ" کی جلد ۸۲ (۱۹۰۷ء) میں ہیں اور ایک مضمون جے گریہم  
ایم۔ آئی۔ سی۔ ای کا انسٹی ٹیوٹ آف سول انجینیرز کی روداد جلد ۵۸ میں ہے۔

(۶) متحرک بوجھ اور مردہ بوجھ کے متحدہ نقشے — علما

متحرک بوجھوں کے ساتھ ساتھ ہمیشہ تعمیر کے وزن کا مردہ بوجھ بھی موجود ہوتا ہے

جس کو متحرک بوجھ کے ساتھ مرکب کر کے حاصل زور معلوم کیے جاتے ہیں۔  
مردہ بوجھ کی اہمیت بمقابلہ متحرک بوجھ کے، فصل کے بڑھنے سے بڑھتی ہے اور  
فصل بہت بڑا ہو تو مردہ بوجھ سے پیدا ہونے والے زور عموماً متحرک بوجھ کے  
زوروں سے زیادہ ہوتے ہیں۔

ہم اس صورت پر غور کریں گے کہ گرڈر کا فصل ل ہے اور اس پر  
ب ٹن فی طولی فٹ کا ایک یکساں متحرک بوجھ گرڈر سے بڑا آتا ہے اور  
گرڈر پر ایک یکساں بوجھ دے۔



شکل ۵۵ - متحرک بوجھ اور مردہ بوجھ ملے ہوئے

جز کے نقشے — جیسا کہ ہم دیکھ چکے ہیں متحرک بوجھ کے تحت  
اعظم جز کا نقشہ دو مکانیوں ج ب اور ا د (شکل ۵۵) سے حاصل ہوگا۔  
مردہ بوجھ کے لیے نقشہ، ترجیحاً خط ر ح ہوگا۔  
ان کو ترکیب دینے سے منحنی گ ماع اور ح لا حاصل ہوتے  
ہیں جن میں سے ع ا اور ب ف دونوں  $\frac{1}{2}$  کے مساوی ہیں، اور لا ا  
اور گ ب دونوں  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$  کے مساوی ہیں۔

اگر فصل پر ما اور ا کے درمیان ایک نقطہ لا پر غور کیا جائے تو لا پر جز  
ہمیشہ منفی ہوگا، اقل قیمت اب ہوگی اور اعظم قیمت ا ج۔  
نقاط لا اور ما کے درمیان بوجھ کے عبور کے دوران میں جز کی علامت  
بدلتی ہے اور بعض مصنفوں نے لا ما = لا کو گرڈ کے ماسکی طول سے  
موسوم کیا ہے۔ اگر گرڈ ایک ڈھانچہ ہو تو دتری ارکان میں زور کے انعکاس کو  
روکنے کے لیے لا اور ما کے درمیان پس رباطی (Counter bracing)  
کی ضرورت ہوگی۔

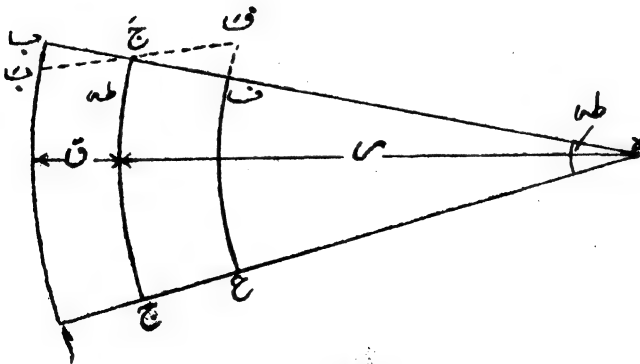
ڈھانچہ دار گرڈوں کی صورت میں متحرک بوجھوں کے اعظم جز کے نقشے  
معمولی شہتیر سے جس پر ہم نے غور کیا ہے کسی قدر مختلف ہوتے ہیں اور ہم اس  
مسئلے سے ڈھانچہ دار تعبیروں کے باب میں بحث کریں گے۔ اور باب ۸ میں بھی ہم  
گرڈوں کی تجویز میں متحرک بوجھ کے نقشوں کے استعمال سے مزید بحث  
کریں گے۔



# آٹھواں باب

## شہتیروں کے انصاف

ہم وہ ربط معلوم کر چکے ہیں جو شہتیر کے زوروں اور خاؤ کے معیار کے درمیان پایا جاتا ہے۔ اب ہم انصافوں اور خاؤ کے معیار کا ربط معلوم کرنا چاہتے ہیں۔  
فرض کرو کہ ج ج (شکل ۸۶) ایک شہتیر کے مرکزی خط کے ایک چھوٹے طول کو تعبیر کرتا ہے جس کا ابتدائی انحناء صفر تھا اور جو اب نصف قطر انحناء کے منحنی کی شکل میں مڑ گیا ہے، یہ نصف قطر صرف اس چھوٹے طول ج ج کا ہے



شکل ۸۶

نہ کہ سارے شہتیر کا۔ اگر وہ مفروضات جو اس سے پہلے شہتیروں کے زوروں کے متعلق اختیار کیے گئے یہاں بھی صحیح ہوں تو ب ف اور ا ع خاؤ کے بعد بھی خط مستقیم ہوئے اور ج ج کے مرکز اغناہ پر ٹینگے۔ ا ع کے متوازی ب ف کھینچو۔ اب قطاع ب ج ج اور ج ج کا پر غور کرو۔

$$\text{چونکہ طہ بہت چھوٹا ہے اس لیے} \quad \frac{\text{ب ج}}{\text{ج ج}} = \frac{\text{ج ج}}{\text{ج ج}}$$

$$\text{یا} \quad \frac{\text{ب ج}}{\text{ج ج}} = \frac{\text{ج ج}}{\text{ج ج}} = \frac{\text{ق}}{\text{ر}} \dots (۱)$$

لیکن اب خاؤ سے پہلے کا طول ہے اس لیے

$$\frac{\text{ب ج}}{\text{اب}} = \frac{\text{طول کا اضافہ}}{\text{ابتدائی طول}} = \text{اب کا فساد}$$

لیکن اب = ج ج

$$\therefore \frac{\text{ب ج}}{\text{ج ج}} = \text{اب کا فساد} = \frac{\text{ز}}{\text{ن}} \text{ جہاں ز کنارے اب میں}$$

زور ہے۔

∴ اس کو مساوات (۱) میں درج کرنے سے :-

$$\frac{\text{ز}}{\text{ن}} = \frac{\text{ق}}{\text{ر}}$$

$$\text{یا} \quad \frac{\text{ز}}{\text{ن}} = \frac{\text{ر}}{\text{ق}} \dots (۲)$$

لیکن ہم پہلے دیکھ چکے ہیں کہ

$$\text{م} = \frac{\text{ز آ}}{\text{ن}}$$

$$\text{یا} \quad \frac{\text{ز}}{\text{ن}} = \frac{\text{م}}{\text{آ}}$$

∴ ان نتائج کو اکٹھا کرنے سے

$$(۳) \dots\dots\dots \frac{ز}{ق} = \frac{م}{ا} = \frac{س}{ر}$$

یہ شہتیروں کے زوروں، خماؤ کے معیار، اور نصف قطر انحنا کا مکمل ربط ہے۔ عمل شہتیر کے مختلف نقاط پر نصف قطر انحنا معلوم کرنے کی ضرورت نہیں ہوتی بلکہ انصاف مطلوب ہوتا ہے اس لیے ہم اب نصف قطر انحنا اور انصاف کا ربط معلوم کرینگے اور اس کے بعد مختلف قسم کے لداؤں کے لیے انصاف معلوم کرینگے۔ یہ بحث دو حصوں میں بٹ جاتی ہے ایک ترسیمی دوسرا ریاضیاتی یا تحلیلی۔ اور ہم ان سے اسی ترتیب میں بحث کرینگے۔ (یہ دونوں بحثیں بجائے خود مکمل ہیں اور طالب علم ان میں سے کسی ایک کو اختیار کر سکتے ہیں)۔

## ترسیمی نقطہ نظر سے بحث

انحنا پر ابتدائی نوٹ — فرض کرو کہ اب (شکل ۱۸۴)

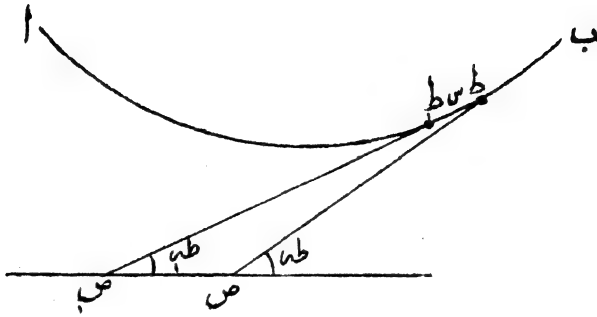
کوئی منحنی ہے اور اس پر دو نقطے ط، ط باہمی فاصلہ س پر ہیں۔ ماس ط ص اور ط ص کھینچو جو کسی اساسی خط کو لیں اور اس سے زاویہ طہ اور طہ بنائیں۔ اور ان ماسوں کے عماد کھینچو۔ ان عمادوں کا نقطہ تقاطع چھوٹی قوس ط ط کا مرکز انحنا ہوگا۔

اور مرکز پر ط ط کے محاذی زاویہ (طہ۔ طہ) بنیگا۔

∴ اگر نصف قطر انحنا س ہو تو س × (طہ۔ طہ) = س

$$\begin{aligned} \frac{س}{طہ - طہ} &= س \quad \text{یا} \\ \frac{1}{س} &= \frac{طہ - طہ}{س} \quad \text{یا} \end{aligned}$$

اس  $\frac{1}{r}$  کو دیے ہوئے نقطہ پر کا انحناء کہا جاتا ہے اور انحناء قیمت ہے جو  $s$  کے بے انتہا چھوٹے ہونے پر  $\frac{طء - طء}{s}$  اختیار کرتا ہے۔



شکل ۸۶

**مور کا مسئلہ** — اب فرض کر دو کہ  $a$  ب ایک طناب ہے

جو ایک انتصابی مستوی میں کسی طح لادی گئی ہے۔ اور  
فرض کر دو کہ نقاط  $ط$ ،  $ط$  کے درمیان بوجھ و ہے۔ تب ترسیمی سکونیت  
کے قوانین سے یہ لازم آتا ہے کہ طناب  $a$  اس کڑیوں کے کثیر الاضلاع کی  
شکل میں ہوگی جو اس پر کے بوجھ کے نظام کے لیے ایسے قطبی  
فاصلے کے ساتھ یکھینچا جائے جو طناب کے افقی تناؤ کے مساوی ہے۔  
(دیکھو صفحہ ۲۵۷)۔

اب فرض کر دو کہ طناب میں تناؤ نقاط  $ط$ ،  $ط$  پر  $t$  ہیں۔ تب چونکہ  
طناب پر کوئی افقی قوت نہیں اس لیے ان تناؤں کے افقی اجزاء ٹھیلی مساوی  
ہونے چاہئیں۔ فرض کر دو کہ یہ افقی جزو تحلیل  $F$  ہے۔ اور تناؤں کے  
انتخابی اجزاء ٹھیلی کا فرق ان نقاط کے درمیان کے بوجھ و کے مساوی  
ہونا چاہیے۔

اس لیے  $f = t \text{ جم طہ} = t \text{ جم طہ}$

$w = t \text{ جب طہ} - t \text{ جب طہ}$

یعنی  $w = \frac{f \text{ جب طہ}}{\text{جم طہ}} - \frac{f \text{ جب طہ}}{\text{جم طہ}}$

$= f (\text{مس طہ} - \text{مس طہ})$

اب اگر طہ اور طہ چھوٹے ہوں جیسا کہ شہتیروں کی صورت میں ہوگا تو

ہم  $\text{مس طہ} = \text{طہ} \text{ اور } \text{مس طہ} = \text{طہ} \text{ لے سکتے ہیں۔}$

اس طرح  $w = f (\text{طہ} - \text{طہ})$

$\therefore \frac{w}{s} = \frac{f (\text{طہ} - \text{طہ})}{s}$

$\frac{f}{s} =$

لیکن  $\frac{w}{s} = \text{بوجھ طناب کے کئی اکائی طول} = b \text{ فرض کرو}$

$\therefore b = \frac{f}{s}$

یا  $\frac{1}{s} = \frac{b}{f} \dots \dots \dots (۴)$

اب شہتیر کے مسئلہ پر واپس آؤ۔

مساوات (۳) سے  $\frac{1}{s} = \frac{b}{f} \dots \dots \dots (۵)$

مقدار  $\frac{b}{f}$  محض شہتیر کی شکل اور مادے پر منحصر ہے، اور اس کو

خماؤ کی استواری کہا جاتا ہے۔ تب اگر یہ خماؤ کی استواری سارے فصل میں

یکساں ہو تو بیان ۲ اور مساواتوں (۴) اور (۵) کا مقابلہ کرنے سے حاصل

ہوتا ہے کہ: ایک لدا ہوا شہتیر وہی شکل اختیار کرے گی جو اسی فصل

کی ایک طناب جس پر لداؤ شہتیر کے خماؤ کے معیار کے مخفی کے

مطابق ہو اور جس کا افقی تناؤ شہتیر کے خماؤ کی استواری (آ۷) کے

مساوی ہو۔

یہ مور (Mohr) کا مسئلہ ہے اور شہتیر کی انصافی شکل شہتیر کا لچک کا خط کہلاتی ہے۔ اس طرح دیکھو شہتیر کا لچک کا خط حاصل کرنے کے لیے حسب ذیل عمل کرنا ہوگا:۔

(۱) شہتیر کے خاؤ کے معیار کا معنی کھینچو۔

(۲) اس معنی کو تہلی انتصابی بیٹوں میں تقسیم کر دو، اور ان بیٹوں کے وسطی معینوں کو ایک سمتی خط پر قائم کر دو اور ایک قطبی فاصلہ خاؤ کی استواری (آءے) کے مساوی لو۔

(۳) اس سمتی کثیر الاضلاع کے لیے کڑیوں کا کثیر الاضلاع کھینچو اور اس کو ایک افقی اساس پر تبدیل کر دو تب یہ کڑیوں کا کثیر الاضلاع لچک کے خط کو ایک خاص پیمانے پر تعبیر کر گیا جس کو ہم آگے چل کر معلوم کریں گے۔  
فی الحال ہم فرض کریں گے کہ شہتیر کی تراش سارے طول میں یکساں ہے یا یہ کہ خاؤ کی استواری مستقل ہے۔ ایسا نہ ہونے کی صورت میں کیا عمل کیا جاتا ہے یہ ہم آگے چل کر بتائیں گے۔

انصافوں کی معیاری صورتیں — بعض خاص صورتوں میں

اعظم انصاف مور (Mohr) کے مسئلہ سے استدل لال کر کے معلوم کیے جاسکتے ہیں۔ اور ان صورتوں سے اب بحث کی جائیگی (شکل ۷۷)۔

(۱) سادہ سہارا ہے ہوئے شہتیر پر مرکزی بوجھ و — فرض کرو کہ اب ایک سادہ سہارا ہوا شہتیر ہے جس کا فصل ل ہے اور جس پر ایک مرکزی بوجھ و ہے۔

تب ادب خاؤ کے معیار کا نقشہ ہوگا جس کا اعظم معین  $\frac{L}{2}$  ہوگا۔  
فرض کرو کہ ارج ب شہتیر کا لچک کا خط ہے۔ تب، مور (Mohr) کے مسئلہ کی رو سے، اس لچک کے خط کی شکل وہی ہوگی جو اسی فصل کی ایک خیالی طناب کی ہوتی جس پر بوجھ خاؤ کے معیار کے معنی کے مطابق ہو اور

افقی تناؤ خاؤ کی استواری کے مساوی ہو۔

اب اس طناب کے نصف کی قائمیت پر غور کرو۔ یہ تین قوتوں کے تحت تعادل میں ہے۔ افقی کھینچ ف جو نقطہ ج پر عمل کرتی ہے، نصف طناب پر کا حاصل بوجھ ب، اور نقطہ ا پر کا تناؤ ت۔

ا کے گرد معیار لو تو

$$ف \times ص = ب \times م$$

$$\therefore ص = \frac{ب \times م}{ف}$$

موجودہ صورت میں ب = خاؤ کے معیار کے نقشے کے نصف کا رقبہ

$$= \frac{1}{2} \times \frac{ل}{۲} \times \frac{ول}{۱۶} = \frac{ول}{۱۶}$$

م = سایہ وار مثلث کے مرکز ہندسی کا فاصلہ ا سے

$$= \frac{ل}{۳}$$

$$ف = آ =$$

$$\therefore ص = \frac{ول}{۱۶} \times \frac{ل}{آ} = \frac{ول}{۳۸ آ}$$

(۲) سادہ سہارے ہوئے شہتیر پر یکساں بوجھ — فرض کرو

کہ اب ایک سادہ سہارا ہوا شہتیر ہے جس کا فضل ل ہے اور جس پر ایک یکساں پھیلا ہوا بوجھ ہے۔

خاؤ کے معیار کا نقشہ ایک مکافی ہو گا جس کا ارتفاع  $\frac{ول}{۲}$  ہو گا۔

تب خیالی طناب کے نصف کی قائمیت پر غور کرنے سے حسب سابق

$$ص = \frac{ب \times م}{ف}$$

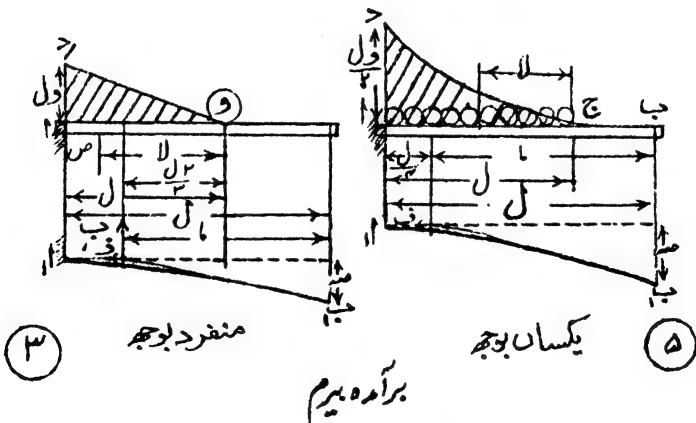
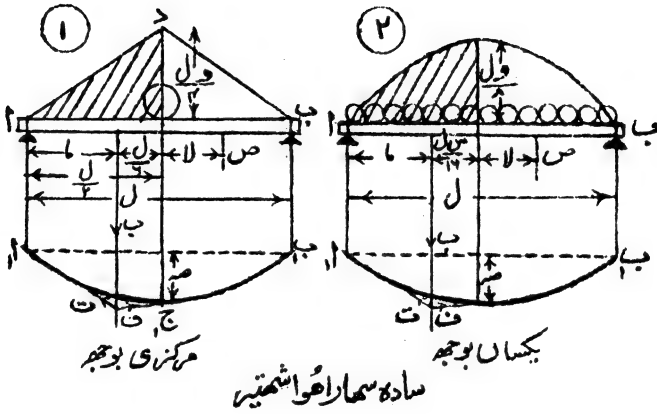
موجودہ صورت میں ب = خاؤ کے معیار کے نقشے کے نصف کا رقبہ

$$\frac{وَل^۲}{۲۴} = \frac{وَل}{۸} \times ل \times \frac{۲}{۳} \times \frac{۱}{۲} =$$

$$ل \times \frac{۵}{۱۴} = م$$

$$ف = آ = ع$$

$$\therefore \frac{وَل^۳}{۳۸۴} = \frac{وَل}{۱۴} \times \frac{وَل}{۲۴} = م$$



شکل ۳۔ شمشیروں کے انصاف

(۳) برآمدہ بیرم پر ایک منفرد بوجھ کسی نقطہ پر —



فرض کرو کہ ایک برآمدہ بیرم کا فصل  $ل$  ہے اور اس پر ثبات سرے  $ا$  سے فاصلہ  $ل$  پر ایک بوجھ دے۔

تب خاؤ کے معیار کا نقشہ ایک مثلث ہوگا جس میں  $ا = د = ول$ ۔ اور  $ا$  ب شہتیر کے لچک کے خط اور خیالی طناب کو تعبیر کرتا ہے۔ اس صورت میں ہم کو یہ تصور کرنا ہوگا کہ بوجھ اوپر کو عمل کرتا ہے۔

رسی  $ا$  پر افقی ہے۔

$ب$  کے گرد معیار لو۔ تب حسب سابق

$$ف \times ص = ب \times ا$$

$$یا \quad ص = \frac{ب \times ا}{ف}$$

موجودہ صورت میں  $ب =$  خاؤ کے معیار کے نقشے  $ا$  ج د کا رقبہ

$$= \frac{ول \times ل}{۲} = \frac{ول}{۲}$$

$$ا = ل - \frac{ل}{۳}$$

$$ف = آے$$

$$\therefore ص = \frac{ول}{آے} (ل - \frac{ل}{۳})$$

دیکھو اس صورت میں شہتیر کا حصہ  $ج$  ب مستقیم ہوگا۔

(۴) برآمدہ بیرم پر منفرد بوجھ آزاد سرے پر۔

یہ گوشہ صورت کی خاص شکل ہے جس میں  $ل = ل$

$$\therefore ص = \frac{ول}{آے} (ل - \frac{ل}{۳})$$

$$= \frac{ول}{آے ۳}$$

(۵) برآمدہ ۵ بیرام پر یکساں بوجھ ثابت سارے سے کسی نقطہ تک — فرض کرو کہ اب ایک برآمدہ بیرام ہے جس کا فصل  $L$  ہے، جس پر ایک بوجھ و ثابت سرے  $A$  سے نقطہ  $J$  تک یعنی طول  $L$  پر یکساں پھیلا ہوا ہے۔  
تب حسب سابق:

$$ص = \frac{ج ب ا}{ف}$$

موجودہ صورت میں  $ب =$  خاؤ کے معیار کے معنی آج د کا رقبہ

$$= \frac{1}{۳} \times \frac{ول}{۲} \times ل = \frac{ول}{۶}$$

$$ل = \frac{ل}{۳} - آ$$

$$ص = \frac{ول}{۶ - آ} (ل - \frac{ل}{۳})$$

(۶) برآمدہ ۵ بیرام پر یکساں بوجھ سارے طول پر —

یگزشتہ صورت کی ایک خاص شکل ہے جس میں  $ل = ل$

$$ص = \frac{ول}{۶ - آ} (ل - \frac{ل}{۳})$$

$$= \frac{ول}{۶ - آ} = \frac{ل}{۳} \times \frac{ول}{۶ - آ} =$$

(۷) سادہ سہارے ہوئے شہتیرا پر منفرد بوجھ کسی مقام پر —

اس صورت میں استدلال کسی قدر طویل ہے لیکن اس کے علاوہ اور کوئی مشکل نہیں۔



اور یہ مثلث کے مرکز ہندی گ پر عمل کر گیا۔

اس نقطہ گ میں کا انتصابی خط ج سے فاصلہ  $\frac{۲}{۳}$  میں ج پر ہوگا جہاں  
میں شہتیر کا وسطی نقطہ ہے۔ اس طرح اس مرکز ہندی کا فاصلہ ب سے

$$= ب + \frac{۲}{۳} \left( \frac{ل}{۲} - ب \right) = \frac{ل}{۳} + \frac{ب}{۳} = \frac{ل+ب}{۳}$$

اس لیے اس خیالی بوجھ کی وجہ سے ا پر کار و عمل

$$= \frac{ب+ل}{۳} \times \frac{و ب}{ل} = \frac{(ب+ل)}{۳} \times \frac{و ب}{ل}$$

اب فرض کرو کہ انصراف ا سے فاصلہ لا پر نقطہ د پر اعظم ہوتا ہے۔

تب اس نقطے پر جز صفر ہوگا۔

$$\text{یعنی } \frac{و ب}{ل} - \frac{ل}{۲} \times \frac{ب}{۳} = ۰$$

$$\text{یا } \frac{و ب}{ل} = \left( \frac{ب+ل}{۳} \right) \times \frac{ل}{۲}$$

$$\text{یا } \frac{و ب}{ل} = \frac{(ب+ل)}{۳}$$

$$\text{یعنی } \frac{(و ب)}{ل} = \frac{(ب+ل)}{۳}$$

اب اعظم انصراف مہ اس طرح حاصل ہوگا کہ خیالی طنباب کے حصہ  
ا کی قائمیت پر غور کریں۔

$$\text{حسب سابق مہ } = \frac{ب \times ل}{و ب}$$

موجودہ صورت میں ج = رقبہ اک ۸

$$= \frac{و ب ل}{ل} = \frac{ل}{۲} \times \frac{و ب ل}{ل}$$

$$\frac{\text{و ب} (ل + ب)}{ل^4} = \frac{\text{و ب} (ل + ب)}{ل^4} =$$

$$لا \frac{۲}{۳} = ۱$$

$$\left[ \frac{\text{و ب} (ل + ب)}{۳} \right]_{لا} \frac{۲}{۳} =$$

$$ف = آے$$

$$\therefore \text{صہ} = \frac{\text{و ب} (ل + ب)}{ل^4} \times \frac{۲}{۳} \times \left[ \frac{\text{و ب} (ل + ب)}{۳} \right]_{لا} \frac{۱}{آے}$$

$$\frac{\text{و ب}}{ل^4} \left\{ \frac{\text{و ب} (ل + ب)}{۳} \right\} =$$

استعمال کی غرض سے اس کو کسی قدر سادہ شکل میں یوں رکھ سکتے ہیں:

$$\text{رکھو } ل = ع۱، تب ب = (ع۱ - ۱) ل$$

$$\text{اور صہ} = \frac{\text{و} (ع۱ - ۱)}{آے ۳} \left\{ \frac{ل (ع۱ - ۲)}{۳} \right\} \frac{۳}{۴}$$

$$= \frac{\text{و} ل}{آے ۳} (ع۱ - ۱) \left\{ \frac{ع۲ - ع۱}{۳} \right\} \frac{۳}{۴}$$

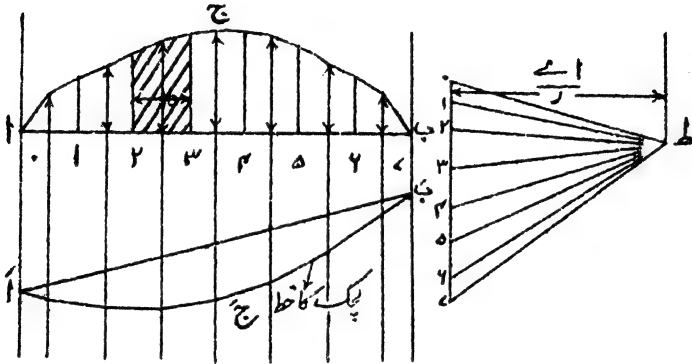
تعمیروں کے انفرادوں کے متعلق مور کے مسئلے کے مزید استعمالات

کے لیے دیکھو منیہ صفحہ (۱) -

ترسیمی عمل کسی لداؤ کے لیے — فرض کرو کہ کسی دیے ہوئے

بوجھ کے نظام کے لیے خاؤ کے میار کا منحنی ا ج ب ہے۔ قاعدے کو چند مساوی حصوں میں تقسیم کرو۔ اور فرض کرو کہ ہر ایک حصے کا طول ع ہے۔

حصوں کی تعداد اتنی ہو کہ خاؤ کے معیار کے نقشے کا ہر ایک حصہ تقریباً ایک مستطیل ہو۔ اب ہر ایک حصے کے وسطی معینوں کو نسبت  $\frac{1}{n}$  میں گھٹا کر ایک سمتی خط پر قائم کر دو۔ یہ معین اس لیے گھٹائے گئے ہیں کہ سمتی نقشہ ایک معقول جسامت کا رہے بہت بڑا نہ ہو جائے۔



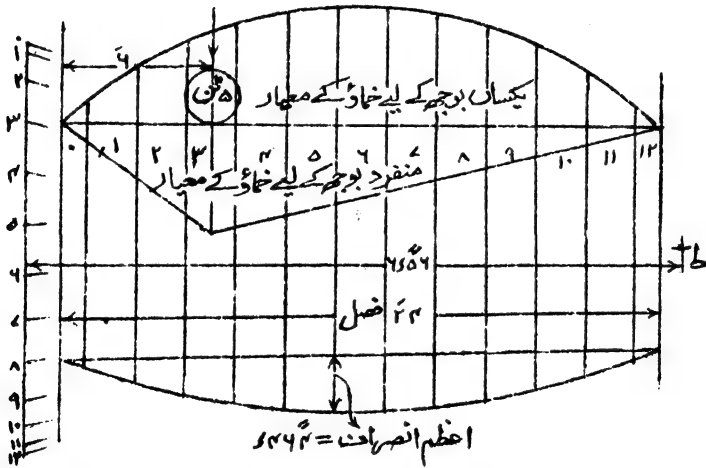
شکل ۸۹۔ انصافوں کے لیے ترسیلی عمل

اب فرض کرو کہ فضل کا پیمانہ  $A =$  لا فٹ ہے، اور خاؤ کے معیار کا پیمانہ  $A =$  ما فٹ ٹن ہے۔ تب اگر خاؤ کے معیار کے نقشے کے کسی حصے مثلاً ۲، ۳، ۴ پر غور کریں تو اس حصے کا رقبہ  $E \times$  وسطی معین ہوگا۔ اس طرح چونکہ کسی دیے ہوئے پیمانہ پر ہر حصے کا رقبہ اس کے وسطی معین کے تناسب ہوگا اس لیے وسطی معین کا ایک انچ  $E \times$  لا  $\times$  ما مربع فٹ  $\times$  ٹن کو تعبیر کریگا۔ اور چونکہ سمتی خط کا ہر ایک حصہ معینوں کا  $\frac{1}{n}$  ہے اس لیے سمتی خط کا حصہ ۲، ۳ خاؤ کے معیار کے نقشے کے متناظر حصے کو پیمانہ  $A = E \times$  لا  $\times$  ما مربع فٹ  $\times$  ٹن کو تعبیر کریگا۔ اب اس پیمانے پر آئے کا طول محسوب کرو۔ یہ طول بہت بڑا ہوگا اور عملی استعمال کے لیے ناموزوں ہوگا اس لیے قطب ط فاصلہ آئے پر لو جہاں ر ایک موزوں عدد صحیح ہے۔ اس قطب ط کو لے کر سیانی کثیر الاضلاع آج ب کھینچو۔ تب یہ اس دیے ہوئے لداؤ کے لیے بہترین کا لچک کا خط ہوگا، یا زیادہ صحیح

یہ کہنا ہوگا کہ آج ب کو ایک افقی قاعدے پر تھیل کیا جائے تو بچک کا خطا حاصل ہوگا۔  
انصرافوں کا پیمانہ یوں حاصل ہوگا۔

اگر قطبی فاصلہ آسے کے مساوی لیا جاتا تو انصراف فضل کے پیمانے  
ا = لافٹ پر ہوتے لیکن چونکہ قطبی فاصلہ آسے ہے اس لیے انصرافوں کا  
پیمانہ ا = لافٹ ہوگا۔ ذیل کی عددی مثال سے پیمانے کے سوال کی مشکل  
دور ہو جائیگی:-

عددی مثال۔ ایک  $14 \times 6 \times 12$  پونڈ کی بیلے فولاد کی کڑی پر  
جس کا فضل  $22$  فٹ ہے (اس کے ذاتی وزن سمیت)  $8$  ٹن کا ایک پھیلا ہوا  
بوجھ ہے اور  $8$  ٹن کا ایک منفرد بوجھ بائیں سہارے سے  $6$  فٹ سے  
فاصلہ پر ہے۔ اعظم انصراف معلوم کرو۔ (شکل ۹)۔



شکل ۹۔ انصرافوں پر مثال

اس صورت میں سے =  $12500$  ٹن فی مربع انچ

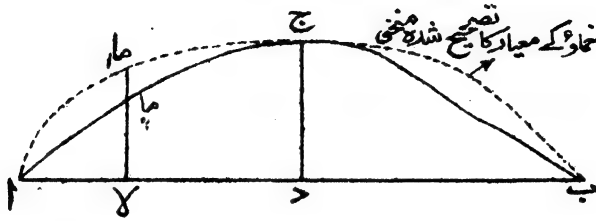
آ =  $6256$  انچ اکائیوں

آسے =  $\frac{6256 \times 12500}{133} = 59980$  مربع فٹ ٹن





اور ما کے جیسے جو نقطے حاصل ہونگے اُن کو ملاؤ۔ اس طرح خماؤ کے معیار کا مصحح منحنی



شکل ۹۱

حاصل ہوگا جس سے انصاف اوپر دیے ہوئے عمل کے ذریعے حاصل ہو سکیں گے۔ اس عمل میں آ سے حاصل کرنے میں آ کی قیمت آوی جاتی ہے۔

یکساں مضبوطی اور مستقل گہرائی کے گرڈروں کے انصاف۔

اگر کسی شہتیر کی تراش اس طرح بدلے کہ اعظم زور سارے فصل میں یکساں ہوں تو صریحاً تراش کا مقیاس خماؤ کے معیار کے متناسب ہوگا اور اس طرح نسبت  $\frac{م}{مق}$  مستقل ہوگی۔ اگر گرڈ کی گہرائی بھی مستقل ہو تو نسبت  $\frac{م}{مق}$  بھی مستقل ہوگی۔

اس صورت میں خماؤ کے معیار کا مصحح منحنی ایک مستطیل ہوگا اور انصاف

مور (Mohr) کے مسئلے سے اس طرح معلوم ہو سکتے ہیں:

$$\frac{ج \times ما}{آ} = \text{گرشتہ صورتوں کی طرح صدہ}$$

$$\text{موجودہ صورت میں ج} = \frac{م \times ل}{پ} \text{ اور } ما = \frac{ل}{پ} \text{ کیونکہ منحنی ایک}$$

مستطیل ہے۔

$$\frac{م \times ل}{آ} = \text{صدہ}$$

یکساں لہاؤ کی صورت میں  $\frac{ول}{۸} = م$

$$\frac{ول}{۲۴۲} = ص \quad \therefore$$

مرکزی بوجھ کی صورت میں  $\frac{ول}{۴} = م$

$$\frac{ول}{۲۲} = ص \quad \therefore$$

اس ربط کا ایک اور آسان ثبوت صفحہ ۲۸۴ پر ملے گا۔  
مزید عددی مثالیں اس باب کے آخر میں دی جائیں گی۔

## انصراف ریاضیاتی نقطہ نظر سے

مساوات (۳) سے  $\frac{۱}{م} = \frac{۱}{۲۴۲}$

اب اگر  $م$  بڑا ہو، جیسا کہ اس صورت میں ہوگا تو  $\frac{۱}{م} = \frac{۱}{۲۴۲}$

$$\frac{۱}{۲۴۲} = \frac{۱}{م} \quad \therefore$$

$$\frac{۱}{۲۴۲} = \frac{۱}{م} = \frac{۱}{۲۴۲} \quad \therefore$$

$$۱ = \frac{۱}{۲۴۲} = \frac{۱}{۲۴۲}$$

اب ذیل کی معیاری صورتوں پر غور کرو (دیکھو شکل ۸)۔

(۱) سادہ سہارے ہوئے شہتیر پر مرکزی بوجھ و شہتیر

کے مرکز سے فاصلہ لا پر ایک نقطہ ص پر غور کرو۔

$$\text{تب } م = \frac{و}{۲} \left( \frac{ل}{۲} - لا \right)$$

$$\therefore \int \int م \text{ فرلا فرلا} = \int \int \frac{و}{۲} \left( \frac{ل}{۲} - لا \right) \text{ فرلا فرلا}$$

$$\int \frac{و}{۲} \left( \frac{ل}{۲} - لا \right) \text{ فرلا} = \frac{ول لا}{۴} - \frac{ولا لا}{۴} + ج$$

$$\therefore \int \int \frac{و}{۲} \left( \frac{ل}{۲} - لا \right) \text{ فرلا فرلا} = \int \frac{ول لا}{۴} \text{ فرلا} - \int \frac{ولا لا}{۴} \text{ فرلا} + \int ج \text{ فرلا}$$

$$= \frac{ول لا}{۸} - \frac{ولا لا}{۱۲} + ج$$

لا = ۰ پر ڈھال صفر ہے اس لیے ج = ۰ اور لا = ۰ پر انصراف صفر ہے اس لیے

$$۰ = ج + \frac{ول}{۹۶} - \frac{ولا}{۳۲}$$

$$\text{یعنی } ج = \frac{ولا - ول}{۳۸}$$

اعظم انصراف لا = ۰ پر ہوتا ہے اس لیے

$$ص = \frac{ج}{۱} = \frac{ولا - ول}{۳۸}$$

(۲) سادہ سہارے ہوئے شہتیر پر یکیاں بوجھ — حساب

مرکز سے فاصلہ لا پر ایک نقطہ لینے سے

$$م = \frac{ب ل}{۲} \left( \frac{ل}{۲} - لا \right) - \frac{ب لا}{۲} \left( \frac{ل}{۲} - لا \right)$$

$$= \frac{ب}{۲} \left( \frac{ل}{۲} - لا \right) (لا + \frac{ل}{۲} - ل)$$

$$= \frac{ب}{۲} \left( \frac{ل}{۲} - لا \right)$$

$$\int \text{مر فلا} = \frac{\text{ب ل}^2}{8} - \frac{\text{ب ل}^2}{4} + \text{ج}^2$$

اور حسب سابق ج = ۰

$$\therefore \int \text{مر فلا} = \int \frac{\text{ب ل}^2}{8} - \int \frac{\text{ب ل}^2}{4}$$

$$= \frac{\text{ب ل}^2}{16} - \frac{\text{ب ل}^2}{32} + \text{ج}^2$$

$$= ۰ \text{ جب کہ } \frac{\text{ل}}{۲} = ۰$$

$$\therefore - \text{ج}^2 = \frac{\text{ب ل}^2}{64} - \frac{\text{ب ل}^2}{384}$$

$$\frac{\text{ب ل}^2}{384} = \left\{ \frac{۱-۶}{384} \right\} \text{ب ل}^2 =$$

تب اعظم انضام ل = ۰ پر واقع ہوتا ہے اس لیے

$$\frac{\text{ول}^3}{384} = \frac{\text{ب ل}^2}{384} = \frac{- \text{ج}^2}{384}$$

(۳) برآمدہ یرم پر منفرد بوجھ کسی مقام پر۔ بوجھ سے فاصلہ لا پر نقطہ ص

پر غور کرو۔

$$\text{مر} = - \text{ولا}$$

$$\therefore \text{ڈھال} \times \text{آے} = \int \text{مر فلا}$$

$$= - \frac{\text{ولا}^2}{2} + \text{ج}^2$$

$$\text{لا} = \text{ل پر ڈھال} = ۰$$

$$\therefore \frac{\text{ول}^2}{2} = \text{ج}^2$$

$$\therefore \text{آے} \times \text{بوجھ کے نیچے ڈھال} = \frac{\text{ول}^2}{2}$$

$$\text{انصراف} = \int \int \frac{\text{مرفلا فرلا}}{\text{آے}}$$

$$= \frac{1}{\text{آے}} \times \left( \text{ج} + \frac{\text{ول}}{2} + \frac{\text{ولا}}{4} \right)$$

$$\text{لا} = \text{ل پر انصراف} = 0$$

$$\therefore \text{ج} = \frac{\text{ول}}{4} - \frac{\text{ول}}{2} = -\frac{\text{ول}}{4}$$

$$\therefore \text{لا} = 0 \text{ پر یعنی بوجھ کے نیچے انصراف}$$

$$= \frac{\text{ج}}{\text{آے}} = -\frac{\text{ول}}{4} \times \frac{1}{\text{آے}}$$

آزاد سرے پر انصراف = بوجھ کے نیچے انصراف + بوجھ کے نیچے ڈھال  $\times (\text{ل} - \text{ل})$

$$= \frac{1}{\text{آے}} \left\{ \frac{\text{ول}}{2} - \frac{\text{ول}}{4} (\text{ل} - \text{ل}) \right\}$$

$$= \frac{1}{\text{آے}} \left\{ \frac{\text{ول}}{4} - \frac{\text{ول}}{2} (\text{ل} - \text{ل}) \right\}$$

$$= \frac{\text{ول}}{\text{آے}} (\text{ل} - \frac{\text{ول}}{2})$$

منفی علامت سے صرف یہ ظاہر ہوتا ہے کہ انصراف نیچے کی جانب ہے۔ اس کو نظر انداز کرنے سے

$$\text{اعظم انصراف} = \text{صہ} = \frac{\text{ول}}{\text{آے}} (\text{ل} - \frac{\text{ول}}{2})$$

(۴) برآمدہ بیرم کے آزاد سرے پر منفرد بوجھ — یہ اوپر کی صورت

میں  $\text{ل} = \text{ل}$  رکھنے سے حاصل ہوگا۔ یعنی

$$\frac{\text{ول}}{\text{آء}} = \text{صہ}$$

(۵) برآئندہ پیرم پر یکیاں بوجھ ثابت سرے سے کسی نقطے طول تک۔

$$\frac{\text{ب ل}^2}{۲} = \text{م} \quad \text{اس صورت میں}$$

$$\therefore \text{ڈھال} \times \text{آء} = \text{ل م فرلا}$$

$$= \frac{\text{ب ل}^2}{۴} + \text{ج}$$

$$\text{لا} = \text{ل پر ڈھال} = .$$

$$\therefore \text{ج} = \frac{\text{ب ل}^2}{۴}$$

$$\therefore \text{آء} \times \text{بوجھ کے نیچے ڈھال} = \frac{\text{ب ل}^2}{۴}$$

$$\text{آء} \times \text{انصراف} = \text{ل م فرلا}$$

$$= \frac{\text{ب ل}^2}{۲۴} + \frac{\text{ب ل}^2 \text{ لا ج}}{۴}$$

$$\text{لا} = \text{ل پر انصراف} = .$$

$$\therefore \text{ج} = \frac{\text{ب ل}^2}{۲۴} - \frac{\text{ب ل}^2}{۴} = \frac{\text{ب ل}^2}{۸}$$

$$\therefore \text{آء} \times \text{بوجھ کے نیچے انصراف} = (\text{جہاں لا} = .)$$

$$= \frac{\text{ب ل}^2}{۸} = \text{ج}$$

$$\therefore \text{آء} \times \text{آزاد سرے پر انصراف} = \frac{\text{ب ل}^2}{۸} + \text{آء} \times \text{بوجھ کے نیچے ڈھال}$$

$$\times (\text{ل} - \text{ل})$$

$$= \frac{\text{ب ل}^2}{۸} + (\text{ل} - \text{ل}) \left( \frac{\text{ب ل}^2}{۴} \right)$$

$$\left\{ \frac{ل}{۳} - \frac{ل}{۳} + \frac{ل}{۳} \right\} \frac{ب ل}{۲} =$$

$$\left\{ \frac{ل}{۱۲} - \frac{ل}{۳} \right\} \frac{ب ل}{۲} =$$

$$\left( \frac{ل}{۳} - ل \right) \frac{ب ل}{۲} =$$

$$\left( \frac{ل}{۳} - ل \right) \frac{و ل}{۲} =$$

منفی علامت کو نظر انداز کرنے سے

$$\left( \frac{ل}{۳} - ل \right) \frac{و ل}{۲} = ص$$

(۶) برآمدہ بیرم کے سارے طول پر یکیاں بوجھ —

یہ گزشتہ صورت میں ل = ل رکھنے سے حاصل ہوگا۔

$$\left( \frac{ل}{۳} - ل \right) \frac{و ل}{۲} = ص \therefore$$

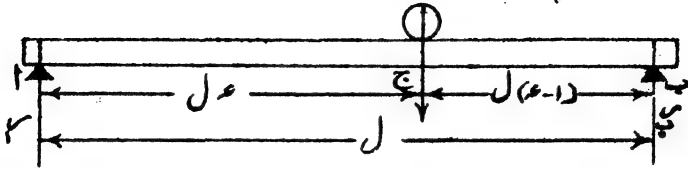
$$\frac{و ل}{۲} =$$

(۷) سادہ سہارے ہوئے شہتیر پر منفرد بوجھ کسی نقطے پر۔

فرض کرو کہ فصل ل کے ایک شہتیر اب کے ایک نقطہ ج پر جس کا فاصلہ ا سے ل ہے بوجھ د رکھا گیا ہے (شکل ۷۹)۔ ب سے اس کا فاصلہ (ا-ل) ہوگا۔

$$تب \quad ب = \frac{و ل}{ل} = و$$

$$\frac{و(۱-ع)ل}{ل} = و(۱-ع)$$



شکل ۹۲

۱ اور ج کے درمیان ۱ سے فاصلہ لا پر ایک نقطہ پر غور کرو۔

$$م = و(۱-ع)لا$$

۱) آئے فرمایا  $\frac{و(۱-ع)لا}{لا} = و(۱-ع)$  .....

۲) آئے فرمایا  $\frac{و(۱-ع)لا}{۲} + ج = و(۱-ع)لا$  .....

۳) آئے م =  $\frac{و(۱-ع)لا}{۲} + ج + ج = و(۱-ع)لا$  .....

اب ج اور ب کے درمیان ۱ سے فاصلہ لا پر ایک نقطہ پر غور کرو۔

$$م = و(۱-ع)لا - و(لا-ع)ل$$

$$= و(۱-ع)لا - و(لا-ع)ل$$

$$= و(۱-ع)لا$$

۴) آئے فرمایا  $\frac{و(۱-ع)لا}{لا} = و(۱-ع)$  .....

۵) آئے فرمایا  $\frac{و(۱-ع)لا}{۲} + ج = و(۱-ع)لا$  .....



$$\text{آءے م} = \frac{\text{وعل لآ}}{۲} - \frac{\text{وعل لآ}}{۶} + \text{ج ل} + \text{ج م} \dots\dots\dots (۶)$$

مساوات (۳) میں چونکہ لا = ۰ پر م = ۰ اس لیے

مساوات (۶) میں چونکہ لا = ل پر م = ۰ اس لیے

$$\frac{\text{وعل لآ}}{۲} - \frac{\text{وعل لآ}}{۶} + \text{ج ل} + \text{ج م} = ۰$$

$$\therefore \text{ج م} = - \frac{\text{وعل لآ}}{۳} - \text{ج ل} \dots\dots\dots (۷)$$

یہ دو مساواتیں لچک کے خط کے ان حصوں کو تعبیر کرتی ہیں جن میں سے ایک بوجھ کے اس طرف ہے اور ایک اُس طرف -  
ان کے ڈھال اور معین ان کے مشترک نقطے

$$\text{لا} = \text{ل} = \text{م}$$

پر دونوں حصوں میں مساوی ہونگے اس لیے لا اور ل کی اس قیمت کو مساواتوں (۲) اور (۵) میں رکھ کر دونوں کو مساوی رکھنے سے:

$$\text{د (۱-م) عل لآ} + \text{ج م} = \text{وعل لآ} - \frac{\text{وعل لآ}}{۶} + \text{ج م}$$

$$\text{یعنی ج م} = \frac{\text{وعل لآ}}{۶} + \text{ج م} \dots\dots\dots (۸)$$

اسی طرح مساواتوں (۳) اور (۶) سے حاصل ہوگا:

$$\text{د (۱-م) عل لآ} + \text{ج م} = \frac{\text{وعل لآ}}{۲} - \frac{\text{وعل لآ}}{۶} + \text{ج م} + \text{ج م}$$

$$\therefore \text{ج م} = \frac{\text{وعل لآ}}{۳} + \text{ج م} - \frac{\text{وعل لآ}}{۳} - \text{ج ل}$$

$$\text{ج م} = \frac{\text{وعل لآ}}{۳} - \frac{\text{وعل لآ}}{۳} + \text{ج م} (۱-م)$$

$$= \frac{\text{وعل لآ}}{۳} - \frac{\text{وعل لآ}}{۳} + (\text{ج م} - \frac{\text{وعل لآ}}{۲}) (۱-م)$$

$$\therefore \text{ج} = \frac{\text{د}^2 \text{ل}}{۳} - \frac{\text{د}^2 \text{ل}}{۳} + \frac{\text{د}^2 \text{ل}}{۲}$$

$$= - \text{د}^2 \text{ل} \left( \frac{۱}{۳} - \frac{۲}{۴} + \frac{۱}{۲} \right)$$

$$= \frac{- \text{د}^2 \text{ل}}{۶} (۲ - ۳ + ۲)$$

$$= \frac{- \text{د}^2 \text{ل}}{۶} (۱ - ۲) \dots \dots \dots (۹)$$

∴ مساوات (۳) یہ ہو جاتی ہے :-

$$\text{آ} = \frac{\text{و} (۱ - ۲) \text{لا}^2}{۶} - \frac{\text{د}^2 \text{ل}^2 \text{لا}}{۶} (۱ - ۲) \dots \dots \dots (۱۰)$$

فرض کرو کہ  $\frac{۱}{۶} < \frac{۱}{۳}$  تب اعظم انصاف ۱ اور ج کے درمیان واقع ہوگا۔ م اعظم ہوگا جب کہ  $\frac{۱}{۶} = \frac{۱}{۳}$ ۔

$$\text{یعنی جب کہ} \frac{\text{و} (۱ - ۲) \text{لا}^2}{۶} - \frac{\text{د}^2 \text{ل}^2 \text{لا}}{۶} (۱ - ۲) = ۰$$

$$\text{یا} \quad \frac{\text{ل}^2 \text{لا}}{۳} = \frac{\text{د}^2 \text{ل}^2 \text{لا}}{۳}$$

$$\text{یا} \quad \text{لا} = \frac{\text{د} (۲ - ۱)}{۳} \dots \dots \dots (۱۱)$$

اس قیمت کو مساوات (۱۰) میں درج کرنے سے

$$\text{آ} = \frac{\text{و}^3 (۱ - ۲)}{۶} \left\{ \frac{\text{د} (۲ - ۱)}{۳} \right\} - \frac{\text{د}^2 \text{ل}^2 \text{لا}}{۶} \times \left\{ \frac{\text{د} (۲ - ۱)}{۳} \right\} \times \frac{۱}{۶}$$

$$= \frac{\text{و}^3 (۱ - ۲)}{۶} \left\{ \frac{\text{د} (۲ - ۱)}{۳} \right\} \left( \frac{۳}{۶} - \frac{۱}{۶} \right)$$

$$\frac{2}{3} (1-e) \left\{ \frac{e(2-e)}{3} \right\}^{\frac{2}{3}} =$$

$$\text{یا } \frac{2}{3} (1-e) \left\{ \frac{e(2-e)}{3} \right\}^{\frac{2}{3}} = \dots \dots \dots (12)$$

بوجھ کے نیچے انصراف مساوات (۱۰) میں  $e=1$  رکھنے سے حاصل ہوگا۔  
اس طرح :-

$$1 = \frac{2}{3} (1-e) \left\{ \frac{e(2-e)}{3} \right\}^{\frac{2}{3}} - \frac{2}{3} (1-e) \left\{ \frac{e(2-e)}{3} \right\}^{\frac{2}{3}}$$

$$= \frac{2}{3} (1-e) \left\{ \frac{e(2-e)}{3} \right\}^{\frac{2}{3}} - [e - (2-e)]$$

$$\therefore 1 = \frac{2}{3} (1-e) \left\{ \frac{e(2-e)}{3} \right\}^{\frac{2}{3}} \dots \dots \dots (13)$$

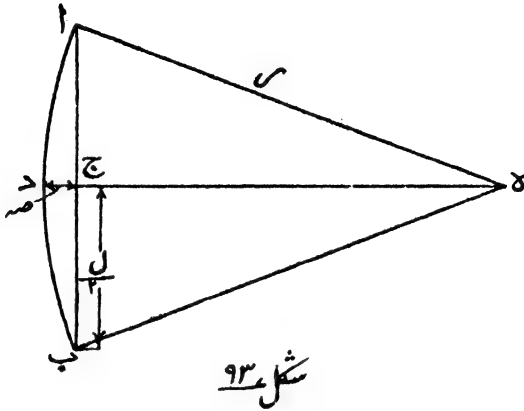
یکساں مضبوطی اور متوازی کوروں کے گڑڑ کا انصراف -

اگر گڑڑ کے طول میں تراش اس طرح بدلے کہ زور مستقل ہو تو  $\frac{m}{m}$  مستقل ہوگا اور اگر گہرائی بھی مستقل ہو تو  $\frac{m}{m}$  بھی مستقل ہوگا۔ اب اگر  $e$  کو بھی مستقل مان لیا جائے تو

$$\frac{1}{r} = \frac{m}{m} = \text{مستقل}$$

یعنی جہاں کہیں  $\frac{m}{m}$  مستقل ہو، شہتیر خم ہو کر دائرے کی ایک قوس بن جاتا ہے۔

فرض کرو کہ شکل ۳۱۰ ایک شہتیر کو تعبیر کرتی ہے جو خم ہو کر ایک دائرے کی قوس بن گیا ہے۔ (نوٹ - شکل کی آسانی کے لیے شہتیر کو افقی کی بجائے انتصابی وضع میں دکھایا گیا ہے۔)



اب اگر دائرے کا مرکز ۴ ہو اور شہتیر کا انصراف ج د ہو تو دائرے کے  
خواص سے

ج د (ج ۴ + ۴ د) = ج ۱  
اس میں چونکہ ج د بہت چھوٹا ہے اس لیے یوں لکھا جاسکتا ہے :-

$$\frac{ل}{۴} = \left( \frac{ل}{۲} \right) = صہ \times ۲$$

$$\frac{ل}{۴} = صہ \quad \therefore$$

$$\frac{م}{۴} = \frac{۱}{۴} \quad \text{لیکن}$$

$$\frac{م}{۴} = صہ \quad \therefore$$

شہتیروں اور لداؤں کے مختلف اقسام کے انصافوں کا ایک تختہ

صفحہ ۳۷۲ پر دیا گیا ہے۔  
خامو کی بازگشتگی — کسی شہتیر میں خامو کے ذریعے ایک خاص نور

پیدا کرنے میں جو کام صرف ہو وہ حسب ذیل طریقے پر معلوم کیا جاسکتا ہے :-  
 کسی جفت کا کام ایک زاویہ طے کرنے میں مساوی ہے جفت کا  
 معیار ضرب طے کردہ زاویہ۔ اس لیے اگر ایک شہتیر کا ایک چھوٹا حصہ جس پر خاؤ کا معیار  
 مہ عمل کر رہا ہو ڈھال فرعہ میں خم ہو جائے تو خاؤ کا کام  $\frac{\text{مہ فرعہ}}{۲}$  ہوگا کیونکہ  
 مہ بتدریج صفر سے قیمت مہ کو پہنچتا ہے۔

$$\therefore \text{پورے شہتیر کے خاؤ کا کام} = \text{ک} = \int \frac{\text{مہ فرعہ}}{۲}$$

$$\text{لیکن } \frac{\text{فرلا}}{\text{فرلا}} = \frac{۱}{۲} \text{ یعنی } \frac{۱}{۲} = \text{ڈھال کی تبدیلی کی شرح}$$

$$\therefore \text{ک} = \int \frac{\text{مہ}}{۲} \text{ فرلا}$$

$$\text{لیکن } \frac{\text{مہ}}{۲} = \frac{۱}{۲}$$

$$\therefore \text{ک} = \int \frac{\text{مہ}}{۲} \text{ فرلا}$$

اگر خاؤ کا معیار مستقل ہو اور تراش مستطیلی ہو تو

$$\text{ک} = \int \frac{\text{مہ}}{۲} \text{ فرلا} = \frac{\text{مہ ل}}{۲}$$

$$\text{لیکن } \frac{\text{مہ}}{۲} = \frac{\text{ز}}{۲}$$

$$\therefore \text{ک} = \frac{\text{ز}}{۲}$$

$$\text{اب آ} = \frac{\text{ض ک}}{۱۲} ، \text{ق} = \frac{\text{گ}}{۲}$$

$$\therefore \text{ک} = \frac{\text{ز}^2}{\text{ع}^2} \times \frac{\text{ض} \times \text{گ}^3 \times \text{ل}}{\text{گ}^2 \times ۱۲ \times ۲}$$

$$= \frac{\text{ز}^2}{\text{ع}^2} \times \text{ح}$$

جہاں ح شہتیر کا حجم ہے۔

$$\therefore \text{بازگشتگی} = \frac{\text{ک}}{\text{ح}} = \frac{\text{ز}^2}{\text{ع}^2}$$

اگر بوجھ منفرد ہو اور تراش مستطیلی ہو تو نصف شہتیر پر غور کرو۔

فرض کرو کہ لائیل پایہ سے فاصلہ ہے۔

$$\text{تب م} = \frac{\text{و}^2}{۲}$$

$$\therefore \frac{\text{ک}}{۲} = \frac{\text{ل}}{\text{ل}} \times \frac{\text{م}^2 \text{ز}^2}{\text{آ}^2 \text{ع}^2}$$

$$= \frac{\text{ل}}{\text{ل}} \times \frac{\text{و}^2 \text{آ}^2 \text{ز}^2}{\text{آ}^2 \text{ع}^2}$$

$$= \frac{\text{و}^2 \text{آ}^2 \text{ز}^2}{\text{آ}^2 \text{ع}^2}$$

$$\text{ک} = \frac{\text{و}^2 \text{آ}^2 \text{ز}^2}{\text{آ}^2 \text{ع}^2} = \frac{\text{و}^2}{۲} \times \frac{۱}{۲}$$

$$\text{مرکز پر م} = \frac{\text{و}^2}{۲} = \frac{\text{ز}^2 \text{آ}^2}{\text{ق}}$$

$$\therefore \text{ک} = \frac{\text{ز}^2 \text{آ}^2 \text{ل}}{\text{ق}^2 \text{ع}^2}$$

$$\frac{آل}{ق} \times \frac{ز}{۶} =$$

$$\text{حسب سابق } آ = \frac{۲ \text{ گ}}{۱۲} ، ق = \frac{۲}{۲} = \frac{۱}{۱}$$

$$\therefore ک = \frac{ز}{۶} \times \frac{۲ \text{ گ}}{۱۲}$$

$$ح \times \frac{ز}{۱۸} =$$

$$\therefore \text{بازگشتگی} = \frac{ک}{ح} = \frac{ز}{۱۸}$$

مور (Mohr) کے مسئلہ کی مزید مثالیں — آب ہم

انصراف کی دریافت میں مور کے مسئلے کے استعمال کی چند مزید صورتیں پیش کریں گے۔ پہلی صورت میں معمولی طریقے سے ذرا انحراف کیا گیا ہے یعنی خیالی رد عمل استعمال کیے گئے ہیں۔ یہ طریقہ اس مسئلے کے تمام استحالوں میں اختیار کیا جاسکتا ہے۔

(۱) اسے شہتیر کا اعظم انصراف معلوم کرنا جس پر ایک

سراے سے مرکز تک یکساں بوجھ ہو۔

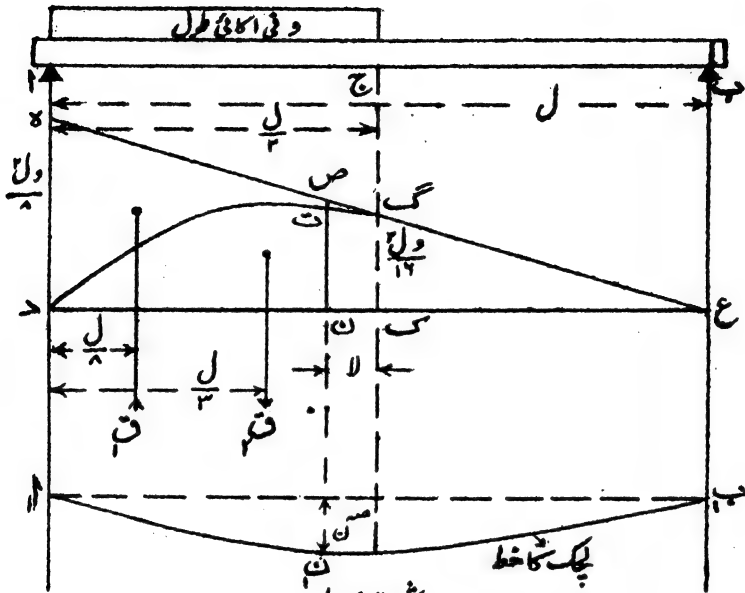
اس لداؤ کے لیے خاؤ کے معیار کا نقشہ منحنی دت گ ع

(شکل ۱۹) ہوگا جس میں حصہ دت گ ایک مکانی ہے جس کو خط ع گ ایک ماس ہے۔

ہم کو پہلے یہ معلوم کرنا ہے کہ یہ اعظم انصراف کہاں واقع ہوگا۔

یہ اس قاعدے کے ذریعے سے معلوم ہوگا کہ کسی شہتیر میں اعظم خاؤ کا معیار اس مقام پر واقع ہوگا جہاں جز صفر ہو۔ اس لیے ہم نقشہ دت گ ع کو بوجھ کا نقشہ سمجھیں گے۔

اگر ع گ کو لا تک خارج کیا جائے تو معنی د ت گ ایک مکانی ہوگا



شکل ۱۹۳  
مختبروں کے الفزات

جو اس خط کو گ پر مس کریگا اور موجودہ مسئلے میں اس میں آسانی ہوگی کہ خاؤ کے معیار کے نقشے کو مثلث د ع اور مکانی ٹکڑے د گ کے فرق کی شکل میں لیا جائے۔

پہلا کام یہ ہے کہ ع پر کا خیالی ردِ عمل معلوم کیا جائے۔ اس کے لیے مثلث کے رقبے کو ایک قوت ق سمجھو جو اس کے مرکز جاذبہ میں سے عمل کرتی ہے جو د سے فاصلہ  $\frac{ل}{۱۶}$  پر ہے۔  
تب ق = مثلث د ع کا رقبہ

$$\frac{ل}{۱۶} = د \times ع = \frac{ل}{۱۶}$$

مکانی ٹکڑے کے رقبے کو ایک اُپر وار قوت ق سمجھو جو اُس کے



مرکز جاذبہ میں سے عمل کرتی ہے، جو د سے فاصلہ  $\frac{ل}{۲}$  پر ہوگا۔

تب  $ق =$  رقبہ دف گ  $= ۸ = \frac{۱}{۳} \times ۸ \times د ک$

$$\frac{ول}{۳۸} = \frac{ل}{۲} \times \frac{ول}{۸ \times ۳} =$$

ع پر کے خیالی رو عمل سہ کے لیے د کے گرد معیار لینے سے

$$ل \times سہ = \frac{ل}{۸} \times ق - \frac{ل}{۳} \times ق$$

$$\therefore سہ = \frac{ق}{۸} - \frac{ق}{۳}$$

$$(۱) \dots\dots\dots \frac{ول}{۳۸۴} = \frac{ول}{۳۸ \times ۸} - \frac{ول}{۳۸} =$$

فرض کرو کہ اعظم انصراف مرکز سے فاصلہ لا پر نقطہ ن پر واقع ہوتا ہے۔

تب اس نقطے پر خیالی جزی قوت =۔

ن پر جزی = سہ - رقبہ ن ص ع + رقبہ ص ت گ

$$= \frac{ول}{۳۸۴} - \frac{ول}{۸} \left( ۱ + \frac{ل}{۲} \right) + \frac{ول}{۲} \left( ۱ + \frac{ل}{۲} \right) + \frac{ول}{۳} \times \frac{ولا}{۲} =$$

$$= \frac{ول}{۳۸۴} - \frac{ول}{۱۶} \left( \frac{ل}{۲} + ل + لا \right) + \frac{ولا}{۴} =$$

$$= \frac{ولا}{۳۸۴} - \frac{ولا}{۶۴} - \frac{ولا}{۱۶} - \frac{ولا}{۱۶} + \frac{ولا}{۴} =$$

$$= \frac{ولا}{۳۸۴} + \frac{ولا}{۴} - \frac{ولا}{۱۶} - \frac{ولا}{۱۶} =$$

یہ اگر صفر ہو تو  $\frac{ولا}{۳۸۴}$  سے تقسیم کر کے رقبوں کو ترتیب دینے سے



$$\therefore \text{صبح} = \frac{\text{م}}{\text{آے}} = \frac{۵۰۰۴۳۷ \text{ دل}}{\text{آے}} \dots\dots\dots (۳)$$

مقابلے کی دلچسپی کے لیے اس صورت پر غور کرو کہ یہی بوجھ پورے فصل پر

منقسم ہوتا تو

$$\text{صبح} = \frac{۵}{۳۸۷} \cdot \frac{\text{دل}}{\text{آے}} \quad (\text{مشہور ضابطے سے})$$

$$\text{اس میں د} = \frac{\text{دل}}{۲}$$

$$\therefore \text{صبح} = \frac{۵}{۷۷۴} \cdot \frac{\text{دل}}{\text{آے}} = \frac{۵۰۰۴۵۱ \text{ دل}}{\text{آے}} \dots\dots\dots (۴)$$

اس سے معلوم ہوتا ہے کہ اگر انصراف کے اغراض کے لیے

موجودہ صورت کو وہ صورت خیال کیا جائے کہ یہی بوجھ پورے فصل پر منقسم ہو تو بہت ہی خفیف غلطی واقع ہوگی جو اس امر کے بد نظر قابل نظر انداز ہوگی کہ عملی حالات نظری حالات سے کس قدر مختلف ہوتے ہیں۔ لیکن یہ یاد رہے کہ اعظم انصراف مرکز پر نہیں بلکہ خالی سرے سے ۵۷ دل کے فاصلے پر واقع ہوگا۔ (۱۲) ایسے یکساں لدا سے ہوئے شہتیر کا اعظم انصراف

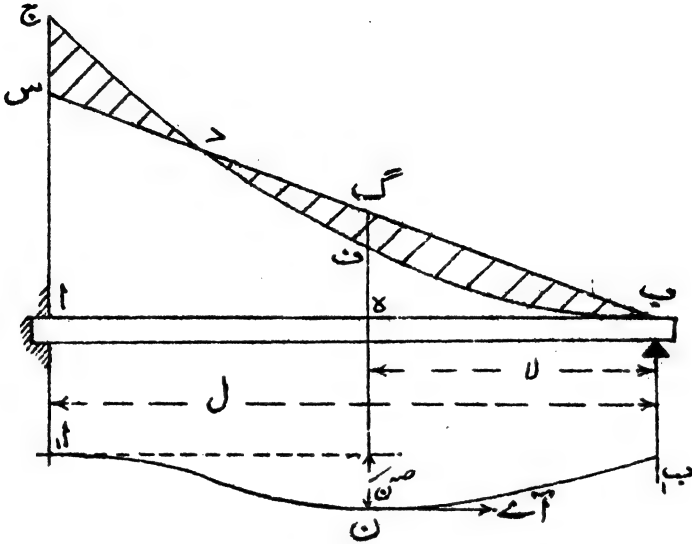
معلوم کرنا جو ایک سرے پر ثابت اور دوسرے پر سمھارا ہوا ہو۔

اس صورت کے لیے خاؤ کے معیار کا نقشہ شکل ۹۳ ب کے مطابق

ہوگا۔ مخنی ج د ج ایک مکانی ہے جس کا ارتفاع  $\frac{\text{دل}}{۲}$  ہے جہاں د بوجھ فی اکائی طول شہتیر ہے اور یہ مخنی برآمدہ بریم پر پخوار یکیاں بوجھ سے پیدا ہونے والے خاؤ کے معیار کا نقشہ ہے اور ب س ایک خط مستقیم ہے جس میں  $\text{اس} = \frac{\text{دل}}{۲}$ ، اور یہ ب پر کے رتو عمل  $\frac{\text{دل}}{۲}$  سے پیدا ہونے والے خاؤ کے

معیار کا نقشہ ہے۔

ہمارا پہلا کام یہ ہے کہ وہ نقطہ معلوم کریں جس پر انصراف اعظم ہوتا ہے۔



شکل ۹۳۔ ج۔ شہتیزوں کے انصراف

جیالی طناب کے محل ان پر غور کرو۔ اس پر عمل کرنے والی قوتیں یہ ہیں:۔ ن پر ایک افقی تناؤ آئے اور ا پر ایک مساوی افقی تناؤ کیونکہ شہتیر ثابت ہے۔ ا پر افقی ہے اور ایک انتصابی قوت رقبہ ج س د کے مساوی اور د کیونکہ یہ رقبہ منفی ہے اور ایک انتصابی قوت رقبہ د ف گ کے مساوی نیچے کیونکہ یہ رقبہ مثبت ہے۔

اگر یہ قوتیں متعادل میں ہیں تو چونکہ افقی قوتیں مساوی اور مخالف ہیں اس لیے انتصابی قوتیں بھی مساوی اور مخالف ہوں گی۔ اس طرح ذیل کا قاعدہ حاصل ہوتا ہے:۔ اعظم انصراف اُس نقطے پر واقع ہوگا جہاں رقبہ د ف گ رقبہ د س ج کے مساوی ہو۔

یہ کہنا بالکل اس کے مترادف ہوگا کہ رقبہ ا گ س رقبہ ا ف ج کے مساوی ہو۔

اب اگر  $ا ب = لا$  اور  $ا ب = ل$  تو

$$\frac{ا گ}{ل} = \frac{لا}{ا س}$$

یعنی  $\frac{ا گ}{ل} = \frac{لا \times ا س}{ل}$

رقبہ  $ا گ س = \frac{ا ل}{۲} (ا س + گ ل)$

$$= \frac{ل - ل}{۲} \times ا س + \frac{لا}{ل} (ا س + ل)$$

$$= \frac{(ل - لا)}{۲} \times \frac{(لا + ل)}{ل} \times \frac{۳ ول}{۸}$$

$$= \frac{۳ ول}{۱۶} (ل - لا) \dots \dots \dots (۱)$$

نیز رقبہ  $ا ل ف ج =$  رقبہ  $ا ب د ج -$  رقبہ  $ا ف ب$

$$= \frac{۱}{۳} ا ج \times ا ب - \frac{۱}{۳} ف ب \times ا ب$$

$$= \frac{۱}{۳} \frac{۳ ول}{۲} - \frac{۱}{۳} \frac{لا}{۲} \dots \dots \dots (۲)$$

اگر  $(۲) = (۱)$  تو

$$\frac{۳ ول}{۱۶} (ل - لا) = \frac{۲}{۴} (ل - لا)$$

اجزائے ضربی لینے سے

$$یا \frac{۳ ول}{۱۶} (ل + لا) (ل - لا) = \frac{۲}{۴} (ل - لا) (ل + لا + ل + لا)$$

$\frac{۲}{۴} (ل - لا)$  سے تقسیم کرنے سے اور ضرب چلیپائی سے

$$۳ ول + ول = لا + لا + ل + لا$$

$$یا لا - ل - ل - لا = ۰ \dots \dots \dots (۳)$$

اس مساوات درجہ دوم کا عام حل یہ ہوگا:-

$$\frac{L \pm \sqrt{L^2 + 32}}{14} = 0$$

$$\frac{L(\pm 1 + \sqrt{33})}{14} =$$

منفی قیمت ناقابل قبول ہے۔

$$\therefore L = \frac{L(\pm 1 + \sqrt{33})}{14} \approx 2.22 \text{ تقریباً}$$

یعنی اعظم انصراف سادہ ۲.۲۲ سے ۲.۲۲ کے فاصلہ پر واقع ہوتا ہے۔

اب ہم اعظم انصراف صیخی طناب کے حصہ ب کے تعادل پر غور کرنے سے معلوم کریں گے۔ اس پر عمل کرنے والی قوتیں یہ ہیں:- ب پر ایک تناؤ کن پرافتی تناؤ آئے اور خاؤ کے معیار کے نقشے ب ف گ کا رقبہ۔ نقطہ ب کے گرد معیار لینے سے اس پر کا تناؤ شامل نہیں ہوگا اور

آء صیخی = ب کے گرد رقبہ ب ف گ کا معیار حاصل ہوگا۔  
لیکن یہ رقبہ مثلث ب گ اور مکافی ب ف کا فرق ہے۔

$$\Delta \text{ کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times \text{ب گ} \times \text{ب ف} = \frac{1}{2} \times \frac{L}{14} \times \frac{L}{14} \times \frac{L}{14}$$

$$\frac{\Delta \text{ دلال}}{14} = \frac{\Delta \text{ دلال}}{8} \times \frac{L}{14} =$$

۵ کا مرکز ہندسی ب سے افقی فاصلہ  $\frac{L}{14}$  پر ہوگا۔

$$\therefore \Delta \text{ کا معیار ب کے گرد} = \frac{\Delta \text{ دلال}}{8} \times \frac{L}{14} = \frac{\Delta \text{ دلال}}{112}$$

مکانی کا رقبہ =  $\frac{1}{3} \times ۴ \times ۴$

$$\frac{۳}{۴} \text{ ولا} = ۱ \times \frac{۲}{۲} \times \frac{۱}{۳} =$$

اس کا مرکز ہندسی ب سے فاصلہ  $\frac{۳}{۴}$  پر ہوگا

$$\therefore \text{مکانی کا معیار ب کے گرد} = \frac{۳}{۴} \times \frac{۲}{۴} = \frac{۳}{۸}$$

$\therefore$  ب کے گرد رقبہ ب ف گ کا معیار

$$\frac{۳}{۸} - \frac{۱}{۸} =$$

$$\frac{۲}{۸} (۱ - ۱) =$$

$$\therefore \text{آے} \times \text{ص} = \frac{۲}{۸} (۱ - ۱)$$

$$۱ = ۲۲۲ \text{ دل رکھنے سے}$$

$$\frac{۱ \times (۲۲۲ \text{ دل} \times ۳) \times ۵}{۸} = \text{آے} \times \text{ص}$$

$$۱ = ۵۲۳ \text{ دل}$$

$$\frac{۱ = ۵۲۳ \text{ دل}}{\text{آے}} = \text{ص}$$

$\therefore$

$$\text{دل} = \text{مجموعی بوجھ} = \text{ورکھنے سے}$$

$$\frac{۱ = ۵۲۳ \text{ دل}}{\text{آے}} = \text{ص}$$

$$\frac{۱}{۱۸۳ \text{ آے}} =$$

یکساں لدے ہوئے اور دونوں سروں پر سادہ سہارے کے شہتیر کے لیے

۵ ول =  $\frac{5}{384}$  اور یکساں لدے ہوئے اور دونوں سروں پر ثابت شہتیر کے لیے

۳ ول =  $\frac{3}{384}$  اس طرح دیکھو زیر غور صورت میں انصراف ان دونوں قیمتوں کے

درمیان ہے اور ظاہر ہے کہ یہی ہونا چاہیے۔

یہی طریقہ اُس صورت کے لیے استعمال کیا جاسکتا ہے کہ ایک شہتیر پر جو زیر غور شہتیر کی طرح ثابت ہے ایک منفرد مرکزی بوجھ ہو۔ اس صورت میں

اعظم انصراف =  $\frac{3}{384}$  اور سادہ سہارے ہوئے سرے سے  $\frac{1}{54}$  کے

فاصلے پر واقع ہوتا ہے۔

## انصراف وغیرہ کی عددی مثالیں

(۱) ایک گرڈر کا فصل ۱۲۰ فٹ ہے، اور اس کو  $\frac{1}{4}$  ان

فی طولی فٹ کا یکساں بوجھ سہاڑتا ہے۔ ہر کنز پر گرڈر کی گہرائی کیا ہونی چاہیے کہ اعظم انصراف فصل کے  $\frac{1}{100}$  سے زیادہ نہ ہو؟

کوروں میں اعظم زور  $\frac{1}{4}$  ان فی مربع انچ سے زیادہ نہیں ہونا چاہیے اور اس کی قیمت ۱۲۰۰۰ ان فی مربع انچ ہے (بی۔ ایس سی۔ لندن ۱۹۰۷ء)۔

سوال صاف نہیں کیونکہ اگر گہرائی سارے اطول میں یکساں نہیں تو جب تک اس کی تبدیلی کا طور معلوم ہو انصراف محبوب نہیں ہو سکتا۔

ہم گہرائی کو مستقل مان لیتے:

مرکز پر  $\frac{1}{8}$  ول =  $\frac{1}{8} \times \frac{1}{100} \times 120 \times 120$  فٹ ان

= ۲۰۰۰۰ انچ ان



∴ اگر اعظم زور =  $6\frac{1}{4}$  ٹن فی مربع پنج

تو چونکہ  $ز = \frac{م}{مق}$

∴  $مق = \frac{م}{ز} = \frac{۲۷۰۰۰}{6\frac{1}{4}}$  پنج اکائیاں

اب  $ص = \frac{۵۰۷}{۴۳۸۴}$

اور  $ص = \frac{ل}{۱۳۰۰} = \frac{۱}{۱۰}$  فٹ

∴  $۱۷۲۸ \times \frac{۱۲۰ \times ۱۲۰ \times ۱۲۰ \times ۱۵۰ \times ۵}{۴ \times ۱۲۰۰۰ \times ۳۸۴} = \frac{۱۲}{۱۰}$

∴  $آ = ۴۰۵۰۰۰$  پنج اکائیاں

لیکن  $\frac{آ}{مق} = \frac{گ}{۲}$  جہاں  $گ = گہرائی$

∴  $گ = \frac{آ}{مق} = \frac{۲}{۲۷۰۰۰} = \frac{۶۵۵ \times ۲۰۵۰۰ \times ۲}{۲۷۰۰۰}$  پنج

$= \frac{۶۵۵ \times ۳۰}{۱۲}$  فٹ

علمائے محوس پیٹ کے گڑ میں اتنی بڑی گہرائی نہیں اختیار کی جاتی۔

(۲) ایک ڈھلے لوہے کا پانی کا نل جس کا بیرونی قطر ۱۰ انچ اور موٹائی  $\frac{1}{4}$  انچ ہے دو سحاروں پر ٹکا ہوا ہے جن کا باہمی فاصلہ ۴۰ فٹ ہے۔ نل کے خالی اور بھرے ہونے کی صورت میں نل میں اعظم زور اور انصراف معلوم کرو (اے۔ ایم۔ آئی۔ سی۔ ای

خزوری ۱۹۰۶ء)۔

$$\frac{(۴۹-۴۰) \pi}{۶۴} = \frac{(ق^۲-ق^۱) \pi}{۶۴} = \tilde{آ} \quad \text{اس صورت میں}$$

$$۱۶۸۶۸ = \text{پنج اکائیاں}$$

$$\therefore \text{مق} = \frac{\tilde{آ}}{\frac{ق}{۲}} = \frac{۱۶۸۶۸}{۳۳۶۶} = \frac{۱۶۸۶۸}{۵} = \text{پنج اکائیاں}$$

$$\text{نل کا حجم} = \frac{۴۰}{۱۴۴} \times (۸۱-۱۰۰) \cdot \frac{\pi}{۳} = ۴۱۴ \text{ مکعب فٹ}$$

$$\text{پانی کا حجم} = \frac{۴۰}{۱۴۴} \times ۸۱ \cdot \frac{\pi}{۳} = ۱۴۶۴ \text{ مکعب فٹ}$$

$$\therefore \text{نل کا وزن} = \frac{۴۵۰ \times ۴۱۴}{۲۲۴۰} = ۸۳۲ \text{ ٹن}$$

$$\text{پانی کا وزن} = \frac{۶۲۵۵ \times ۱۴۶۴}{۲۲۴۰} = ۴۹۲ \text{ ٹن}$$

$$\therefore ۸۳۲ + ۴۹۲ = ۱۳۲۴ \text{ ٹن (تقریباً)}$$

$$\therefore \text{خالی کی صورت میں اعظم زور} = \frac{۱۲ \times ۴۰ \times ۵۸۳۲}{۳۳۶۶ \times ۸} = \frac{۵}{\text{مق}}$$

$$۱۵۴۸ = \text{ٹن فی مربع پنج}$$

$$\text{بھرے ہونے کی صورت میں اعظم زور} = \frac{۱۵۴۸ \times ۱۵۴۸}{۵۸۳۲} = ۲۵۳۵ \text{ ٹن فی مربع پنج}$$

$$\text{مے} = ۸۰۰۰ \text{ ٹن فی مربع پنج لینے سے}$$

$$\text{خالی کی صورت میں ص} = \frac{۵}{۳۸۸} = \frac{۵}{۳۸۸}$$

$$\frac{۱۲ \times ۱۲ \times ۱۲ \times ۴۰ \times ۴۰ \times ۴۰ \times ۵۸۳۲ \times ۵}{۸۰۰۰ \times ۱۶۸۶۸ \times ۳۸۴} =$$

$$۵۸۹ = \text{پنج}$$

$$\text{بھرے ہوئے کی صورت میں صہ} = \frac{۱۳۲۲ \times ۵۸۹}{۵۸۳۲} = ۱۵۴۱ \text{ انچ}$$

(۳) ایک ڈنڈا جو نرم فولاد کے نل کا بنا ہوا ہے اور جس کا قطر

۶ انچ اور موٹائی  $\frac{1}{4}$  انچ ہے زمین میں مضبوط کر رکھا ہوا ہے، اور

اس کی چوٹی زمین سے ۱۰ فٹ اونچی ہے۔ ۲۰۰۰ پونڈ کی ایک افقی کھینچ

زمین سے ۶ فٹ کے فاصلہ پر لگائی جاتی ہے۔ چوٹی پر انصراف معلوم

کرو۔  
سے = ۱۳۵۰۰ ٹن فی مربع انچ۔ (بی۔ ایس۔ سی۔ لندن ۱۹۰۳ء)۔

$$\text{اس صورت میں } \bar{A} = \frac{\pi (Q^2 - Q^2)}{64} = \frac{\pi (15^2 - 6^2)}{64}$$

$$= ۳۲۵۹ \text{ انچ اکائیاں}$$

یہ مثال بالکل صورت (۲) کی ہے

$$\therefore \text{صہ} = \frac{W}{A} = \frac{L}{\frac{\pi}{4} (D^2 - d^2)}$$

موجودہ صورت میں  $L = ۶$  فٹ،  $L = ۱۰$  فٹ

$$W = ۲۰۰۰ \text{ پونڈ} = \frac{۲۰۰۰}{۲۲۴۰} \text{ ٹن}$$

$$\therefore \text{صہ} = \frac{۱۲ \times ۸ \times ۱۲ \times ۱۲ \times ۶ \times ۶}{۲ \times ۳۲۵۹ \times ۱۳۵۰۰} \times \frac{۲۰۰۰}{۲۲۴۰}$$

$$= ۵ \text{ انچ تقریباً}$$

(۴) ایک فولادی سلاخ ۱۲ انچ چوڑی اور  $\frac{3}{4}$  انچ موٹی ہے۔

اس کو کس اندر دھکی نصف قطر کی حد تک موڑا جاسکتا ہے بغیر اس کے کہ

اعظم زورہ ٹن فی مربع انچ سے زیادہ ہو۔ سے = ۱۳۵۰۰ ٹن فی مربع انچ۔

(ا۔ مے۔ ایم۔ آئی۔ سی۔ ای۔ سٹیل)۔

خامو کا عام ضابطہ یہ ہے۔

$$\frac{ق}{ص} = \frac{م}{۶} = \frac{ز}{ق}$$

$$\frac{ص}{ق} = \frac{ز}{م} \quad \therefore$$

$$\frac{ق}{ز} = ص \quad یا$$

موجودہ صورت میں ق = قدیمی محور سے انتہائی ریشے کا فاصلہ

$$\frac{۳}{۱۶} = \text{انچ}$$

$$\frac{۱۳۰۰۰}{۵} \times \frac{۳}{۱۶} = ص \quad \therefore$$

$$۳۸۸ = \text{انچ}$$

$$۲۰.۶۷ = \text{فٹ}$$

دیکھو اس سوال میں سلاح کی چوڑائی کی ضرورت نہیں۔  
جواب جو حاصل ہوا ہے وہ مرکزی خط کا نصف قطر ہے۔

(۵) ایک ڈھلے لوہے کے ٹھیکر کی تراش مستطیلی ہے۔ موٹائی

۱۱ انچ اور گہرائی ۲ انچ ہے۔ یہ معلوم ہوا ہے کہ اگر ۳۶ انچ کے

فصل کے وسط میں ۱۰ ہندس ڈویٹ کا بوجھ رکھا جائے تو اس سے

۱۱ انچ کا انصراف پیدا ہوتا ہے۔ ۳۰ انچ کا انصراف پیدا

کرنے کے لیے ۱۰ ہندس ڈویٹ کے بوجھ کو اسی فصل کے وسط میں

کتنی بلندی سے گرانا ہوگا۔ (بی۔ ایس۔) لندن ۱۹۰۷ء

۱۱ انچ انصراف پیدا کرنے کے لیے ۱۰ ہندس ڈویٹ کی ضرورت ہوتی ہے۔

∴ ۳۰ پانچ انصراف پیدا کرنے کے لیے  $\frac{۳۰ \times ۱۰}{۱۱}$  ہنڈرڈویٹ کی ضرورت ہوگی۔

مرکز پر لپی ہوئی سلاخ کے انصراف میں کام =  $\frac{۱}{۴}$  و صد

∴ ۳۰ پانچ انصراف میں کام =  $\frac{۱}{۴} \times \frac{۳۰ \times ۱۰}{۱۱} \times ۳۰$  پانچ ہنڈرڈویٹ

= ۳۴۱ فٹ ہنڈرڈویٹ

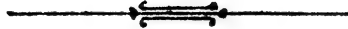
اگر  $\frac{۱}{۴}$  ہنڈرڈویٹ کو بلندی ۵ سے گرا اڑے تو اس کا کیا ہوا کام =  $\frac{۱}{۴} \left( \frac{۳۰}{۱۲} + ۵ \right)$   
 فٹ ہنڈرڈویٹ، کیونکہ بلندی ۵ شہتیر کے اصلی غیر منصرف محل سے ہے۔  
 کام کی یہ دونوں مقداریں مساوی ہونی چاہئیں

$$۳۴۱ = \left( \frac{۳۰}{۱۲} + ۵ \right) \frac{۱}{۴} \quad \therefore$$

$$۵۴۸۲ = \frac{۳۰}{۱۲} \text{ فٹ}$$

$$۸۶۱۸ = ۳۰ \text{ پانچ}$$

$$۷۵۸۸ = \text{پانچ}$$



# نوال باب

## ثابت اور مسلسل شہتیر



اگر کسی شہتیر کے سرے ایک خاص سمت میں اس طرح ثابت کیے گئے ہوں کہ اُن میں وہ میلان نہ پیدا ہو سکے جو آزاد خواؤ سے پیدا ہوتا یا اگر کوئی شہتیر دو سے زیادہ سہاروں پر ٹکھا ہوا ہو تو خواؤ کے معیار اور جز کے نقشے سادہ سہارے ہوئے شہتیروں سے جن سے ہم نے اب تک بحث کی ہے مختلف ہو گئے۔ اول الذکر صورت میں شہتیر کو ثابت یا دہر بستہ یا نصب شدہ کہا جاتا ہے، اور دوسری صورت میں اس کو مسلسل شہتیر کہا جاتا ہے۔ ہم اب اس سے بحث کریں گے کہ ایسے شہتیروں کے لیے جز اور خواؤ کے معیار کے نقشے کس طرح معلوم کیے جاسکتے ہیں اور سادہ سہارے ہوئے شہتیروں کے مقابلے میں ان کے فوائد اور نقصانات دکھائیں گے۔

## ثابت شہتیر

اگر ایک شہتیر کے سرے افقی سمت میں ثابت ہوں تو شہتیر خمیدگی کے بعد ۱ بج جیسی وضع اختیار کریگا (شکل ۹۴)۔ اگر سرے آزاد ہوتے تو

یہ نقطہ دار وضع آب ج اختیار کرتا، اور اس کو وضع آب ج میں لانے کے لیے



شکل ۹۲۔ ثابت شہتیر

منفی خاؤ کے معیار لگانے پڑتے جن کو نقشے کے ذریعے دکھایا گیا ہے کہ قوتوں 'ق' سے پیدا ہوتے ہیں۔ اس طرح شہتیر کے سروں پر منفی خاؤ کے معیار عمل کریں گے کیونکہ ان سے جو انخنا پیدا ہوتا ہے وہ وجہ سے پیدا ہونے والے انخنا کی مخالف سمت میں ہے۔ خاؤ کے معیار کی اس علامت کی تبدیلی کا مطلب یہ ہے کہ شہتیر کے تنشی اور فشاری پہلو مقلوب ہو جائیں گے۔ ہم ثابت شہتیروں کے مسائل سے ترسیمی اور ریاضیاتی دونوں طرح سے بحث کریں گے جیسا کہ شہتیروں کے انصاف کی صورت میں کیا گیا تھا۔

## ترسیمی بحث

مور (Mohr) کے مسئلے کی رو سے کسی شہتیر کی منصرف وضع وہی ہوگی جو اسی کے فضل کی ایک خیالی طباب کی ہوتی جس پر لداؤ شہتیر کے خاؤ کے معیار کے مخفی کے مطابق ہو اور جس میں افقی تناؤ خاؤ کی استواری ( $\sigma_x$ ) کے مساوی ہو۔ اگر ایک شہتیر کے سرے افقی سمت میں ثابت ہوں تو لچک کے خط کو تعبیر کرنے والے رسیائی کثیر الاضلاع کا پہلا اور آخری ضلع متوازی ہوں گے۔ اس کے معنی یہ ہوں گے کہ سمتی خط پر جو خاؤ کے معیار کے مخفی کے رقبوں کے حصے تعبیر کیے گئے اُس پر پہلا اور آخری نقطہ ایک دوسرے پر منطبق ہوں اور اس کے معنی

یہ ہونگے کہ خاؤ کے معیار کے منحنی کا مجموعی رقبہ صفر ہوگا۔ اس کی مدد سے ہم ذیل کا قاعدہ قائم کر سکتے ہیں:-

اگر ایک شہتیر کے سرے افقی سمت میں ایک ہی لیول پر ثابت ہوں، اور شہتیر کی تراش سارے طول میں مستقل ہو تو متفی خاؤ

کے معیار پیدا ہونگے اور منفی خاؤ کے معیار کے نقشے کا رقبہ اس کے مساوی ہوگا جو اس بوجھ سے آزاد سہارے ہوئے شہتیر کی

صورت میں ہوتا۔

ہم منفی خاؤ کے معیار کے نقشے کو "سروں کا نقشہ" اور آزادانہ سہارے ہوئے شہتیر کے نقشے کو "آزاد نقشہ" کہیں گے۔

اب مسئلہ دو صورتوں میں بٹ جاتا ہے: (ا) جس میں لداؤ مشاکل ہو (ب) جس میں لداؤ بے قاعدہ یا غیر مشاکل ہو۔

**مشاکل لداؤ** — اگر لداؤ مشاکل ہو تو شہتیر دونوں طرف سے

ایک جیسا ہوگا اور اس طرح سروں کے خاؤ کے معیار مساوی ہونگے، اور ان کی قیمت اس طرح حاصل ہوگی کہ آزاد نقشے کے رقبے کو فصل سے تقسیم کریں۔ ذیل کی صورتوں پر غور کرنے سے یہ زیادہ واضح ہو جائیگا۔

(۱) ثابت شہتیر پر یکساں بوجھ — فرض کرو کہ طول  $L$  کے فصل  $AB$  (شکل ۹۵) پر جدت  $B$  کا ایک یکساں بوجھ چھایا ہوا ہے۔ آزاد نقشہ اس صورت میں مکانی  $ABC$  ہوگا جس کا اعظم معین  $B$  ہے۔ ہوگا اور چونکہ مکانی کا رقبہ حائل مستطیل کا دو تہائی ہوتا ہے اس لیے

$$\text{آزاد نقشے کا رقبہ} = \frac{1}{2} L \times \frac{B}{2} = \frac{LB}{4}$$

$$\text{سروں کے خاؤ کا معیار} = \frac{B}{L} \div \frac{LB}{4} = \frac{4}{L}$$





$$\frac{ب ل}{۲۲} = \frac{ب ل}{۲} \quad یا$$

$$\frac{ل}{۱۲} = ل \quad یا$$

$$\frac{ل}{۳۲} = ل \quad یا$$

$$\therefore \text{جگ کا فاصلہ} = \frac{ل}{۲} - ل = \frac{ل}{۲} - \frac{ل}{۳۲}$$

$$\frac{ل}{۲} - \frac{ل}{۳۲} = \frac{ل}{۲} \left( 1 - \frac{۱}{۱۶} \right) = \frac{ل}{۲} \left( \frac{۱۵}{۱۶} \right)$$

$$= \frac{۱۵ ل}{۳۲}$$

جہن کا نقشہ — مشاغل لداؤ کی صورت میں جہن کا نقشہ بالکل سادہ  
سہارے ہوئے شہنیر کی طرح ہوگا کیونکہ کسی نقطے پر جہن اس نقطے پر خاؤ کے  
معیار کے معنی کے ڈھال کے مساوی ہوتا ہے اور مشاغل لداؤ کی صورت میں  
ثابت شہنیر کے خاؤ کے معیار کے نقشے میں صرف یہ ہوتا ہے کہ اساسی خط انصافاً  
اوپر کو اٹھ جاتا ہے ڈھال میں کوئی تبدیلی نہیں ہوتی۔

انصراف — مرکز پر کا انصراف حسب سابق اس طرح معلوم  
ہو سکتا ہے کہ خیالی رسی ا ب کے توازن پر غور کریں۔

بائیں نصف رسی کے توازن پر غور کرنے سے اور ا کے گرد معیار لینے سے

$$آے \times ص = ج م - ب م$$

$$= ب (م - م)$$

موجودہ صورت میں ب = آزاد نقشے کے نصف کا رقبہ

$$\frac{ب ل}{۲۲} = \frac{ب ل}{۸} \times \frac{ل}{۲} \times \frac{۲}{۳} =$$

$$\frac{ل ۵}{۱۶} = ۱۰$$

$$\frac{ل}{۴} = ۱۰$$

$$\therefore \text{آے} \times \text{صہ} = \frac{ل ۵}{۱۶} - \frac{ل}{۴} = \frac{ل ۵}{۱۶} - \frac{ل ۴}{۱۶} = \frac{ل ۱}{۱۶}$$

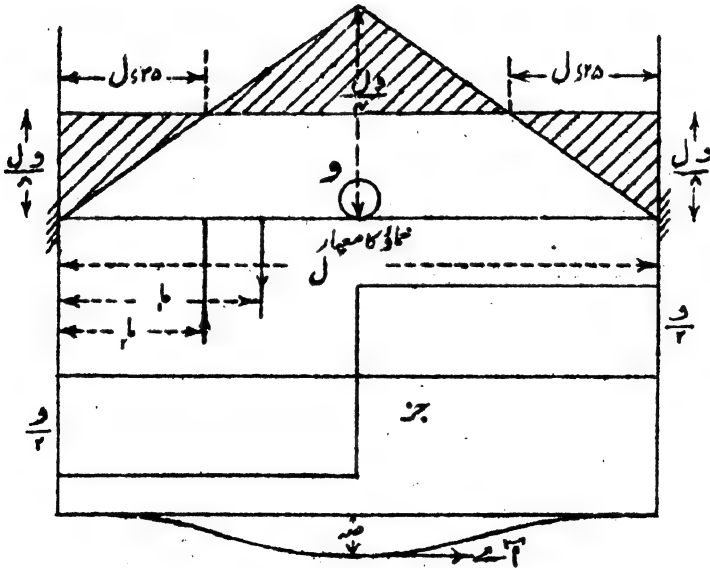
$$\therefore \frac{دل}{آے ۳۸۴} = \frac{ل ۱}{آے ۳۸۴} = \text{صہ}$$

دیکھو یہ اسی لداؤ کے آزادانہ سہارے ہوئے شہتیر کے انصاف کا پانچواں حصہ ہے۔

(۲) ثابت شہتیر پر منفرد مرکز کی بوجھ — اس صورت میں

$$\text{آزاد نقشے کا رقبہ} = \frac{۱}{۴} ل \times \frac{دل}{۴} = \frac{ل دل}{۱۶}$$

$$\therefore \text{سروں کے خاؤ کا معیار} = \frac{دل}{۸} \div ل = \frac{دل}{۸ ل}$$



شکل ۹۷۔ ثابت شہتیر پر مرکزی بوجھ

خامو کے معیار اور جز کے نقشے شکل ۹۶ میں دکھائے گئے ہیں۔ نفاذ انقطاع فصل کے  $\frac{1}{4}$  اور  $\frac{2}{4}$  پر ہیں۔

انصراف — گزشتہ صورت کی طرح  
آے × ص = ب (۱۰ - ۱۰)

$$\text{موجودہ صورت میں ب} = \frac{\text{ول}}{۸} \times \frac{\text{ل}}{۲} = \frac{\text{ول}}{۱۶}$$

$$\frac{\text{ل}}{۲} = ۱۰$$

$$\frac{\text{ل}}{۲} = ۱۰$$

$$\therefore \text{آے} \times \text{ص} = \frac{\text{ول}}{۱۶} \left( \frac{\text{ل}}{۲} - \frac{\text{ل}}{۲} \right) = \frac{\text{ول}}{۱۹۲}$$

$$\therefore \frac{\text{ول}}{\text{آے}} = \frac{\text{ص}}{۱۹۲}$$

یہ اُسی لداؤ کے آزادانہ سہارے ہوئے شہتیر کے انصراف کا چوتھائی حصہ ہے۔

**غیر متشاکل لداؤ** — اس صورت میں سروں کے معیار مساوی

نہیں ہونگے اور اس شرط کے علاوہ کہ سروں کے نقشے اور آزاد نقشے کے رقبے مساوی ہوں اس صورت میں یہ شرط بھی ہے کہ ان رقبوں کے ہندسی مرکز ایک ہی انتصابی خط میں واقع ہونے چاہئیں۔

اس کا ثبوت حسب ذیل ہے :- خیالی رسی پر غور کریں اور ایک سرے کے گرد معیار لیں تو چونکہ دوسرے سرے پر کا تیناؤ بھی اس نقطے میں سے گزرتا ہے اس لیے اس کا معیار صفر ہوگا، اور اس طرح اس نقطے کے گرد خامو کے معیار کے نقشوں کا معیار صفر ہوگا۔ لیکن چونکہ ان نقشوں کے رقبے مساوی ہیں اس لیے

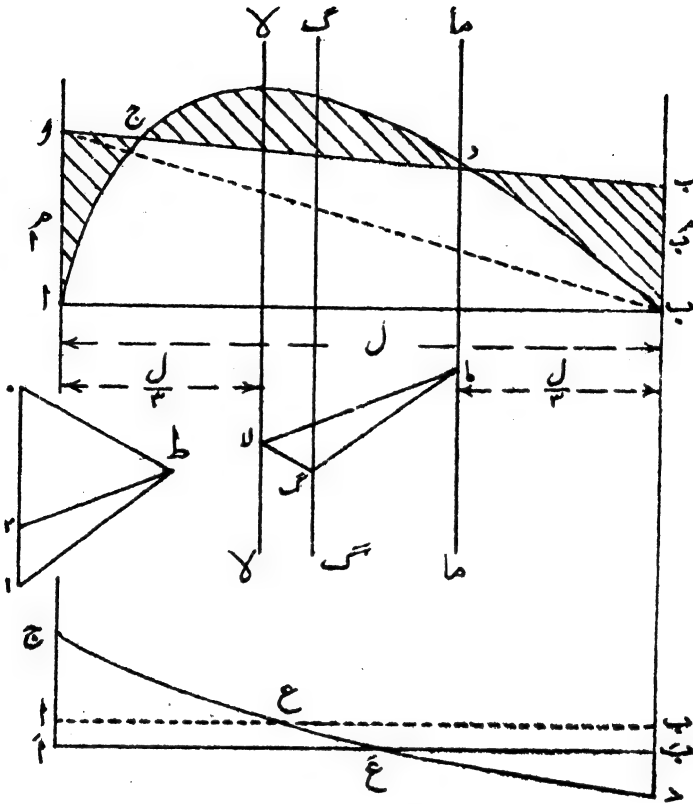
ان کے مرکز ہندسی اس نقطے سے مساوی فاصلے پر ہونے چاہئیں۔  
 فرض کرو کہ ایک فصل ا ب (شکل ۱۹) پر جس کا طول ل ہے بوجھ کا  
 کوئی بے قاعدہ نظام ہے جس سے خاؤ کے میار کا آزاد نقشہ ا ج د ب پیدا  
 ہوتا ہے اور فرض کرو کہ اس نقشے کا مرکز ہندسی انتصابی خط گ گ پر واقع ہوتا ہے  
 فرض کرو کہ سروں کے خاؤ کے میار م اور م ہیں، اور ا اور ب ب ان کے مساوی  
 قائم کیے گئے ہیں۔ تب منحرف ا ب ب سرے کا نقشہ ہوگا، اور اب جو شرطیں  
 پوری ہونی ہیں وہ یہ ہیں کہ منحرف کا رقبہ منحنی ا ج د ب کے رقبے کے مساوی ہو  
 اور یہ کہ اس کا مرکز ہندسی خط گ گ پر واقع ہو۔ ا ب کو ملا کر منحرف کو مثلثوں میں  
 تقسیم کرو، اور ا اور ب سے ل کے فاصلہ پر انتصابی خطوط لا لا اور ما ماکھینچو۔  
 مثلثوں ا ب اور ب ا ب کے مرکز ہندسی علی الترتیب خطوط لا لا اور  
 ما ماکھینچو۔ یہ ہو جائے کہ منحنی ا ج د ب کے مجموعی رقبے کو  
 (جسے ہم ب سے تعبیر کریں گے) دو رقبوں میں تقسیم کیا جائے جو خطوط لا لا اور  
 ما ماکھینچے۔ یہ اس طرح ہو سکتا ہے کہ رقبوں کو انتصابی قوتیں مان کر  
 ایک سمتی خط ۰، ۱ کھینچا جائے جو رقبہ ب کو تعبیر کرے۔ کوئی موزوں قطب ط لے کر  
 ۰، ط اور ۱، ط کو ملاؤ اور انتصابی خطوط لا لا، گ گ، اور ما ماکھینچے  
 کرتے ہوئے خطوط (۰، ط) اور (۱، ط) کے متوازی خطوط لاگ اور گ ماکھینچے  
 اور لا، ماکھینچو۔ تب لا ماکھینچے ط ۲ کو کھینچا جائے تو ۲، ۱ سے وہ رقبہ  
 حاصل ہوگا جو خط ما ماکھینچے مل کر نا چاہیے اور ۲، ۰ سے وہ رقبہ جو لا ماکھینچے  
 مل کر نا چاہیے۔

$$\text{تب } م \times \frac{ل}{۲} = \text{مثلث ا ب کا رقبہ} = (۰، ۲)$$

$$م = \frac{۲ \times (۰، ۲)}{ل}$$

$$\text{اسی طرح } م = \frac{۲ \times (۲، ۱)}{ل}$$

اس کی مدد سے خاؤ کے میار کا نقشہ کھینچا جاسکتا ہے۔



نقیر ۹

ثابت نقیروں کی عام صورت

جز کا نقشہ۔۔۔ اس صورت میں چونکہ سروں کے خاؤ کے معیار  
 مساوی نہیں اس لیے جز کا نقشہ وہ نہیں ہوگا جو آزادانہ سہارے ہوئے  
 شہتیر کے لیے ہوتا بلکہ اساسی خط ہٹا ہوا ہوگا۔ اور چونکہ کسی نقطے پر جز  
 خاؤ کے معیار کے منحنی کا ڈھال ہے اس لیے جز کے منحنی کا اساسی خط بقدر  
 مہم کے نیچے ہٹ جائیگا کیونکہ آزادانہ سہارے ہوئے اور ثابت شہتیر کے

اسی خطوں کے ڈھالوں کا فرق یہی ہے۔ اگر شکل میں ا ج ع د ب آزادانہ سہارے ہوئے شہتیر کا جزی نقشہ اسی لداؤ کے ساتھ ہو تو سروں کو نصب کرنے کا اثر یہ ہوگا کہ اساسی خط بقدر ۱۲ = ب ب =  $\frac{۱۲}{۱۳}$  کے نیچے اترے گا اور اس طرح نقشہ ا ج ع د ب حاصل ہوگا۔

خاص صورت — ثابت شہتیر پر ہموار طور پر بڑھتا ہوا بوجھ۔

فرض کرو کہ فصل ل کے ایک شہتیر اب پر ایک بوجھ ہے جس کی مدت ایک سرے سے دوسرے سرے کی طرف ہموار طور پر بڑھتی ہے، اور ب سے اکائی فاصلے پر مدت ب ٹن فی طولی فٹ ہے، اور مجموعی بوجھ و ٹن ہے۔ تب جیسا کہ صفحہ ۱۵۹ پر دکھایا گیا ہے آزادانہ سہارے ہوئے شہتیر کے لیے

$$ب = \frac{۱۲}{۱۳} ، ۳ = \frac{۱۲}{۱۳} ، \text{ اور آزاد خاؤ کے معیار کا نقشہ ایک تیسرے}$$

زنجیر کا مکانی ہوگا، اور معطر خاؤ کا معیار ۱۲۸ و ل ہوگا اور ب سے فاصلہ ۷۷ و ل پر واقع ہوگا۔ اس آزاد نقشے کا رقبہ  $\frac{۱۲}{۱۳}$  ہوگا اور اس کے مرکز ہندی کا فاصلہ ب سے  $\frac{۱۵}{۱۶}$  ہوگا۔

اس کو ریاضیاتی طور پر یوں ثابت کیا جاسکتا ہے:۔

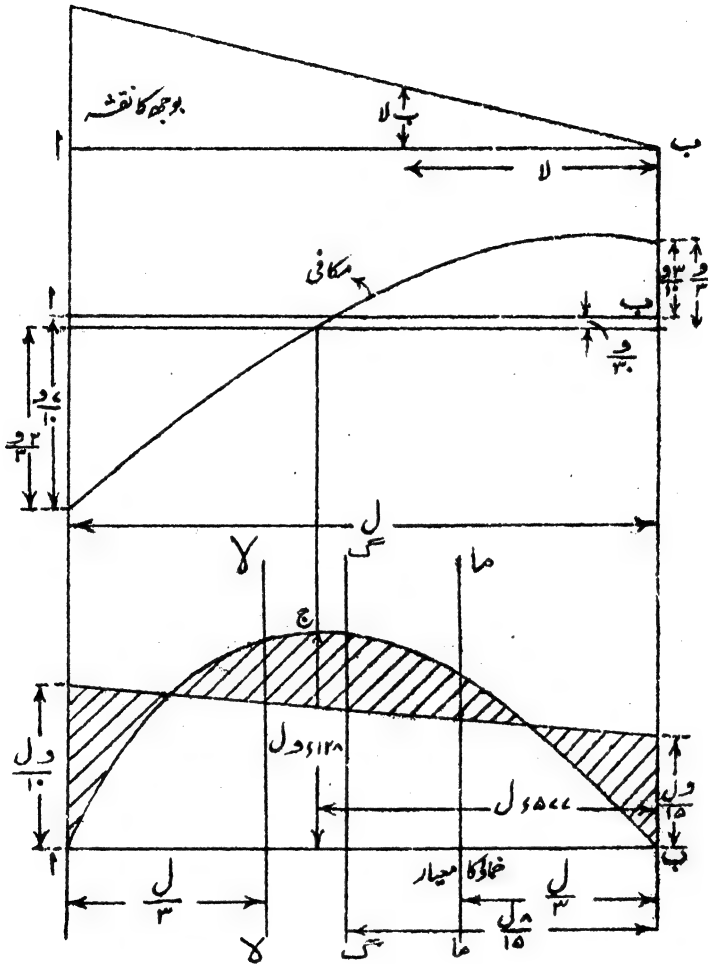
خاؤ کے معیار کے معنی کا رقبہ =  $\int_{۱}^{۱۲} \text{مر فزلا}$

$$= \int_{۱}^{۱۲} \left( \frac{ب}{۱۳} - \frac{ب}{۱۴} \right) \text{مر فزلا}$$

$$= \left[ \frac{ب}{۱۲} - \frac{ب}{۱۳} + ج \right] \text{مر فزلا}$$

رقبہ = . جبکہ لا = . اس لیے ج = .

$$\therefore \text{رقبہ} = \frac{\text{ب ل}^2}{12} = \frac{\text{ب ل}^2}{24} = \frac{\text{ب ل}^2}{24} - \frac{\text{ب ل}^2}{12}$$



شکل ۹۵۔ ثابت شہتیر پر یکساں بڑھتا ہوا بوجھ

اس رقبے کا پہلا معیار ب میں کے انتصابی خط کے گرد =  $\int \frac{ب ل^2}{۶} د ل$

$$= \int \left( \frac{ب ل^2}{۶} - \frac{ب ل^2}{۶} \right) د ل$$



$$ل \left[ \frac{ب ل}{۱۸} - \frac{ب ل}{۳۰} + ج ا \right] =$$

لیکن معیار = جب کہ لا = اس لیے ج ا =

$$\frac{ب ل}{۱۸} = \frac{ب ل}{۳۰} - \frac{ب ل}{۴۵}$$

∴ مرکز ہندی کا فاصلہ ب میں کے انقباضی خط سے = پہلا معیار رقبہ

$$\frac{ب ل}{۴۵} \div \frac{ب ل}{۲۲} =$$

$$\frac{۲۲}{۴۵} = \frac{ل}{۱۵}$$

اس سے خط گ گ کا تعین ہوتا ہے۔ خطوط لا لا اور ما ما میں

عمل کرنے والے رقبہ  $\frac{ل}{۲۲}$  اور  $\frac{ل}{۳۰}$  ہونے چاہئیں کیونکہ مجموعی رقبہ

$\frac{ل}{۱۲}$  خط ما ما سے فاصلہ  $\frac{ل}{۱۵}$  پر عمل کرتا ہے۔

∴ ما ما کے گرد معیار لینے سے

$$\frac{ل}{۱۵} \times \frac{ل}{۱۲} = \frac{ل}{۳} \times \frac{ل}{۳۰}$$

$$\frac{ل}{۳۰} = \frac{ل}{۳} \div \frac{ل}{۶۰} = \frac{ل}{۶۰}$$

$$\frac{ل}{۱۰} = \frac{۲}{۳} \times \frac{ل}{۲۰} = \frac{ل}{۳۰}$$

$$\frac{ل}{۱۵} = \frac{۲}{۳} \times \frac{ل}{۳۰} = \frac{ل}{۴۵}$$

اس طرح حاصل نماؤ کے معیار کا نقشہ وہ ہوگا جو شکل ۹ میں سایہ دار

دکھایا گیا ہے۔

جز کے لیے اساسی خط کا ہٹاؤ =  $(\frac{\text{ول}}{10} - \frac{\text{ول}}{10})$  ÷  $\frac{3}{4}$

اس طرح مردوں پر جز علی الترتیب ۱، ۲ اور ۳ ہو گئے اور ثابت شہتیر کا جزئی نقشہ وہ ہو گا جو شکل میں دکھایا گیا ہے۔

خط گ گ معلوم کرنے کا تریسہمی طریقہ — اگر لداؤ

اس طرح کا ہو کہ خط گ گ کا عمل آسانی سے محسوب نہ ہو سکے تو حسب ذیل عمل کیا جاسکتا ہے:۔ آزاد خاؤ کے معیار کے نقشے آج جب کہ متعدد انتصابی پٹیوں میں تقسیم کرو جن کا مساوی ہونا ضروری نہیں اور ان پٹیوں کے مرکوزوں میں سے انتصابی خطوط قوت کھینچو۔ اور ان کو ایک سمتی خط پر قائم کرو اور کوئی قطب لے کر رسیامانی کثیر الاضلاع کھینچو۔ پہلا اور آخری ضلع جہاں ملینگے وہ گ گ پر کا ایک نقطہ ہو گا۔ یہ وہی طریقہ ہے جو مور (Mohr) کے طریقے میں کسی شکل کا مرکز ہندسی معلوم کرنے کے لیے اختیار کیا گیا (باب ۳)۔ خاؤ کے معیار کے نقشے کا رقبہ ”جمع مخنی“ کے طریقے سے معلوم کیا جاسکتا ہے اور مسئلہ کو اس طرح پورا کیا جاسکتا ہے جس طرح شکل ۹، کے متعلق بیان کیا گیا ہے۔

## ریاضیاتی بحث

جیسا کہ پہلے دکھایا گیا ہے:

شہتیر کا ڈھال =  $\frac{1}{4}$  ہے — ذرا

اگر شہتیر کا سرا دہ بستہ ہو تو یہ ڈھال دونوں سروں پر صفر ہونا چاہیے۔

ذیل کی خاص صورتوں پر غور کرو:۔

ثابت شہتیر پر یکساں بوجھ — بوجھ کی حدت ب اور

مبداء مرکز پر لے کر مرکز سے فاصلہ لا پر ایک نقطہ پر غور کریں تو آزادانہ سہارے ہوئے شہتیر کے لیے

$$\frac{م}{۲} = \left( \frac{ل}{۲} - لا \right) \quad (\text{دیکھو صفحہ ۲۷۵})$$

فرض کرو کہ درستگی کی وجہ سے سرے کے خاؤ کا معیار م پیدا ہوتا ہے۔

$$\text{تب ثابت شہتیر کے لیے } \frac{م}{۲} = \left( \frac{ل}{۲} - لا \right) - م$$

$$\therefore \text{ڈھال} = \frac{م}{۲} \text{ فلا}$$

$$= \frac{۱}{۲} \left( \frac{ب ل}{۸} - \frac{ب لا}{۴} - م لا + ج \right)$$

$$\text{ڈھال} = \text{جب کہ لا} = ۰ \therefore ج = ۰$$

$$\text{نیز ڈھال} = \text{جب کہ لا} = \frac{ل}{۲}$$

$$\therefore \frac{ب ل}{۱۶} - \frac{ب ل}{۳۸} - م \frac{ل}{۲} = ۰$$

$$\text{یعنی } م \times \frac{ل}{۲} = \frac{ب ل}{۱۶} - \frac{ب ل}{۳۸} = \frac{ب ل}{۲۲}$$

$$\therefore \frac{ب ل}{۱۲} = م$$

انصاف معلوم کرنے کے لیے پھر تکمل کرنے سے

$$\text{انصاف} = \frac{م}{۲} \text{ فلا}$$

$$= \frac{۱}{۲} \left( \frac{ب ل}{۱۶} - \frac{ب لا}{۱۲} - م لا + ج \right)$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{16} - \frac{1}{24} - \frac{1}{24} + \frac{1}{36}}}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{24} - \frac{1}{24} - \frac{1}{24} + \frac{1}{36}}}$$

یہ صفر ہے جب کہ لا =  $\frac{1}{2}$

$$= \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{24} - \frac{1}{24} - \frac{1}{24} + \frac{1}{36}}} = \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{24} - \frac{1}{24} - \frac{1}{24} + \frac{1}{36}}}$$

$$یا \quad \frac{1}{\frac{1}{24} - \frac{1}{24} - \frac{1}{24} + \frac{1}{36}} = \frac{1}{\frac{1}{24} - \frac{1}{24} - \frac{1}{24} + \frac{1}{36}}$$

$$\therefore \text{جب لا} = 0 \text{ تو انصاف} = \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{24} - \frac{1}{24} - \frac{1}{24} + \frac{1}{36}}} = \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{24} - \frac{1}{24} - \frac{1}{24} + \frac{1}{36}}}$$

$$\therefore \text{اعظم انصاف} = \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{24} - \frac{1}{24} - \frac{1}{24} + \frac{1}{36}}} = \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{24} - \frac{1}{24} - \frac{1}{24} + \frac{1}{36}}}$$

خاؤ کے معیار اور جز کے نقشے شکل ۵۵ کے مطابق ہونگے۔

(۲) ثابت شہتیر پر منفرد مرکزی بوجھ — حسب سابق فصل ل

اور مبدا، مرکز پر، اور بوجھ و لینے سے آزادانہ سہارے ہوئے شہتیر کے لیے

$$م = \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{24} - \frac{1}{24} - \frac{1}{24} + \frac{1}{36}}} = \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{24} - \frac{1}{24} - \frac{1}{24} + \frac{1}{36}}}$$

∴ اگر سروں کے ثابت ہونے کی وجہ سے سروں کا خاؤ کا معیار م ہو

تو ثابت شہتیر کے لیے

$$م = \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{24} - \frac{1}{24} - \frac{1}{24} + \frac{1}{36}}} = \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{24} - \frac{1}{24} - \frac{1}{24} + \frac{1}{36}}}$$

$$\therefore \text{شہتیر کا ڈھال} = \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{24} - \frac{1}{24} - \frac{1}{24} + \frac{1}{36}}} = \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{24} - \frac{1}{24} - \frac{1}{24} + \frac{1}{36}}}$$

$$= \left( \frac{\text{ول}^1}{۴} - \frac{\text{ولا}^1}{۴} - \frac{\text{م}^1}{۴} + \frac{\text{ج}^1}{۴} \right) \times \frac{۱}{۴} =$$

جب لا = ۰ تو ڈھال = ۰ ∴ ج = ۰

جب لا =  $\frac{۱}{۴}$  تو بھی ڈھال = ۰

$$\text{اس لیے } = \left( \frac{\text{ول}^2}{۸} - \frac{\text{ولا}^2}{۱۶} - \frac{\text{م}^2}{۲} + \frac{\text{ج}^2}{۴} \right) \times \frac{۱}{۴} = ۰$$

$$\frac{\text{ول}^2}{۱۶} = \frac{۱}{۲} \times \frac{\text{م}^2}{۴}$$

$$\frac{\text{ول}}{۸} = \frac{\text{م}}{۴}$$

انصاف کے لیے دوبارہ تکمیل کرنے سے

$$\text{انصاف} = \left[ \frac{\text{م}}{۴} \right] \text{ فرلا فرلا}$$

$$= \left( \frac{\text{ول}^3}{۸} - \frac{\text{ولا}^3}{۱۲} - \frac{\text{م}^3}{۲} + \frac{\text{ج}^3}{۴} \right) \times \frac{۱}{۴} =$$

$$= \left( \frac{\text{ول}^3}{۱۶} - \frac{\text{ولا}^3}{۱۲} + \frac{\text{ج}^3}{۴} \right) \times \frac{۱}{۴} =$$

یہ صفر ہوتا ہے جب کہ لا =  $\frac{۱}{۴}$

$$= \frac{\text{ول}^3}{۶۴} - \frac{\text{ولا}^3}{۹۶} + \frac{\text{ج}^3}{۴} = ۰$$

$$\therefore \frac{\text{ول}^3}{۱۹۲} = \frac{\text{ج}^3}{۴}$$

$$\therefore \text{جب لا} = ۰ \text{ تو انصاف} = \frac{\text{ج}^3}{۴}$$

$$\therefore \text{اعظم انصاف} = \frac{\text{ول}^3}{۱۹۲}$$

(۳) ثابت شہتیر پر ایک سرے سے ہموار طور پر بڑھتا ہوا

بوجھ — فرض کرو کہ فصل اب پر جس کا طول  $l$  ہے ایک ہموار طور پر بڑھتا ہوا بوجھ ہے جس کی حدت  $b$  پر صفر ہے، اور فرض کرو کہ  $b$  سے اکائی فاصلہ پر حدت  $b$  اکائیاں فی طولی فٹ ہے۔ تب  $b$  کو مبداء لینے سے آزادانہ سہارے ہوئے شہتیر کے لیے:

$$m = \frac{b l^2}{6} - \frac{b l^2}{6}$$

اب فرض کرو کہ سروں کے خاؤ کے معیار  $m$  اور  $m$  ہیں۔ تب  $b$  سے فاصلہ  $l$  پر منحنی خاؤ کا معیار

$$= m + \frac{(m - m)}{l} \times l$$

∴ ثابت شہتیر کے لیے

$$m = \frac{b l^2}{6} - \frac{b l^2}{6} - \frac{(m - m)}{l} \cdot l$$

$$\therefore \text{شہتیر کا ڈھال} = \int \frac{m}{l} \text{ فرما}$$

$$= \frac{1}{l} \left\{ \frac{b l^2}{12} - \frac{b l^2}{24} - m + \frac{(m - m)}{l^2} + \dots \right\} \dots (۱)$$

$$\text{جب } l = 0, \text{ تو ڈھال} = 0. \therefore \text{ج} = 0.$$

$$\text{نیز } l = 0 \text{ پر بھی ڈھال} = 0.$$

$$\therefore \frac{b l^2}{12} - \frac{b l^2}{24} - m + \frac{(m - m)}{l^2} = 0$$

$$\text{یا} \quad \frac{\text{م ل}}{۲} - \frac{\text{م ل}}{۲} = \frac{\text{ب ل}}{۲۴}$$

$$\therefore \quad \text{م} + \text{م} = \frac{\text{ب ل}}{۱۲} \quad \dots \dots \dots (۲)$$

م اور م کے درمیان ایک اور ربط حاصل کرنے کے لیے انصاف پر غور کرو۔

$$\text{تب} \quad \text{انصاف} = \frac{\text{م}}{\text{آ}} = \text{فرلا فرلا}$$

$$(۳) - \left\{ \frac{۱}{\text{آ}} = \frac{\text{ب ل آ}}{۳۶} - \frac{\text{م ل آ}}{۱۲۰} - \frac{\text{م ل}}{۲} - \frac{(\text{م} - \text{م})}{\text{ل}} \times \frac{\text{لا}}{۶} + \text{ج} \right\} =$$

انصاف = جب کلا = ج =

نیز انصاف = جب کلا = ل

$$\therefore \quad \frac{\text{ب ل}}{۳۶} - \frac{\text{ب ل}}{۱۲۰} - \frac{\text{م ل}}{۲} - \frac{(\text{م} - \text{م})}{\text{ل}} \times \frac{\text{لا}}{۶} =$$

$$\therefore \quad \frac{\text{م ل}}{۲} - \frac{\text{م ل}}{۶} + \frac{\text{م ل}}{۶} = \frac{\text{ب ل}}{۱۲۰} - \frac{\text{ب ل}}{۳۶}$$

$$\therefore \quad \frac{\text{م ل}}{۶} = \frac{\text{م ل}}{۲} - \frac{\text{ب ل}}{۳۶۰}$$

$$\therefore \quad \text{م} + ۲ \text{ م} = \frac{\text{ب ل}}{۶۰} \quad \dots \dots \dots (۴)$$

∴ (۲) اور (۴) کو ملائے سے:

$$\text{م} = \frac{\text{ب ل}}{۶۰} - \frac{\text{ب ل}}{۱۲}$$

$$= \frac{\text{ب ل}}{۳۰} = \frac{\text{ول}}{۱۵}$$

$$\therefore \quad \text{م} = \frac{\text{ب ل}}{۱۲} - \frac{\text{ب ل}}{۳۰} = \frac{\text{ول}}{۱۰}$$

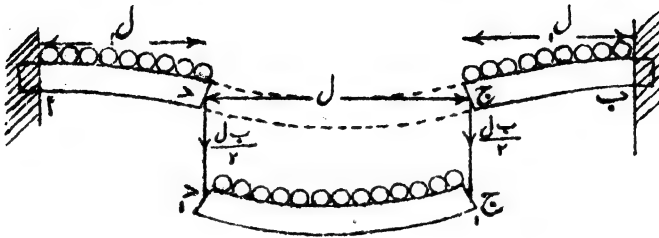
خاؤ کے معیار کا نقشہ شکل ۹۸ میں دکھایا گیا ہے۔ اوپر کی تمام صورتوں میں یہ فرض کیا گیا ہے کہ شہتیر کی تراش سارے طول میں منتقل ہے۔ اگر یہ صورت نہ ہو تو سروں کے خاؤ کے معیار اس طرح حاصل ہونگے کہ خاؤ کے معیار کا مصنف نقشہ لیا جائے جس کا بیان گزشتہ باب میں انصاف کے سلسلے میں آچکا ہے۔

### ثابت شہتیروں کے فوائد اور نقصانات — گزشتہ مثالوں

سے معلوم ہو چکا ہے کہ ثابت شہتیر متناظر آزادانہ سہارے ہوئے شہتیر سے زیادہ مضبوط ہوتا ہے اور ثابت شہتیر کا انصاف بھی کم ہوتا ہے اس طرح اس کی استواری اور صلابت زیادہ ہے۔ نیز ثابت شہتیروں میں اکثر صورتوں میں اعظم خاؤ کا معیار پیل پائیوں پر واقع ہوتا ہے اور پیل پائیوں پر تراش کو بڑھانے سے خاؤ کا معیار اور زور اتنے زیادہ نہیں بڑھتے۔ اس کے برخلاف آزادانہ سہارے ہوئے شہتیر میں اعظم خاؤ کا معیار مرکز پر ہوتا ہے اور مرکز پر تراش بڑھانے سے خاؤ کا معیار خاصا بڑھ جاتا ہے۔ ان فوائد کے باوجود جو ثابت شہتیر زیادہ عام نہیں تو اس کی وجہ یہ ہے کہ سروں کو مضبوطی سے ثابت کرنے میں دونوں سروں پر کے تماس بالکل افقی ہونے چاہئیں۔ اگر اس سے ذرا سا انحراف ہو تو زور بدل جائیگا اور اگر غیر مساوی بٹھاؤ کی وجہ سے دونوں سروں کا لیول ایک ہی نہ ہو تو شہتیر میں قابل لحاظ زور پیدا ہو جائیگا۔ نیز اگر شہتیر حیاتی میں مضبوطی سے چٹا ہوا ہو تو پیش کے تغیرات کی وجہ سے بھی قابل لحاظ زور پیدا ہوتا ہے۔ اور ان سب باتوں کی وجہ سے عملی صورتوں میں حقیقی زور کسی قدر غیر معین ہوتے ہیں۔ اس وجہ اکثر جو اس قسم کے شہتیر کا استعمال نہیں کرتے۔ اوپر کے تمام نقائص اس طرح دور ہو سکتے ہیں کہ شہتیر کو نقاط انعطاف پر کاٹ دیا جائے اور بیچ کے حصے کو سروں کے حصوں پر ٹنکایا جائے۔ برآمدہ بیوچی گورڈر کی ساخت کا یہی اصول ہے اور بڑے فضلوں میں بہت باکفایت ثابت ہوتا ہے۔ اس ساخت کو شکل ۹۸ میں دکھایا گیا ہے جس میں ایک ثابت شہتیر ۱ ب کو نقاط انعطاف ج اور د پر تقسیم کیا گیا ہے اور وسطی حصے کو سروں کے حصوں سے



ٹکلتا ہوا دکھایا گیا ہے۔ وسطی حصے میں खाऊ کا معیار وہی ہوگا جو فصل ل کے آزادانہ سہارے ہوئے اور دیے ہوئے لداؤ کے مطابق لداؤ کے مطابق لداؤ کے لیے ہوتا۔



شکل ۹۸

برآمدہ بیرم منا حصوں کے لیے खाऊ کا معیار وہ ہوگا جو فصل ل کے برآمدہ بیرم میں ہوتا جس پر لداؤ دیے ہوئے لداؤ کے مطابق ہو اور اس کے علاوہ سرے پر ایک بوجھ وسطی حصے کے رد عمل کے مساوی ہو۔ شکل میں یکساں لداؤ دکھایا گیا ہے اور اس صورت میں یہ رد عمل  $\frac{1}{2}L$  کے مساوی ہیں۔ یہ پایا جائیگا کہ اس طرح جو حاصل खाऊ کے معیار اور جز کے معنی حاصل ہو جائے وہ شکل ۹۵ کے جیسے ہو گئے۔ انصاف بھی اس طرح حاصل ہو سکتے ہیں کہ وسطی حصے کے انصاف کو اور ایک برآمدہ بیرم منا حصے کے سرے کے انصاف کو باہم جمع کیا جائے۔

### ثابت شہتیر جس کے سرے ایک لیول میں نہ ہوں۔

فرض کرو کہ ایک ثابت شہتیر اب (شکل ۹۹) کے سرے ایک لیول میں نہیں۔ تب شہتیر پر کے لداؤ سے قطع نظر کر کے شہتیر کی منصرف وضع وہ ہوگی جو شکل میں دکھائی گئی ہے۔ نقطہ انعطاف مرکز ج پر ہوگا۔

شہتیر کو ج پر تقسیم کیا جائے تو حصہ ا ج کا انصاف ب ع وہ ہوگا جو ج پر کسی بوجھ ب کے لگنے سے ہوتا۔ برآمدہ بیرم کے سرے پر بوجھ ہوتا

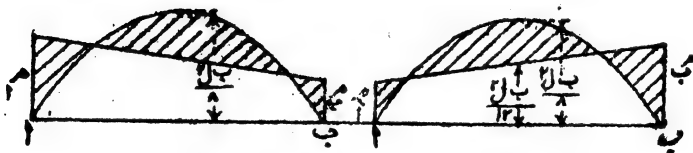
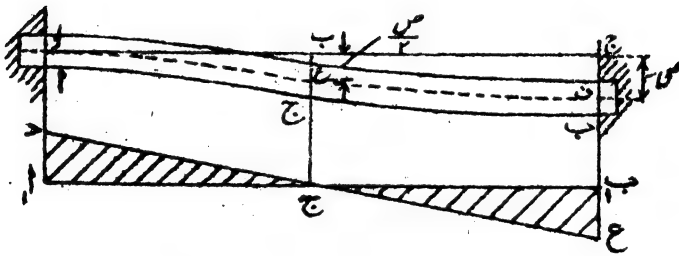
$$\frac{ول}{آ۳} = ص$$

$$\frac{ب \left( \frac{ل}{۲} \right)}{آ۳} = ب ع$$

$$\frac{ب = آ۳ آ۳ \times ب ع}{ل}$$

$$\frac{۱۲ آ۳ \times ج ع}{ل} =$$

$$\frac{۱۲ آ۳ \times ص}{ل} =$$



نیچے کا سراپ

نیچے کا سراپ

شکل ۹۹ - شہتیر جن کے سرے مختلف لیول پر ہوں

اس کی وجہ سے خاؤ کے معیار کا نقشہ ایک مثلث ج ا د ہو گا جس میں  
 $ا د = ب \times \frac{۱}{۲}$

$$\therefore ۱۲ \text{ آے} \times \text{ص} = \frac{۶ \text{ آے} \times \text{ص}}{۲}$$

اسی طرح حصہ ج ب اس طرح ہے گویا اس کے سرے پر ایک بوجھ ب اوپر وار عمل کر رہا ہے۔ اس جھے کے لیے خاؤ کا معیار ج ب ۱۲ ہوگا جس میں ج ب ۱۲ = ۱۲۔ اس لیے مکمل نقشہ حاصل کرنے کے لیے اس کو ثابت شہید کے معمولی نقشے کے ساتھ مرکب کرنا ہوگا۔ شکل میں دونوں صورتوں کے اثرات دکھائے گئے ہیں۔ ایک وہ جس میں ب نیچا ہے۔ دوسری وہ جس میں اٹھا ہے۔ وہ شرط کہ سروں کے خاؤ کے معیار کا نقشہ رقبے میں آزاد نقشے کے مساوی ہونا چاہیے اس صورت میں بھی درست ہے البتہ ان کے مرکز ہندسی ایک انتصابی خط میں نہیں ہونگے کیونکہ ایک سرے پر انحراف پایا جاتا ہے۔

مور (Mohr) کے مسئلے کی خیالی طاب کے ذریعے دکھایا جاسکتا ہے کہ آے  $\times$  ص = خاؤ کے معیار کے منحنی کا رقبہ  $\times$  آزاد نقشے اور سروں کے نقشے کے مراکز ہندسی کے درمیان کا افقی فاصلہ گ۔

$$\text{یعنی} \quad \text{آے} \times \text{ص} = \frac{\text{ب ل}}{۱۲} \times \text{ل} \times \text{گ}$$

$$\therefore \text{گ} = \frac{۱۲ \text{ آے} \times \text{ص}}{\text{ب ل}}$$

اب اگر سروں کے خاؤ کے معیار م اور م ہوں تو سروں کا نقشہ ایک منحرف ہوگا۔

$$\therefore \text{گ} = \frac{\text{ل}}{۲} - \frac{\text{ل}}{۲} \left( \frac{\text{م}^۲ + \text{م}}{\text{م} + \text{م}} \right)$$

$$= \frac{\text{ل}}{۶} \frac{(\text{م} - \text{م})}{(\text{م} + \text{م})}$$

$$\therefore \text{م} - \text{م}^2 = \frac{\text{م}(\text{م} + \text{م}^2)}{\text{ل}} = \frac{\text{م}^2 \times \frac{\text{م}^2}{12} \times 6}{\text{ل}} = \frac{12 \text{ آے م}}{\text{ل}}$$

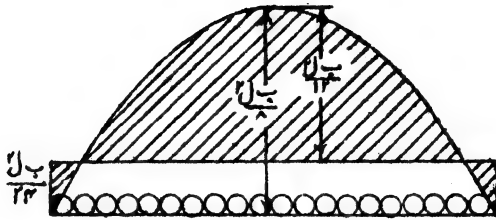
اب شکل میں م - م<sup>2</sup> = م<sup>2</sup> = ۱۲

$$\therefore 12 = \frac{\text{م} - \text{م}^2}{\text{ل}} = \frac{6 \text{ آے م}}{\text{ل}}$$

اس سے وہی نتیجہ حاصل ہوتا ہے جو سابقہ استدلال سے حاصل ہوا۔

شہتیر جن میں کلیٹ دار رابطے وغیرہ ہوں۔ — تعمیروں کے

کاموں میں گردروں کو ستونوں یا کھمبوں کے ساتھ کلیٹ دار رابطوں کے ذریعے جوڑا جاتا ہے جن کی استواری اور صلابت کی وجہ سے یہ امر مشکوک ہو جاتا ہے کہ گردر ایک آزادانہ سہارے ہوئے شہتیر کا عمل کر گیا اگرچہ حساب لگانے میں ان کی مضبوطی ہمیشہ اسی امر پر مبنی رہتی ہے۔ اور معمولی کلیٹ اتنے استوار بھی نہیں ہوتے کہ ان گردروں کو ثابت سمجھا جائے۔ ایسے شہتیروں کا حقیقی خواؤ کے معیار کا نقشہ آزادانہ سہارے ہوئے اور ثابت شہتیر کے درمیان ہوگا۔ ایک خیال یہ ظاہر کیا گیا ہے کہ ان شہتیروں کو ”نیم ثابت“ سمجھا جائے، یعنی یکساں لداؤ کی صورت میں سروں کے خواؤ کے معیار  $\frac{\text{ل}}{2}$  لیے جائیں۔ اس طرح خواؤ کے معیار کا نقشہ شکل ۱۱ کے مطابق ہوگا۔ دیکھو اعظم خواؤ کا معیار اس صورت میں ثابت شہتیر کی طرح  $\frac{\text{ل}}{2}$  ہی ہے البتہ یہ اس صورت میں مرکز پر واقع ہوتا ہے۔ جن شہتیروں کے مادے کی تختی اور فشاری مضبوطیاں مختلف ہوں، مثلاً ڈھلے لوہے اور محکم کنکریٹ کے شہتیر ان میں یہ اچھی طرح یاد رہے کہ سروں پر تختی پہلو اوپر کا ہے اور ان سروں پر اوپر کے پہلو میں مزید مضبوطی شریک کرنی چاہیے۔ اس کی مزید مثالیں محکم کنکریٹ کے باب میں پیش آئیں گی۔

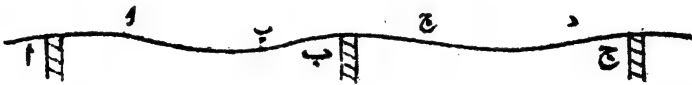


شکل ۱۱۱

یہ بھی یاد رہے کہ ان سب صورتوں میں ہم نے شہتیر کی تراش کو سارے طول میں مستقل مانا ہے۔ اگر کسی صورت میں ایسا نہ ہو تو نتائج صحیح نہیں ہونگے۔

## مسلل شہتیر

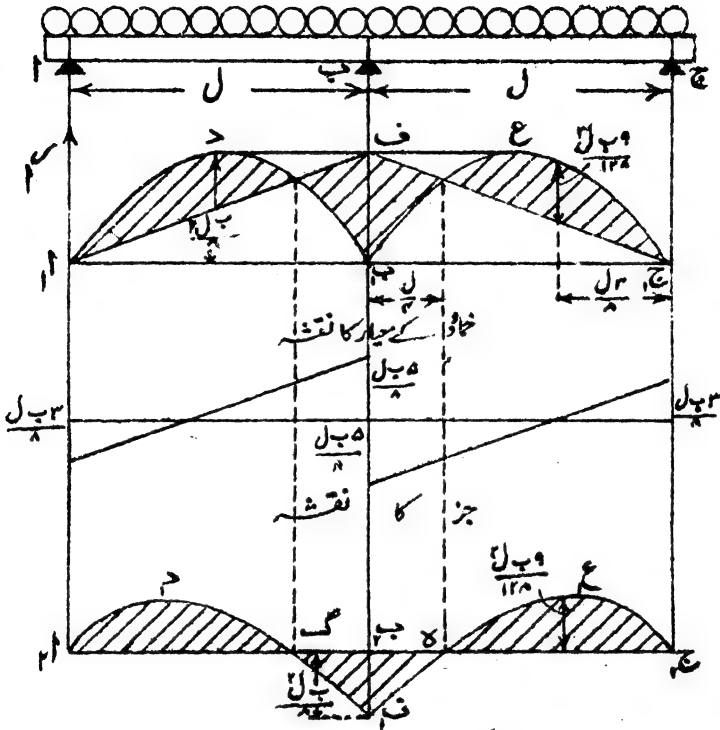
اگر ایک شہتیر متعدد سہاروں 'ا'، 'ب'، 'ج' وغیرہ پر مسلل ہو تو شہتیر کی منصرف وضع ایسی ہی کوئی ہوگی جیسی کہ شکل ۱۱۲ میں دکھائی گئی ہے جس میں



شکل ۱۱۲

انحناء کی سمت نقاط 'ا'، 'ب'، 'ج'، 'د' پر بدلتی ہے۔ ثابت شہتیروں کی طرح انحناء کی تبدیلی کے معنی یہ ہیں کہ سہاروں پر منفی تھاؤں کے معیار ہونگے۔ ان تھاؤں کے معیاروں کو ہم آئندہ "سہاروں کے معیار" کہیں گے۔  
پہلے ایک مسلل شہتیر 'ا'، 'ب'، 'ج' (شکل ۱۱۲) پر غور کرو جس کے دو مساوی فاصل

طول ل کے ہیں جس پر ایک یکساں بوجھ ب ٹن فی طولی فٹ کا ہے۔



نقشہ کا تعلق خط مستقیم کے اساس پر  
شکل ۱۰۱ - یکساں لدا ہوا مسلسل شہتیر دو فصل کا

سہارے ۱، ۲، ۳، ۴ ایک ہی سطح میں ہیں اور شہتیر کی تراش یکساں ہے۔ اب وسطی سہارے کو خیالی طور پر ہٹا دو تو ایک وسطی انفراف

$$\frac{بیل (۲) ل}{۳۸۳} = ص$$

پیدا ہوگا۔

اب وسطی سہارے کو پھر اس کی جگہ رکھ دو تو اس پر دباؤ سہا کی مقدار

ایسی ہوگی کہ اس سے ایک مرکزی بوجھ کی حیثیت سے انصراف صہ پیدا ہو۔

$$\therefore \frac{(2) \times 5}{1-4} = \text{صہ}$$

$$\therefore \frac{(2) \times 5}{1-4} = \frac{5 \times 2}{1-4}$$

$$\therefore \frac{5 \times 2}{1-4} = \frac{5 \times 2}{1-4}$$

یعنی اگر ایک فصل پر بوجھ د ہو تو  $\frac{5}{4} = \frac{5}{4}$

اور چونکہ تشاکل سے  $\frac{5}{4} = \frac{5}{4}$  اور  $\frac{5}{4} = \frac{5}{4} + \frac{5}{4} + \frac{5}{4} = 2$

$$\text{اس لیے } \frac{5}{4} = \frac{5}{4} = \frac{5}{4} = \frac{5}{4}$$

دونوں فصل علیحدہ ہوتے تو  $\frac{5}{4} = \frac{5}{4} = \frac{5}{4}$

اس لیے سہاروں کے معیاروں کا نقشہ ایسا ہوگا گویا کہ ۱ اور ج پر ایک اوپر وار قوت  $\frac{5}{4}$  عمل کر رہی ہے۔ اس سے ب پر خاؤ کا معیار

$\frac{5}{4} \times 1 = \frac{5}{4}$  پیدا ہوگا۔ اس طرح ب پر منفی خاؤ کا معیار

$\frac{5}{4} = \frac{5}{4}$  اور اس طرح مسلسل شہیر کے خاؤ کے معیار کا نقشہ شکل ۱۲۱

کے مطابق ہوگا۔

چونکہ ۱ اور ج پر کے رد عمل  $\frac{5}{4}$  ب ل ہیں، اس لیے جز کے نقشے کے معین ان نقاط پر  $\frac{5}{4}$  ب ل ہونگے۔ اور جز ج سے ب تک ہوا ر طور پر گھٹتے ہوئے ب پر  $\frac{5}{4}$  ب ل ہوگا۔ یہاں ایک دم بڑھ کر  $\frac{5}{4}$  ب ل ہو جائیگا کیونکہ  $\frac{5}{4} = \frac{5}{4}$  ب ل۔ پھر دوبارہ گھٹتے ہوئے ۱ پر  $\frac{5}{4}$  ب ل ہوگا اور جز کا نقشہ شکل کے مطابق ہوگا۔

نقاط انعطاف گ، ۴، جہاں خاؤ کا معیار صفر ہوتا ہے ب سے ل کے فاصلے پر واقع ہوتے ہیں۔

اس کا ثبوت حسب ذیل ہے :-  
فرض کرو کہ ۴ کا فاصلہ ج سے لا ہے۔

$$\text{تب سہاروں کے معیار کی وجہ سے منفی خاؤ کا معیار} = \frac{و}{۸} = \frac{ب ل}{۸}$$

آزادانہ سہارے ہوئے شہیر کے لیے مثبت خاؤ کا معیار =  $\frac{ب ل}{۲} - \frac{ب لا}{۲}$   
یہ دونوں مساوی ہونے چاہئیں اس لیے

$$\frac{ب ل}{۸} = \frac{ب ل}{۲} - \frac{ب لا}{۲}$$

$$\therefore \frac{لا}{۲} = \frac{ل}{۲} - \frac{ل}{۸} = \frac{ل}{۸}$$

$$\therefore \frac{ل}{۲} = لا$$

$$\therefore \text{ب سے فاصلہ} = ل - \frac{ل}{۲} = \frac{ل}{۲}$$

اگر خاؤ کے معیار کا نقشہ ایک خط مستقیم کی اساس پر تخیل کیا جائے تو وہ نقشہ حاصل ہوگا جو شکل میں نیچے دیا گیا ہے۔  
درمیانی اعظم خاؤ کے معیار ج اور ۱ سے فاصلہ  $\frac{ل}{۲}$  پر واقع ہونگے۔  
اور حسب ذیل ہونگے :-

$$\frac{ب ل}{۲} \times \frac{ب ل}{۸} - \left( \frac{ب ل}{۸} \right) \times \frac{ب ل}{۲} - \frac{ب ل}{۸} \times \frac{ب ل}{۲}$$

$$= ب ل \left( \frac{۲}{۶۴} - \frac{۹}{۱۲۸} - \frac{۲}{۱۶} \right)$$



$$\frac{9 \text{ ب ل}}{128} = \frac{9 \text{ ب ل}}{128} =$$

دو مساوی اور یکساں لدے ہوئے فصل لیکن سہارا

ایک سطح میں نہیں۔ اب اس صورت پر غور کرو کہ مرکزی سہارا ب  
سہاروں ۱ اور ج سے مختلف سطح میں ہے اور ا ج سے فاصلہ ۵ کے  
بقدر نیچے ہے۔ (فصل ۱۰۳)۔

جب سابق اگر سہارا ب بمحال لیا جائے تو مرکزی انصراف

$$\frac{5 \text{ ب (ل ۲)}}{384} = \text{صہ}$$

پیدا ہوگا۔

اب ب پر کار تو عمل صرف اتنا ہے جس سے ایک اوپر وار انصراف

صہ۔ صہ پیدا ہو۔

$$\therefore \frac{5 \text{ ب (ل ۲)}}{384} = \text{صہ} - \text{صہ}$$

$$\therefore \frac{5 \text{ ب (ل ۲)}}{384} = \text{صہ} - \text{صہ}$$

$$= \frac{5 \text{ ب (ل ۲)}}{384} - \text{صہ} - \text{صہ}$$

$$\therefore \frac{5 \text{ ب (ل ۲)}}{384} \times \frac{5 \text{ ب (ل ۲)}}{384} = \text{صہ} - \text{صہ} - \text{صہ}$$

$$= \frac{5 \text{ ب ل}}{384} - \text{صہ} - \text{صہ} - \text{صہ} \dots \dots \dots (۱)$$

$$= \frac{5 \text{ ب ل}}{384} - \frac{5 \text{ ب ل}}{384}$$

$$\therefore ۴ = ۳ = \frac{۳}{۸} \text{ بل} + \frac{۵}{۸} \text{ بل} =$$

$$= \frac{\text{بل}}{۲} - \frac{\text{بل}}{۸} (۱ - \frac{۵}{۸}) \dots (۲)$$

∴ پہلے کے سے استدلال سے ۳ یا ۴ کی قیمت کے دوسرے حصے کی وجہ سے ب پر منفی خاؤ کا معیار

$$= \frac{\text{بل}}{۸} (۱ - \frac{۵}{۸})$$

$$\therefore \text{ب} = \frac{\text{بل}}{۸} (۱ - \frac{۵}{۸}) \dots (۳)$$

اس لیے خاؤ کے معیار کا متغیٰ کچھ اس طرح کا ہوگا جیسا کہ سایدار دکھایا گیا ہے۔ اس میں د کا محل  $\frac{۵}{۸}$  کی قیمت پر منحصر ہوگا۔  
اب ب کی حسب ذیل خاص قیمتوں پر غور کرو:-  
اگر  $\frac{۵}{۸} = ۰$  تو  $\text{ب} = \frac{\text{بل}}{۸}$  گزشتہ صورت کی طرح۔

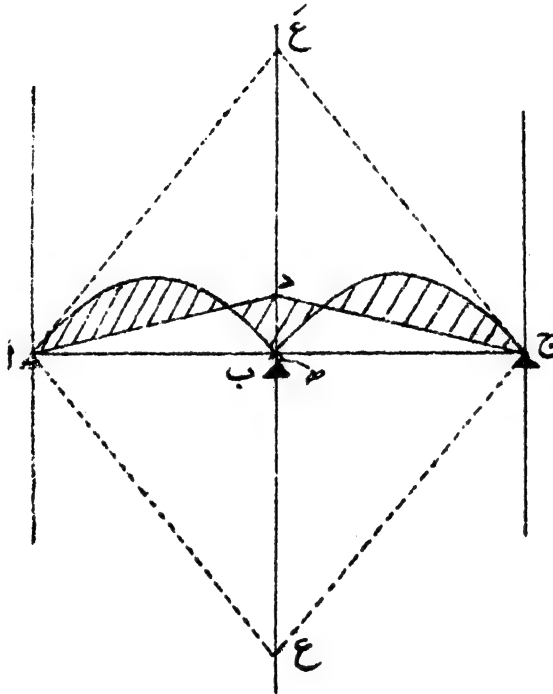
اگر  $\frac{۵}{۸} = ۱$  تو  $\text{ب} = ۰$ ، اور خاؤ کا معیار وہی ہوگا جو کہ دوسادہ سہارے ہوئے شہتیروں کے نیلے ہوتا۔

اگر  $\frac{۵}{۸} = ۵$  تو  $\text{ب} = \frac{\text{بل}}{۸} (۱ - ۵) = -\frac{\text{بل}}{۲}$  اور یہ وہی ہوگا جو فصل ۲ کے ایک سادہ سہارے ہوئے شہتیر کے لیے ہوتا۔  
اب فرض کرو کہ  $\frac{۵}{۸} = ۳$

تو  $\text{ب} = \frac{\text{بل}}{۸} (۱ + ۳) = \frac{\text{بل}}{۲}$ ، اور یہ وہی ہے جو کہ سہاروں

۱ اور ۲ کو نکال دینے اور شہتیر کو دو برآمدہ بیروں ب ۱ اور ب ۲ پر مشتمل کرنے سے ہوتا۔ سروں پر انصاف اس صورت میں  $\frac{\text{بل}}{۲}$  ہے،

اور یہ  $\frac{3}{5}$  حصہ کے مساوی ہوگا۔  
 اگر شہتیرا ایک مسلسل شہتیر کا عمل کرتا ہے تو وہ کو حصہ اور  $\frac{3}{5}$  حصہ کے درمیان  
 ہونا چاہیے۔ اس لیے ب میں کے انتصابی خط پر نقاط ع ع ایسے لو کہ  
 $ب ع = ب ع = ب ل$ ، تب مسلسل شہتیر کے لیے جس کے سہارے  
 ایک سطح میں نہ ہوں خواؤ کے معیار کے نقشے کا بند کرنے والا خط ا ع ج  
 اور ا ع ج کے درمیان واقع ہونا چاہیے۔



شکل ۳۳

مسلسل شہتیر تین سہاروں کا جو ایک سطح میں نہیں

اس مسئلے پر ذیل کی مثال دلچسپی سے خالی نہ ہوگی۔

ایک مسلسل شہتیرہ پر جس کی تراش یکساں ہے اور جس کے دو مساوی فصل طول ل کے ہیں حالت ب کا ایک یکساں بوجھ ہے اور سہارے ۱، ب، ج ابتداءً ایک سطح میں ہیں لیکن سہاروں کے ستون مساوی طور پر لچکدار ہیں اور ان کو اکائی فاصلہ دبانے کے لیے قوت ع دہکار ہوتی ہے۔ ہر کڑی رد عمل اور خباؤ کا معیار معلوم کرو۔

$$\frac{5 \text{ ب (۲) ل}}{382 \text{ آ}} = \text{تو صہ}$$

$$\frac{5 \text{ ب (۲) ل}}{382 \text{ آ}} = \text{صم} = \text{سپا کی وجہ سے اوپر وار انفراف}$$

تب صہ - صم = ۱ ب، ج کی آخری سطحوں کا فرق  
اب فرض کرو کہ سپا = بل + ۲ ف، جہاں ۲ ف شہتیرہ کے مسلسل ہونے کی وجہ سے دباؤ کا اضافہ ہے۔ تب

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{وسطی ستون کا دھنساؤ} = \frac{\text{بل} + ۲ \text{ ف}}{2}$$

$$\frac{\frac{\text{بل}}{2} - \text{ف}}{2} = \text{سہاروں کے ستونوں کا دھنساؤ}$$

$$\therefore \text{فرق} = \text{صہ} - \text{صم} = \frac{1}{2} \left( \frac{\text{بل}}{2} + ۲ \text{ ف} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{3}{2} - \text{بل} \right)$$

$$\therefore \frac{1}{ع} = \left( \frac{۳}{۲} - بل \right) = صہ - صہ$$

$$\frac{۵ بل}{ع ۲۲} - \frac{۳ بل}{ع ۲۲} =$$

$$\therefore \frac{۵ بل}{ع ۲۲} + \frac{۳ بل}{ع} = \left( \frac{۳}{ع ۲} + \frac{۵ بل}{ع ۲۲} \right) =$$

$$\frac{\frac{۵ بل}{ع ۲۲} + \frac{۳ بل}{ع}}{\frac{۳}{ع ۲} + \frac{۵ بل}{ع ۲۲}} =$$

$$\left\{ \frac{\frac{۵ بل}{ع ۲۲} + \frac{۳ بل}{ع}}{\frac{۳}{ع ۲} + \frac{۵ بل}{ع ۲۲}} \right\} = بل$$

$$\left\{ \frac{\frac{۵ بل}{ع ۲۲} + \frac{۳ بل}{ع}}{\frac{۳}{ع ۲} + \frac{۵ بل}{ع ۲۲}} \right\} = بل$$

پہلے کے سے استدلال سے

$$\left\{ \frac{\frac{۵ بل}{ع ۲۲} + \frac{۳ بل}{ع}}{\frac{۳}{ع ۲} + \frac{۵ بل}{ع ۲۲}} \right\} = \frac{۳ بل}{۲} =$$

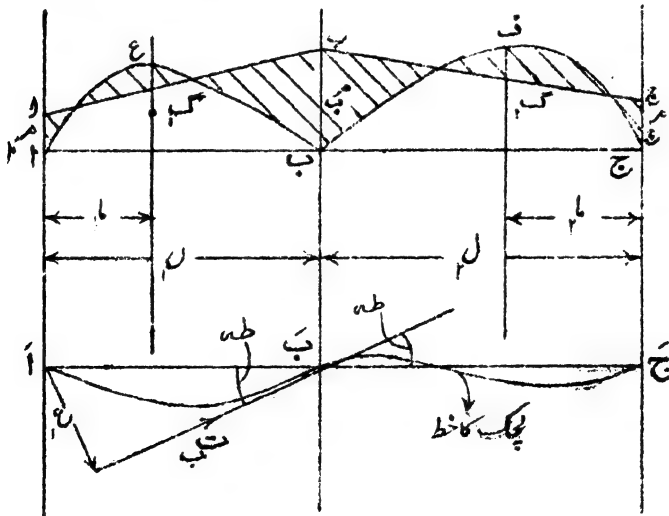
$$\frac{\left\{ \frac{\frac{3}{2} \sqrt{e} - 1}{2} \right\}}{\left\{ \frac{\frac{3}{2} \sqrt{e} + 1}{2} \right\}} = \frac{b}{a}$$

یہ ظاہر ہے کہ اگر تینوں پائے ایک ہی شے کے ہوں اور ان کے رقبے رد عملوں کے متناسب ہوں تو لمبک کی وجہ سے ان کا دھنساؤ مساوی ہوگا اور اس صورت میں خاؤ کے میار کا نقشہ وہی رہے گا جو شکل ۱۰۳ میں دکھایا گیا ہے۔

**تین میاروں کا مسئلہ۔** اب ہم معلوم کر چکے کہ اگر ایک مسلسل شہتیر

فصلوں کی کوئی تعداد ہو اور سب سہارے ایک ہی سطح میں ہوں تو سہاروں کے خاؤ کے میاروں اور لداؤ میں کیا ربط ہوتا ہے۔

فرض کرو کہ ایک مسلسل شہتیر میں کئی فصل ہیں اور اب اور ب ج اس کے دو متصل فصل ہیں جن کے طول ل اور ل ہیں اور فرض کر دو کہ ا ب اور ب ج (رہل ۱۰۳) ان فصلوں کے لداؤ کے آزاد خاؤ کے میار کے نقشے ہیں۔



شکل ۱۰۳۔ تین میاروں کا مسئلہ

فرض کرو کہ ان آزاد نقشوں کے مرکز ہندسی گ اور گ ہیں، اور گ کا فاصلہ ا سے ہ اور گ کا ج سے ہ ہے اور ان نقشوں کے رقبے علی الترتیب  $\frac{1}{2} \pi r^2$  اور  $\frac{1}{2} \pi r'^2$  ہیں۔ تب اگر 'ا'، 'ب'، 'ج' کے سہاروں کے معیار  $\frac{1}{2} \pi r^2$ ،  $\frac{1}{2} \pi r'^2$ ،  $\frac{1}{2} \pi r''^2$  ہو تو مسئلے پی ران کا تین معیاروں کا مسئلہ یہ ہے کہ

$$\frac{1}{2} \pi r^2 + \frac{1}{2} \pi r'^2 + \frac{1}{2} \pi r''^2 = \frac{1}{2} \pi r^2 + \frac{1}{2} \pi r'^2 + \frac{1}{2} \pi r''^2$$

اس کو مور (Mohr) کے مسئلے کی مدد سے یوں ثابت کیا جاسکتا ہے: فرض کرو

کہ آ ب ج شہتیر کی مضرف وضع یا لچک کا خطا ہے۔ تب اگر شہتیر کا مادہ اور اس کی تراش سارے طول میں یکساں ہو تو لچک کا خط اسی شکل کا ہوگا جو ایک خیالی طناب کی ہوگی جس پر بوجھ خاؤ کے معیار کے نقشے کا ہو اور جس میں افقی تناؤ  $\times$  سے کے مساوی ہو۔ اب نقطہ ب پر خیالی طناب کے دونوں حصوں کا ماس مشترک ہے۔ فرض کرو کہ یہ ماس خط آ ب سے زاویہ طہ بناتا ہے اور فرض کرو کہ ا سے اس پر عمود کا طول ع ہے، اور اس طناب میں ب پر تناؤ  $\times$  ہے۔ تب اس خیالی طناب کا فصل ا ب لے کر اس کے توازن پر غور کریں اور ا کے گرد معیار لیں تو

تب  $\times$  ع خاؤ کے معیار کے نقشے کا معیار ا کے گرد  
 $= \frac{1}{2} \pi r^2 + \frac{1}{2} \pi r'^2 + \frac{1}{2} \pi r''^2$  سہاروں کے معیاروں کے نقشے کا معیار ا کے گرد

$$= \frac{1}{2} \pi r^2 + \frac{1}{2} \pi r'^2 + \frac{1}{2} \pi r''^2 - \frac{1}{2} \pi r^2 - \frac{1}{2} \pi r'^2 - \frac{1}{2} \pi r''^2$$

$$= \frac{1}{2} \pi r^2 + \frac{1}{2} \pi r'^2 + \frac{1}{2} \pi r''^2 - \frac{1}{2} \pi r^2 - \frac{1}{2} \pi r'^2 - \frac{1}{2} \pi r''^2 \dots (1)$$

یونہی سہاروں کے معیاروں کے نقشے کو دو مثلثوں میں تقسیم کیا جاسکتا ہے جن کے رقبے  $\frac{1}{2} \pi r^2$  اور  $\frac{1}{2} \pi r'^2$  ہو گئے اور جن کے مراکز ہندسی کے فاصلے

اے سے  $\frac{ل}{۳}$  اور  $\frac{ل}{۳}$  ہو گئے۔ اب  $ع = ل$  جب طہ اور تہ  $= \frac{آے}{جم ط}$  کیونکہ آے طناب کا انفی تناؤ ہے۔

$$\therefore تہ \times ع = \frac{آے ل جب ط}{جم ط} = آے ل مس ط$$

$$\therefore آے ل مس ط = س با - \frac{م با ل}{۶} - \frac{۲ م با ل}{۶}$$

$$\therefore آے مس ط = \frac{س با ل}{ل} - \frac{م با ل}{۶} - \frac{۲ م با ل}{۶} \dots (۲)$$

اب دوسرے فصل پر غور کرو۔ چونکہ طہ دونوں فصلوں کے لیے ایک ہی ہے اور آے مستقل ہے، اس لیے

$$آے مس ط = - \left( \frac{س با ل}{ل} - \frac{م با ل}{۶} - \frac{۲ م با ل}{۶} \right) \dots (۳)$$

منفی علامت اس لیے لگائی گئی کہ معیار مخالف سمت میں لیے گئے۔ مساواتوں (۲) اور (۳) کو ملانے سے

$$\frac{س با ل}{ل} - \frac{م با ل}{۶} - \frac{۲ م با ل}{۶} = - \left( \frac{س با ل}{ل} - \frac{م با ل}{۶} - \frac{۲ م با ل}{۶} \right)$$

$$یا م با ل + ۲ م با ل (ل + ل) + م با ل = \left( \frac{س با ل}{ل} + \frac{س با ل}{ل} \right) \dots (۴)$$

یہ وہ عام ضابطہ ہے جو ہر قسم کے لداؤ کے لیے صحیح ہے۔ اگر لداؤ ہر ایک فصل پر یکساں ہو لیکن مختلف حدتوں با اور با کا

ہو تو

$$س = \frac{ل}{۳} \times \frac{س با ل}{۸} = \frac{س با ل}{۱۲}$$

$$\frac{ل}{۳} = با$$



$$\text{اسی طرح } س = \frac{ب ل}{ل}$$

$$\frac{ل}{ل} = ل$$

$$\therefore \frac{س ل}{ل} + \frac{س ل}{ل} = \frac{1}{ل} (ب ل + ب ل)$$

∴ اس صورت کے لیے

$$م ل + ل م ب (ل + ل) + م ل = \frac{1}{ل} (ب ل + ب ل) \dots (۵)$$

اگر دونوں فضلوں پر بوجھ کی حدت مساوی ہو تو

$$م ل + ل م ب (ل + ل) + م ل = \frac{1}{ل} (ل + ل) \dots (۶)$$

ردِ عمل اور جز کے نقشے — ثابت شہتیروں کی طرح

مسلل شہتیروں کے جز کے نقشوں کے اساسی خط بھی نماؤ کے معیار کے مخنی کے ڈھال کی تبدیلی کی وجہ سے ہٹ جائینگے۔

کسی سہارے مثلاً ب پر غور کرو اور فرض کرو کہ ب پر فصل ل کی وجہ سے آزادانہ سہارے ہوئے فضلوں کی صورت میں ردِ عمل ل ہوتا اور مسلل شہتیر کی صورت میں س ہوتا ہے۔

$$\text{تب نماؤ کے معیار کے مخنی کے ڈھال کی تبدیلی} = \frac{م - م}{ل}$$

$$\therefore س = ل + \frac{م - م}{ل}$$

اسی طرح اگر فصل ل کی وجہ سے مقداریں ل اور س ہوں تو



اور تیسرے پر ۱۰ اٹن کا بوجھ یکساں پھیلا ہوا ہے۔ خماؤ کے معیار اور جز کے نقشے کھینچی۔

پہلے خماؤ کے معیار کے نقشے یہ سمجھ کر کھینچو کہ تینوں فصل علیحدہ علیحدہ آزادانہ سہارے ہوئے ہیں۔

اب پہلے دو فصلوں کو دو تین معیاروں کے مسئلے کی روش سے

$$م_۲ + ۲۰ \times م_۱ + ۳۰ \times م_۳ = ۱۰ \times م_۴ \quad \left\{ ۲۰ \times \frac{۱۵}{۳} + ۲۰ \times \frac{۲۰}{۳} \right\} \frac{۱}{۳}$$

لیکن سہارا آزادانہ سہارا ہوا ہے نہ  $م_۴ =$

$$\therefore ۶۰ م_۱ + ۱۰ م_۳ = \frac{۲۰}{۳} (۸ + \frac{۱۵}{۳})$$

$$یا ۶ م_۱ + م_۳ = ۲۳.۵۵ \dots\dots\dots (۱)$$

اب دوسرے اور تیسرے فصل پر غور کرو۔ تو

$$م_۲ + ۱۰ \times م_۱ + ۲۵ \times م_۳ = ۱۵ \times م_۴ \quad \left\{ ۲۵ \times \frac{۱۵}{۳} + ۲۰ \times \frac{۱۵}{۳} \right\} \frac{۱}{۳}$$

سہارا آزادانہ سہارا ہوا ہے، اس لیے  $م_۴ =$

$$\therefore ۱۰ م_۱ + ۵۰ م_۳ = \frac{۲۵}{۳} (۱۸ + ۱۲)$$

$$یا ۵ م_۱ + م_۳ = ۹۳.۵۵ \dots\dots\dots (۲)$$

ہمزاد مساواتوں (۱) اور (۲) کو حل کرنے سے

$$م_۱ = ۳۴.۵۵$$

$$م_۳ = ۱۱.۵۲$$

ان قیمتوں کو قائم کرنے سے خماؤ کے معیار کا وہ نقشہ حاصل ہوتا ہے جو شکل میں دکھایا گیا ہے۔

جز کا نقشہ حاصل کرنے کے لیے پہلے ردِ علموں کا حساب یہ ہوگا:۔

$$\text{ٹن ۸۵۱۱} = \frac{۳۶۶۵۵}{۲۰} - \frac{۲۰}{۲} = \frac{۳۶۶۵۵}{۲۰} - \frac{۱۰}{۱} = \frac{۳۶۶۵۵}{۲۰} - \frac{۱۰}{۱} = ۱۸۳۲.۷۵$$

$$\text{ٹن ۲۲۶۰.۲} = ۱۰۶۱۵ + ۱۱۶۸۹ = \frac{۲۶۶۵۵}{۱۰} + \frac{۱۵}{۲} + \frac{۳۶۶۵۵}{۲۰} + \frac{۲۰}{۲} = ۱۸۳۲.۷۵ + ۷.۵ + ۱۸۳۲.۷۵ + ۱۰ = ۳۶۸۳$$

$$\text{ٹن ۱۰۵۵۹} = ۵۶۴۴ + ۴۸۸۵ = \frac{۱۱۶۲۰}{۱۵} + \frac{۱۰}{۲} + \frac{۲۶۶۵۵}{۱۰} - \frac{۱۵}{۲} = ۷۷۶.۲۷ + ۵ + ۲۶۶۵.۵ - ۷.۵ = ۳۴۳۹.۲۷$$

$$\text{ٹن ۴۶۲۶} = \frac{۱۱۶۲۰}{۱۵} - \frac{۱۰}{۲} = ۷۷۶.۲۷ - ۵ = ۷۷۱.۲۷$$

ٹن ۴۵

حاصل جمع

اس سے جز کا وہ نقشہ حاصل ہوگا جو شکل میں دکھایا گیا ہے۔ شہتیر کے مسلسل ہونے سے صرف اساسی خط بد لیگے۔ مخینوں کی شکل نہیں بد لیگی۔  
اگر فصل تین سے زیادہ ہوں تو دودو متصل فصل لیے جائینگے اور تین معیاروں کے مسئلے سے مساواتوں کا ایک سلسلہ حاصل ہوگا۔  
مزید عددی مثالیں اس باب کے آخر میں ملیں گی۔

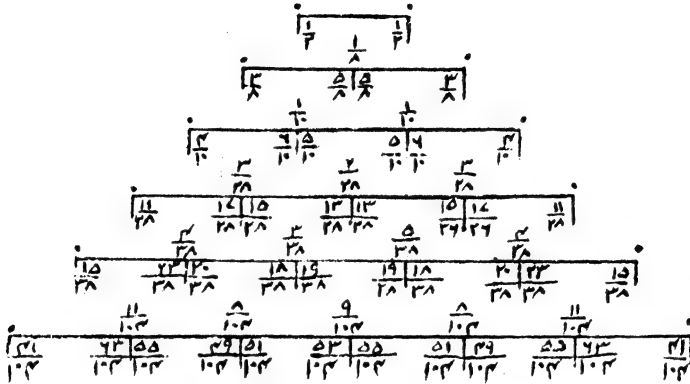
### ثابت سروں کے مسلسل شہتیر — اگر ایک مسلسل شہتیر کا ایک

سرا ثابت ہو تو سرے کے خاؤ کا معیار اس طرح حاصل ہوگا کہ اس ثابت سرے کے دوسری جانب اس شہتیر کو مسلسل تصور کیا جائے اور فرض کیا جائے کہ دوسری جانب کا حصہ ہر لحاظ سے بالکل اصلی حصے کی طرح ہے۔ کیونکہ سرے کو ثابت کرنے سے شہتیر اس مقام پر اُفتق ہو جاتا ہے، اور اُفتق وضع ایک متشاکل مسلسل شہتیر کے وسط میں واقع ہوتی ہے۔ اس کی ایک مثال اس باب کے آخر میں حل کی ہوئی مثالوں میں ملیگی۔

مساوی فصل اور ان پر مستقل یکساں بوجھ — علم فصل (ل) عموماً مساوی

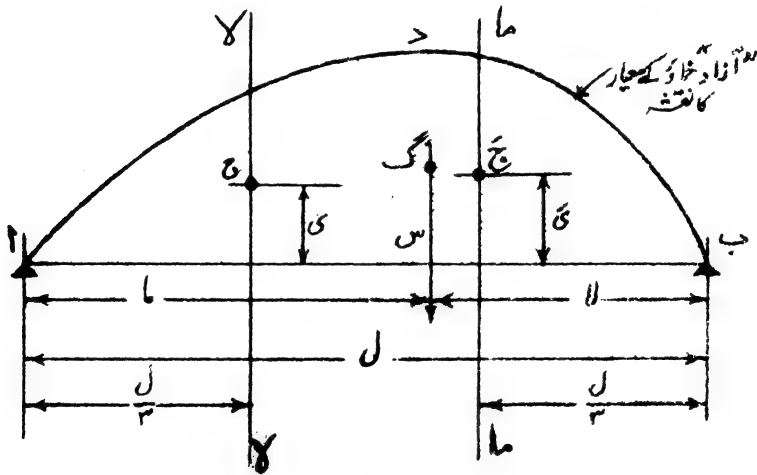
ہوتے ہیں اور یکساں بوجھ (ب) فی طولی فٹ مستقل ہوتا ہے اور انتہائی سرے

آزادانہ سہارے ہوئے ہوتے ہیں۔ شکل ۱۰۶ میں ایک نقشہ دکھایا گیا ہے جس سے سہاروں کے معیار اور ردّ عمل چھ فصل تک کے شہتیر کے لیے معلوم ہو سکتے ہیں۔



دریسی کتابوں میں اس کو شامل نہیں رکھا گیا ہے لیکن حال میں ڈاکٹر سامن (Dr. Salmon) نے انسٹی ٹیوشن آف سول انجینئرز کے سامنے جو ایک پرچہ ”خصوصی نقاط“ کے عنوان سے پیش کیا تو اس مضمون میں نئے سرے سے دلچسپی لی جانے لگی۔ اس پرچے میں ڈاکٹر سامن نے اس مضمون سے بہت تفصیل کے ساتھ بحث کی ہے اور دکھایا ہے کہ اس طریقے میں فیدلہ کی دکھائی ہوئی وسعت سے زیادہ توسیع کی جاسکتی ہے۔

یہاں ہم اس طریقہ کو ممکنہ طور پر آسان پیرائے میں بیان کریں گے تاکہ اُن طلبہ کے لیے ایک تہید کا کام دے جو اس مضمون کا مزید مطالعہ کرنا چاہیں۔ خصوصی نقطہ کیا ہے؟ فرض کرو کہ ا د ب (شکل ۱۱) فضل ل ایک شہیرا ب پر آزاد خاؤ کے معیار کے نقشے کو تعبیر کرتا ہے۔



شکل ۱۱

”آزاد“ خاؤ کے معیار کے نقشے سے مراد وہ نقشہ ہے جو دیے ہوئے لداؤ کے تحت اس شہیر پر آزاد سسوں کی صورت میں بنتا۔ دونوں سروں سے لپ کے فاصلے پر انتصابی خطوط لا لا اور ما ما کھینچو۔ ان خطوط کو

”تہائی خطوط“ کہا جائیگا۔

اب فرض کرو کہ آزاد نقشہ ادب کا رقبہ س ہے، اور اس کا مرکز ہندی گ سروں ۱ اور ب سے فاصلوں ۱ اور لا پر ہے۔  
تہائی خطوط پر اساسی خط اب سے ایسے فاصلوں ی اور ی پر نقاط ج اور ج' لو کہ

$$(۷) \quad \frac{۱ \times ۱}{۱} = ی$$

$$(۸) \quad \frac{۱ \times ۱}{۱} = ی'$$

تو نقاط ج اور ج' "خصوصی نقطے" ہونگے۔

### خاص صورتوں میں خصوصی نقطوں کا محل

(۱) یکساں بوجھ و — اس صورت میں آزاد نقشہ ایک مکانی ہوگا جس کا ارتفاع  $\frac{۱}{۱} = ۱$ ، مکانی کا رقبہ س  $= \frac{۱}{۱} \times ۱ = \frac{۱}{۱}$ ، اور فاصلہ ۱ اور لا دونوں  $\frac{۱}{۱}$  ہونگے۔

$$\therefore ی = ی' = \frac{۱}{۱} = \frac{۱}{۱} \times \frac{۱}{۱} \times ۱ = \frac{۱}{۱}$$

$$= \frac{۱}{۱} \times \text{آزاد نقشے کا ارتفاع}$$

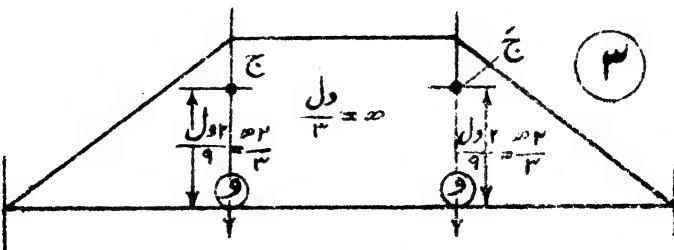
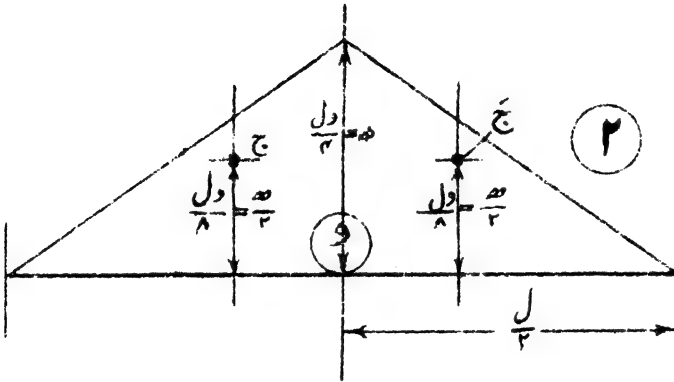
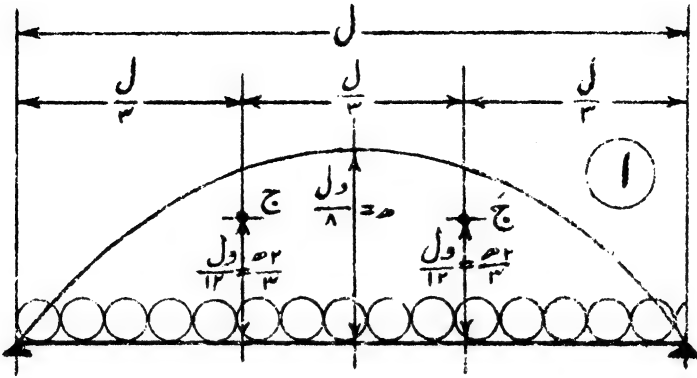
(۲) ہمکنی بوجھ و — اس صورت میں آزاد نقشہ ایک مثلث ہوگا

جس کا ارتفاع  $\frac{۱}{۱} = ۱$ ، اور اس کا رقبہ س  $= \frac{۱}{۱} \times \frac{۱}{۱} = \frac{۱}{۱}$ ،

$$\text{اور لا اور لا دونوں} = \frac{۱}{۱}$$

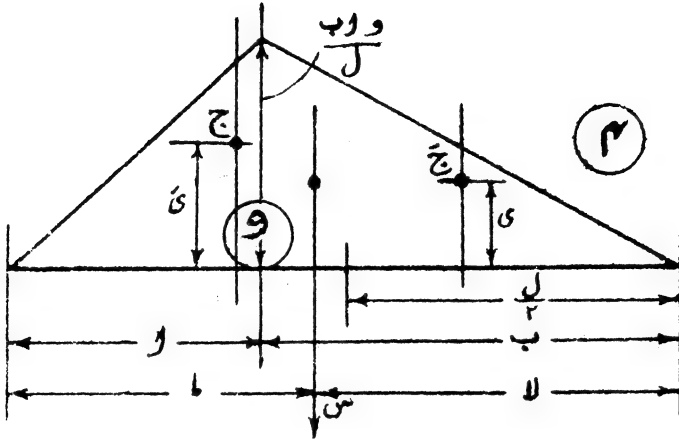
$$\therefore ی = ی' = \frac{۱}{۱} = \frac{۱}{۱} \times \frac{۱}{۱} \times ۱ = \frac{۱}{۱}$$

$$= \frac{۱}{۱} \times \text{آزاد نقشے کا ارتفاع}$$



شکل عتاب





شکل ۱۰۳ ب

(۳) دو بوجھ و تھائی نقطوں پر — اس صورت میں آزاد نقشہ  
شکل ۱۰۳ ب (۳) کے مطابق ہوگا۔

نقشے کا ارتفاع =  $\frac{\text{ول}}{۳}$  اور اس کا رقبہ

$$\text{س} = \frac{\text{ول}}{۳} \times \frac{\text{ل}}{۳} \times \frac{۱}{۲} + \frac{\text{ول}}{۳} \times \frac{\text{ل}}{۳} + \frac{\text{ول}}{۳} \times \frac{\text{ل}}{۳} \times \frac{۱}{۲} = \frac{\text{ول}^2}{۹}$$

ما اور لا دونوں =  $\frac{\text{ل}}{۲}$

$$\therefore \text{ی} = \text{ج} = \frac{\text{ول}^2}{۹} = \frac{\text{ل}}{\text{ل}^2} \times \frac{\text{ول}^2}{۹} \times ۲ = \frac{\text{ول}^2}{۹}$$

=  $\frac{۲}{۳} \times$  آزاد نقشے کا ارتفاع

(۴) غیر مہکنی بوجھ و — اس صورت میں آزاد نقشہ

(شکل ۱۰۴ ب (۴)) ایک مثلث ہوگا جس کا ارتفاع =  $\frac{\text{ول}}{۳}$

$$\therefore \text{س} = \frac{\text{ل}}{\text{ل}} \times \frac{\text{دوب}}{\text{دوب}} = \frac{\text{دوب}}{\text{ل}}$$

$$\frac{\text{ب} + \text{ب} + \text{ب}}{\text{ل}} = \frac{\text{ب}}{\text{ل}} - \frac{\text{ل}}{\text{ل}} = \left(\frac{\text{ب}}{\text{ل}} - 1\right) = \frac{\text{ب} - \text{ل}}{\text{ل}}$$

$$\frac{\text{ب} + \text{ل}}{\text{ل}} = \frac{\text{ب} + \text{ب} + \text{ب}}{\text{ل}} = \frac{\text{ب} \times 3}{\text{ل}} =$$

$$\frac{\text{ب} + \text{ل}}{\text{ل}} = \text{لا} \quad \text{اسی طرح}$$

$$\therefore \text{ی} = \frac{\text{دوب}(\text{ل} + 1)}{\text{ل}^2}$$

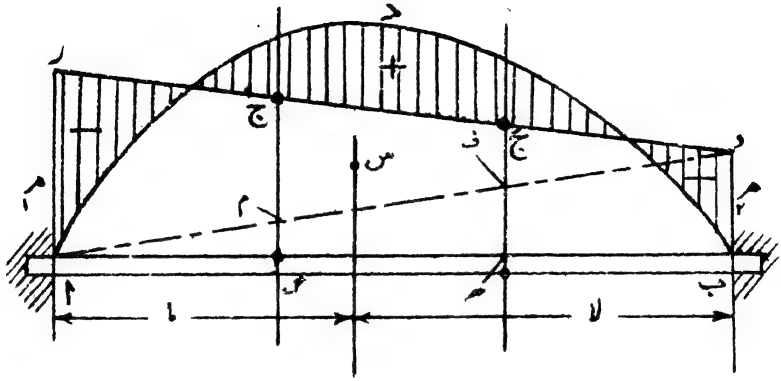
$$\text{ی} = \frac{\text{دوب}(\text{ل} + \text{ب})}{\text{ل}^2}$$

ان ضابطوں سے خصوصی نقاط ج، ج حاصل ہونگے۔

اس کا اطلاق ثابت شہتیروں پر — مود (Mohr) کے مسئلے میں ذرا ترمیم کر کے یہ اصول قائم کیا جاسکتا ہے کہ اگر کسی شہتیر پر کے خاؤ کے معیار کے نقشے کو ایک خیالی بوجھ کا نقشہ سمجھا جائے تو حاصل ہونے والی خیالی جزی قوت (X آے) سے کسی نقطے پر شہتیر کا ڈھال حاصل ہوگا۔ اس اصول کی رو سے ثابت شہتیر میں دونوں سروں پر خیالی رد عمل صفر ہونا چاہیے کیونکہ دونوں سروں پر ڈھال صفر ہے۔

شکل ۷۱ ج میں ایک ثابت شہتیر دکھایا گیا ہے جس پر کے بوجھ آزادانہ سہارے ہوئے شہتیر پر خاؤ کے معیار کا نقشہ ۱ د ب (+) پیدا ہوتا۔ سروں کی تثبیت سے منفی یا معکوس معیار مہ اور م پیدا ہوتے ہیں جن سے منفی خاؤ کے معیار کا نقشہ ۲ د ب پیدا ہوتا ہے۔ کسی نقطے پر حقیقی خاؤ کا معیار دونوں نقشوں کے فرق سے حاصل ہوگا جس کو سایہ دار دکھایا گیا ہے۔

اب ہم ثابت کریں گے کہ خط اردو دونوں خصوصی نقطوں ج اور ج میں سے گزرتا ہے۔



نقل ۱۰۶ ج

اس کے لیے خط ۱ دیکھو جس سے سکوں نقشہ دو مثلثوں اردو اور ادب میں بٹ جائیگا جن کے مرکز ہندسی تہائی خطوط پر واقع ہونگے۔  
سرے ۱ پر خیالی جزق معلوم کرنے کے لیے نقطہ ب کے گرد معیار لو۔ اس سے

$$ق \times ۱ = ۱ \times س - ۵ \times اردو کا رقبہ \times \frac{۲}{۳}$$

$$- ۵ \times ادب کا رقبہ \times \frac{۲}{۳}$$

$$= س \times ۵ - \frac{۲}{۳} \times \frac{۱}{۲} \times م_۱ \times ل - \frac{۲}{۳} \times \frac{۱}{۲} \times م_۲ \times ل$$

$$= س \times ۵ - \frac{۲}{۳} \times \frac{۱}{۲} \times (م_۱ + م_۲) \times ل \quad (۱)$$

چونکہ ق صفر ہے اس لیے

$$(۲) \quad \frac{۲}{۳} \times \frac{۱}{۲} \times (م_۱ + م_۲) \times ل = ۵ \times س$$

اسی طرح ا کے گرد معیار لینے سے یہ حاصل ہوگا:۔

$$(۳) \dots\dots\dots \frac{۱}{۲} = (۱ + ۲) \dots\dots\dots$$

اب گ ج = گ م + م ج

$$\frac{۱}{۳} + \frac{۲}{۳} =$$

$$\frac{۱}{۳} = (۱ + ۲)$$

$$\frac{۱}{۳} = \frac{۱ \times ۳}{۳} \dots\dots\dots \text{مساوات (۲) سے}$$

$$\frac{۱}{۳} = \frac{۱ \times ۳}{۳}$$

اور ربط (۴) سے یہی خصوصی نقطہ ج کی بلندی ی ہے۔

اسی طرح حاصل ہوگا کہ

$$ل ج = \frac{۱ \times ۳}{۳} = ۱$$

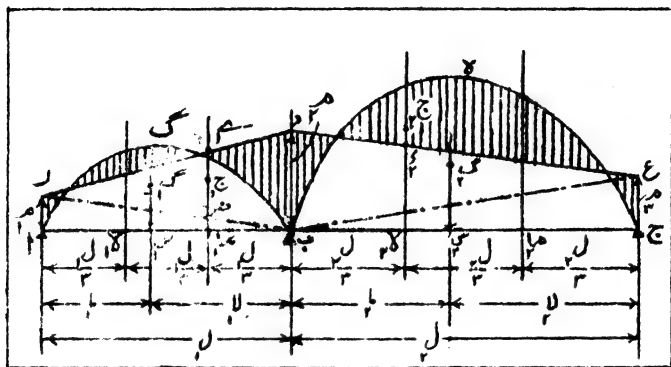
اطلاق مسلسل شہتیروں پر — فرض کر دو کہ ا، ب، ج تین

متصل سہارے ایک مسلسل شہتیر کے ہیں جس پر آزاد خاؤ کے معیار کے نقشے  
ا گ ب اور ب کا ج ہیں۔

فرض کر دو کہ فصل ل، ل، ل ہیں اور آزاد نقشوں کے رقبے س، س، س ہیں  
اور ان کے مرکز ہندسی گ، گ، گ ہیں۔

شہتیر کے تسلسل کا یہ اثر ہوگا کہ سہاروں پر معکوس معیار م، م، م، م عمل  
کرینگے اور مسلسل شہتیروں کی بحث میں ساری وقت ان ہی معکوس معیاروں کو

معلوم کرنے کی ہے۔ جوں ہی کہ یہ معلوم ہو جائیں خطوط رد اور دعوے کھینچے جاسکتے ہیں



شکل ۱۰۶ >

جن سے خاؤ کے معیار کا مکمل نقشہ حاصل ہوگا جو کہ سایہ دار دکھایا گیا ہے۔ مسلسل شہتیر میں ضروری شرط یہ ہے کہ کسی سہارے پر شہتیر کا ڈھال وہی حال ہونا چاہیے خواہ وہ ایک فصل کے ختم کے لیے محسوب کیا جائے یا دوسرے فصل کے شروع کے لیے۔

اب سہارے ب پر خیالی جزق محسوب کرو۔ یہ اس نقطہ پر کے ڈھال کے تناسب ہوگا جیسا کہ ہم دیکھ چکے ہیں۔

پہلے فصل ۱ ب کو لے کر ۱ کے گرد معیار لو۔ اس سے

$$س_۱ \times ل = س_۱ ا - ۱ ا ب کا معیار - ۵ رد ب کا معیار$$

$$= س_۱ ا - ۱ ا - \frac{ل}{۳} \times \frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۳} \times \frac{۱}{۲}$$

$$\therefore ق_۱ = \frac{س_۱ ا}{ل} - \frac{(۱ ا \times ۲)}{۳} \dots (۴)$$

اب اگر تہائی خط ما م پر خصوصی نقطہ ج ہو تو ربط (ما) سے

$$ما ج = \frac{س_۲ ا}{ل}$$

$$\text{یا } \frac{\text{س} \times \text{ل}}{\text{ل}} = \frac{\text{ما} \times \text{ج}}{\text{پ}} \times \text{ل}$$

$$\text{اور } \frac{\text{ما} \times \text{م}}{\text{پ}} = \frac{\text{ما} \times \text{ف}}{\text{پ}} + \text{ف} \times \text{م}$$

$$\frac{\text{م}^2}{\text{پ}} + \frac{\text{م}^2}{\text{پ}} =$$

اس لیے ان نتائج کو (۴) میں جمع کرنے سے

$$\text{س} = \frac{\text{ما} \times \text{ج}}{\text{پ}} \times \text{ل} - \frac{\text{ما} \times \text{م}}{\text{پ}} \times \text{ل}$$

$$= \frac{\text{ج} \times \text{م}}{\text{پ}} \times \text{ل} \dots \dots \dots (۵)$$

اب اگر فضل ج ج پر غور کیا جائے اور نقطہ ج کے گرد معیار لیے جائیں تو اسی طرح کے استہلال سے جس کی طلبہ تصدیق کریں یہ حاصل ہوگا:-

$$\text{س} = \frac{\text{ج} \times \text{م}}{\text{پ}} \times \text{ل} \dots \dots \dots (۶)$$

علامتیں اس لیے معکوس کر دی گئی ہیں کہ معیاروں کی سمت معکوس کر دی گئی ہے۔ چونکہ یہ خیالی جز نقطہ ب پر کے ڈھال کو دونوں طرف کے فاصلوں کے لحاظ سے تعبیر کرتے ہیں اس لیے مساوی ہونے چاہئیں۔ اس طرح

$$- \text{ج} \times \text{م} = \text{ل} \times \frac{\text{ج} \times \text{م}}{\text{پ}} \times \text{ل} \dots \dots \dots (۷)$$

اس سے معلوم ہوتا ہے کہ کسی سہارے کے دونوں بازوؤں کے خصوصی نقطے

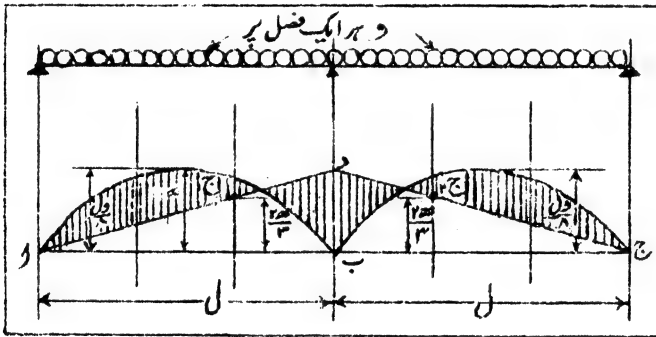
معکوس نماؤں کے معیار کے خطوط رد اور د ع کی مخالف جانبوں میں ہونگے (یعنی ایک اوپر ہوگا تو دوسرا نیچے) اور اوپر اور نیچے ان کے فاصلے فاصلوں کے معکوس تناسب میں ہونگے۔

اگر دونوں متصل فضل مساوی ہوں تو یہ حاصل ہوتا ہے کہ فاصلے ج ج م اور ج م مساوی ہونگے۔ اوپر کی بحث کسی قدر پیچیدہ معلوم ہوگی

لیکن اس طریقے کا عملاً استعمال بہت آسان ہے یہاں تک کہ پیچیدہ صورتیں بھی نقشہ کشی کے تختے پر چند آزمائشی خطوط کی مدد سے چند منٹوں میں حل کر لی جاسکتی ہیں۔ اس کے برخلاف معمولی طریقوں سے حل کرنے میں بہت دیر لگتی ہے۔  
 خصوصی نقطے کے طریقے سے غلطی زیادہ نہیں ہو سکتی خاص کر جب اس امر کو مد نظر رکھا جائے کہ مسلسل شہتیر کے نظریے میں جو مفروضات اختیار کیے گئے وہ ایسے ہیں کہ بہت زیادہ صحت کی کوشش کرنا بے سود ہے۔

## مثالیں

(۱) دو مساوی فضل مساوی طور پر لداے ہوئے (شکل ۱۷۷ ع)۔  
 یہ سادہ ترین صورت ہے جو ممکن ہے۔



شکل ۱۷۷ ع

سرے و اورج سادہ طور پر سہارے ہوئے ہیں اس لیے ان نقاط پر معکوس خاؤں کے معیار مقرر ہونگے اور معکوس خاؤں کے معیار کے خط اورج کو خصوصی نقطہ ج کے اتنا اوپر سے گزرا جائے جتنا خصوصی نقطہ ج کے نیچے سے گزرتا ہے۔  
 یہ اسی طرح ممکن ہے کہ معکوس خاؤں کے معیار کا خط خصوصی نقطوں میں سے گزرے جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔

(۲) ایک مسلسل شہتیر کے دو فصل ہیں ۴۰ فٹ اور ۲۰ فٹ اور

دونوں کے مراکزوں پر ۱۰ اٹن کا ایک بوجھ ہے۔  
 دیکھو شکل ۱۰۶۔ پہلے آزاد نماؤں کے میار کے نقشے کھینچو جو مثلث و گ ب  
 اور ب ج ہونگے۔ پہلے کا ارتفاع

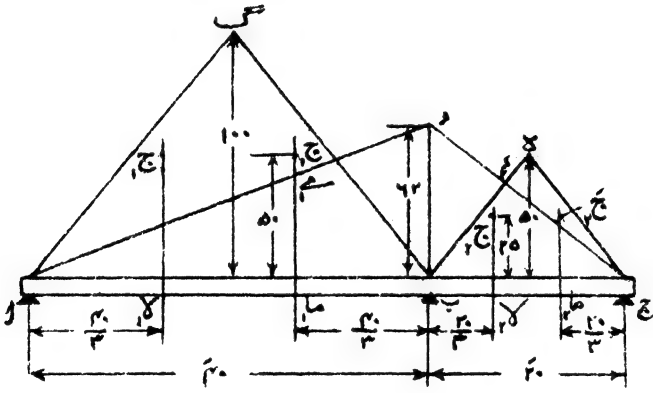
$$۱۰۰ \text{ فٹ} = \frac{۳۰ \times ۱۰}{۳}$$

اور دوسرے کا

$$۵۰ \text{ فٹ} = \frac{۱۰ \times ۲۰}{۳}$$

ہوگا۔

جیسا کہ شکل ۱۰۶ ب (۲) میں دکھایا گیا ہے مرکزی بوجھ کے شہتیر کے لیے  
 خصوصی نقاط کی بلندی ۵۰ فٹ، یعنی آزاد نماؤں کے میار کے مثلث کے ارتفاع کا  
 نصف ہوگی۔



شکل ۱۰۶

اس لیے خصوصی نقاط ج، ج کو ۵۰ فٹ ٹن کی بلندی پر اور ج، ج کو  
 ۲۵ فٹ ٹن کی بلندی پر قائم کرو۔  
 چونکہ فصل و ب فصل ب ج کا دگنا ہے اس لیے فاصلہ ج، ج، ف فاصلہ ج، ج ہے  
 کا دگنا ہونا چاہیے۔



اب چونکہ یہ معلوم ہے کہ سہاروں کے معیار کا نقشہ  $\omega$  اور ج میں سے گزرنا چاہیے اس لیے آزمائش کے طور پر  $\omega$  اور ج کو ایک ایسے نقطہ دے ملاؤ کہ یہ خط ما میں کے تہائی خط کو ج سے اُس فاصلے کے نصف کے بقدر اوپر یا نیچے قطع کرے جس کے بقدر کا نیچے تہائی خط کو ج کے نیچے یا اوپر قطع کرے۔

آزمائش کے ذریعے آخر نقطہ د حاصل ہوگا جس سے سہارے کا معیار  $\omega$  فاصلے حاصل ہوتا ہے۔

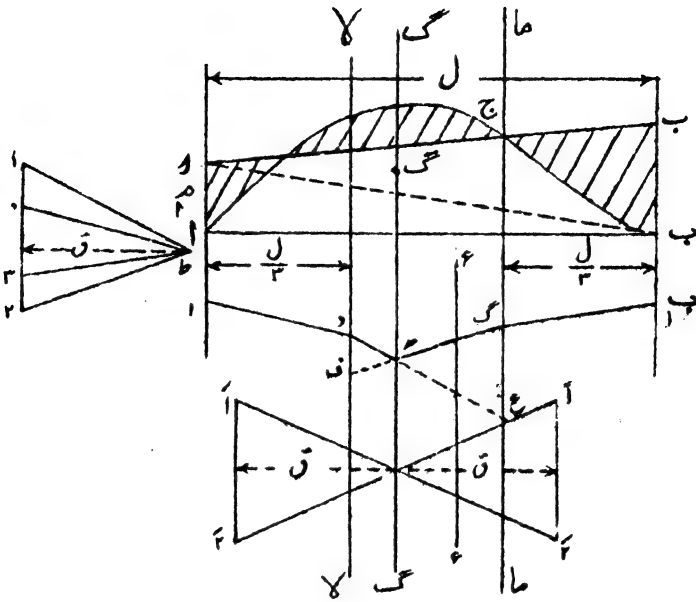
اس طریقے کا بڑا فائدہ یہ ہے کہ اس سے حاصل ہونے والے نتائج علی اغراض کے لیے کافی صحیح ہوتے ہیں اور عمل ہندسی شکل میں آنکھوں کے سامنے رہتا ہے جس کی وجہ سے غلطی بہت زیادہ نہیں ہو سکتی۔

طلب سے سفارش کی جاتی ہے کہ اس طریقے کو ان مثالوں پر آزمائیں جو تین معیاروں کے طریقے سے حل کی گئی ہیں۔

## مسلسل شہتیروں کی ترسیمی بحث

فصل بہت سے ہوں اور لداؤ بے قاعدہ ہو تو تین معیاروں کے مسئلے کا استعمال کسی قدر دقت طلب ہو جاتا ہے۔ ذیل میں ایک ترسیمی طریقہ دیا جاتا ہے جو کسی قدر پیچیدہ ہے اور اس کو سمجھانے میں دقت صرف ہوتا ہے لیکن دلچسپی سے خالی نہیں اور کارآمد ہے اور اس سے معلوم ہوتا ہے کہ ترسیمی بحث کو کس حد تک کام میں لایا جاسکتا ہے۔

مور (Mohr) کے مسئلے کی خیالی طباب پر غور کرو جو شہتیر کے لچک کے خط کو تعمیر کرتی ہے۔ یہ ایک رسیانی کثیر الاضلاع ہے جو خواؤ کے معیار کے نقشے کو لداؤ سمجھ کر اور قطبی فاصلہ  $\omega$  سے لے کر کھینچا جائے۔ کسی رسیانی کثیر الاضلاع کے پھلے اور آخری ضلع کا ڈھانچا اور محل قوتوں کی تقسیم پر بالکل منحصر نہیں ہوتے بلکہ ان تمام تقسیموں میں حاصل کی مقدار اور سمت وہی رہے۔

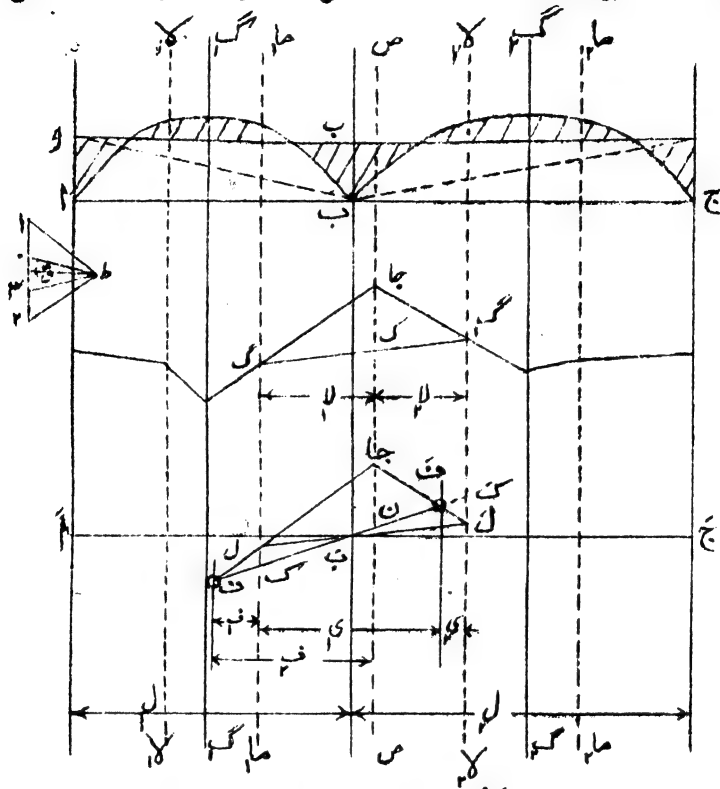


شکل ۱۰۴۔ مسلسل شہتیر۔ ترسیلی عمل

یہ بات باب ۳ کی شکل پر موجود ساخت کے سلسلے میں غور کرنے سے واضح ہو جائیگی۔

جیسا کہ آگے چل کر دکھایا جائیگا اگر سہاروں پر لچک کے خط کے تماس معلوم ہو جائیں تو سہاروں پر کے معیار معلوم ہو جائینگے۔ فرض کرو کہ ا ب (شکل ۱۰۴) ایک مسلسل شہتیر کے ایک فصل کو تعبیر کرتا ہے جس کا طول ل ہے اور فرض کرو کہ اس پر کے لہاؤ کے آزاد خاؤ کے معیار کا نقشہ ا ج ب ہے اور ا و اور ب سہاروں کے معیاروں م و اور م ب کو تعبیر کرتے ہیں۔ اگر نقشہ ا ج ب کا مرکز ہندسی گ ہو تو انتصابی خط گ گ کو مرکز ہندسی کا انتصابی خط کہا جاتا ہے، اور اگر سہاروں کے معیاروں کے نقشے کو دو مثلثوں ا و ب اور ب و ب میں تقسیم کیا جائے تو ان مثلثوں کے رقبہ دائیں اور بائیں ثلث کے خطوط لا لا اور ما ما میں مل کر نیچے۔ اب لچک کا خط

معلوم کرنے کے لیے خاؤ کے معیار کے حقیقی منحنی کو منفرد قوتوں میں بدل دو جو



شکل ۱۰۱۔ مسئل شہید۔ ثابت نقطہ

خطوط گ، لا، ما، میں اوپر یا نیچے کو عمل کریں۔

ایک سمتی خط پر حسب ذیل قائم کرو:-

۲۰ = آزاد خاؤ کے معیار کے نقشے ا ج ب کا رقبہ = س

۱۰ = مثلث ا ب کا رقبہ = س

۳۲ = ا ب ج = س

پھر اگر قطبی فاصلہ ق = آ سے پر قطب ط لے کر (ط، ب) کے متوازی ا د،  
(ط، ا) کے متوازی د ه، (ط، ه) کے متوازی ه گ، اور (ط، گ) کے  
متوازی گ ب کھینچا جائے تو د ه اور ه گ وسطی ضلع کہلاتے ہیں،

اور ا د اور گ ب سہاروں پر کے ماس ہو گئے۔  
اب ہمارے مسئلے میں ہم کو نقاط ۰ اور ۳ کے محل معلوم نہیں اور ان کے محل معلوم ہو جائیں گے اگر وسطی ضلع معلوم ہو جائیں۔ اس لیے سوال ان وسطی ضلعوں کے معلوم کرنے کا رہ جاتا ہے۔

مرکز ہندی میں کے انتصابی خط گ گ کے دونوں طرف فاصلہ ق پر خطوط کھینچو اور ان پر طول  $۲۱ = ۲۰$  قائم کرو اور سروں کو چلیے وار ملاؤ۔ یہ مرکز ہندی میں کے انتصابی خط پر تقاطع کریں گے۔ یہ خطوط چلیپائی خطوط کہلاتے ہیں۔

اب کوئی انتصابی خط ۶ ۷ کھینچو۔ تب صریحاً اس انتصابی پر وسطی ضلعوں اور چلیپائی خطوط سے مساوی مقلوبے بنیں گے۔ اس سے لازم آتا ہے کہ اگر ایک وسطی ضلع پر ایک نقطہ معلوم ہو جائے تو دوسرے وسطی ضلع پر اس سے انتصاباً نیچے کا نقطہ معلوم ہو جائیگا۔

اب فرض کرو کہ اس فصل کا دایاں وسطی ضلع متصل فصل کے بائیں وسطی ضلع سے نقطہ جا پر ملتا ہے جو انتصابی خط ص ص پر واقع ہے (شکل ۷۸)۔  
اب مثلثات گ جاک اور ط ۳۶۲ پر غور کرو۔

$$\frac{لا}{ق} = \frac{جاک}{۳۶۲}$$

$$\therefore ق \times جاک = لا \times ۳۶۲$$

$$= لا \times رقبہ ا ب$$

$$= \frac{مب ل}{۲} \times لا$$

اسی طرح مثلث گ جاک پر غور کرنے سے

$$ق \times جاک = \frac{مب ل}{۲} \times لا$$

جہاں ل متصل فصل کا طول ہے۔

$$\therefore \frac{ل}{ل} = \frac{ل}{ل}$$

$$\text{نیز } \frac{ل}{ل} + \frac{ل}{ل} = \frac{ل}{ل} = \frac{ل}{ل} (ل + ل)$$

$$\therefore \frac{ل}{ل} = \frac{ل}{ل}$$

$$\frac{ل}{ل} = \frac{ل}{ل}$$

∴ ص ص انتصابی ماما سے فاصلہ  $\frac{ل}{ل}$  پر ہوگا، اور اس

محاذ سے اس کو مقلوب تشلیشی خط کہتے ہیں۔

”ثابت نقطوں“ کی دریافت — فرض کرو کہ اب ج (شکل ۵۸)

ایک مسلسل شہتیر کے متصل فصل ہیں۔ تشلیشی خطوط کھینچو جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ فرض کرو کہ یہ معلوم ہے کہ فصل اب کا دایاں وسطی ضلع ایک ثابت نقطہ ف میں سے گزرتا ہے۔ فرض کرو کہ یہ وسطی ضلع مقلوب تشلیشی خط ص ص کو جا پر اور تشلیشی خط ماما کو ل پر قطع کرتا ہے۔ تب ل ب ایک سہارے کا ماس ہونا چاہیے۔ ل ب کو خارج کر کے فصل ب ج کے پہلے تشلیشی خط سے ل پر ملنے دو۔ تب جا ل دایاں وسطی ضلع ہوگا۔ ف ب کو خارج کر دو اور جا ل سے ف پر ملنے دو۔ تب ف دوسرے فصل کے وسطی ضلعوں پر ایک ثابت نقطہ ہوگا اس کا ثبوت یہ ہے۔

فرض کرو کہ ف میں کا انتصابی خط تشلیشی خطوط سے فاصلوں ی، ی پر ہے۔ تب چونکہ مثلثات ف ب جا اور ف ک ل مشابہ ہیں۔

$$\therefore \frac{\text{جان}}{\text{ک ل}} = \frac{ف - ی}{\frac{ل}{ل}} \dots \dots \dots (۱)$$

اور چونکہ مثلثات ب ک ل اور ب ک ل مشابہ ہیں۔

$$\therefore \frac{\text{ک ل}}{\text{ک ل}} = \frac{ل}{ل} \dots \dots \dots (۲)$$

نیز مثلثات فلک اور ف جان مشابہ ہیں۔

$$\therefore \frac{\text{کل}}{\text{جان}} = \frac{\text{ف}}{\text{ف}} \dots \dots \dots (۳)$$

(۱) (۲) (۳) کو اکٹھے ضرب دینے سے

$$1 = \frac{\text{ی} - \frac{1}{3} \text{ل}}{\text{ی}} \times \frac{\text{ف}}{\text{ف}} \times \frac{\text{ل}}{\text{ل}}$$

$$\therefore \frac{\text{ی} - \frac{1}{3} \text{ل}}{\text{ی}} = \frac{\text{ل ف}}{\text{ل ف}}$$

$$\text{نیز ی + ی} = \frac{\text{ل} + \text{ل}}{۳}$$

$$\therefore \text{ی} - \frac{1}{3} \text{ل} = \text{ی} + \frac{1}{3} \text{ل}$$

$$\therefore \frac{\text{ی} - \frac{1}{3} \text{ل}}{\text{ی}} = \frac{\text{ی} + \frac{1}{3} \text{ل}}{\text{ی}}$$

$$\therefore \frac{\text{ل}}{۳ \text{ی}} = 1 + \frac{\text{ل ف}}{\text{ل ف}}$$

$$\therefore \text{ی} = \frac{\frac{1}{3} \text{ل ل ف}}{\text{ل ف} + \frac{1}{3} \text{ل}} = \text{مستقل}$$

∴ ف ایک ثابت نقطہ ہے۔

اس طریقے سے متعدد ثابت نقاط مختلف فصول پر معلوم کیے جاسکتے ہیں جیسا کہ آگے چل کر اور سمجھا جائیگا۔

سروں کے فصول میں ثابت نقطہ اس طرح معلوم کیا جاتا ہے :-

صورت (۱) آزادانہ سہارا ہوا سر ۱ — سرے کا معیار

یہاں صفر ہونا چاہیے اس لیے سہارے کا ماس اور وسطی ضلع ہم خط ہونے چاہیے

اس طرح آپہلا ثابت نقطہ ہے۔

صورت (۲) دسہستہ یا ثابت سرا — سہارے کا ماس افقی ہے  
اس لیے پہلا ثابت نقطہ وہاں ہوگا جہاں آ میں کا افقی خط پہلے تثلیثی خط کو  
قطع کرے۔

کسی دی ہوئی صورت کے لیے ترسیمی عمل — اب ہم خاؤ کے

معیار کا نقشہ حاصل کرنے کا عمل حاصل کر سکتے ہیں جو حسب ذیل ہوگا:۔

آزاد خاؤ کے معیار کا نقشہ، تثلیثی خطوط، مقلوب تثلیثی خطوط اور مرکز ہند  
میں کے انتصابی خطوط کھینچو۔ شکل ۱۰۹ میں تین فصل کا ایک مسلسل شہتیر دکھایا گیا ہے  
جس کا ایک سرا آزادانہ سہارا ہوا ہے اور دوسرا ثابت ہے۔ لا لا بائیں تثلیثی خط  
کو، ماس آ دائیں تثلیثی خط کو، ص ص مقلوب تثلیثی خط کو، اور گ گ  
مرکز ہندسی میں کے انتصابی خطوط کو تعبیر کرتے ہیں۔

اب چلیپائی خطوط کا غنڈ کے پائین میں کھینچو۔ یہ خطوط اس طرح حاصل  
ہونگے کہ مرکز ہندسی میں کے انتصابی خطوط کے دونوں طرف آ آ سے کو تعبیر  
کرنے والے فاصلے سے کسی مناسب کسری فاصلے پر انتصابی خطوط کھینچے جائیں  
اور ان پر آزاد خاؤ کے معیار کے معنی کے رقبے س، س، وغیرہ قائم کیے جائیں۔  
(آ آ سے کا پیمانہ وہی ہوگا جو رقبوں کا ہو۔ اگر بہاروں کے صرف معیار مطلوب ہوں انفرادی  
نہ ہوں اور آ آ سے کی قیمت ہر ایک فصل کے لیے وہی ہو تو آ آ سے کو محسوب  
کرنے کی ضرورت نہیں۔ اور کوئی مناسب قطبی فاصلہ لیا جاسکتا ہے۔

چلیپائی خطوط کے تقاطع ط، ط، ط ہیں۔

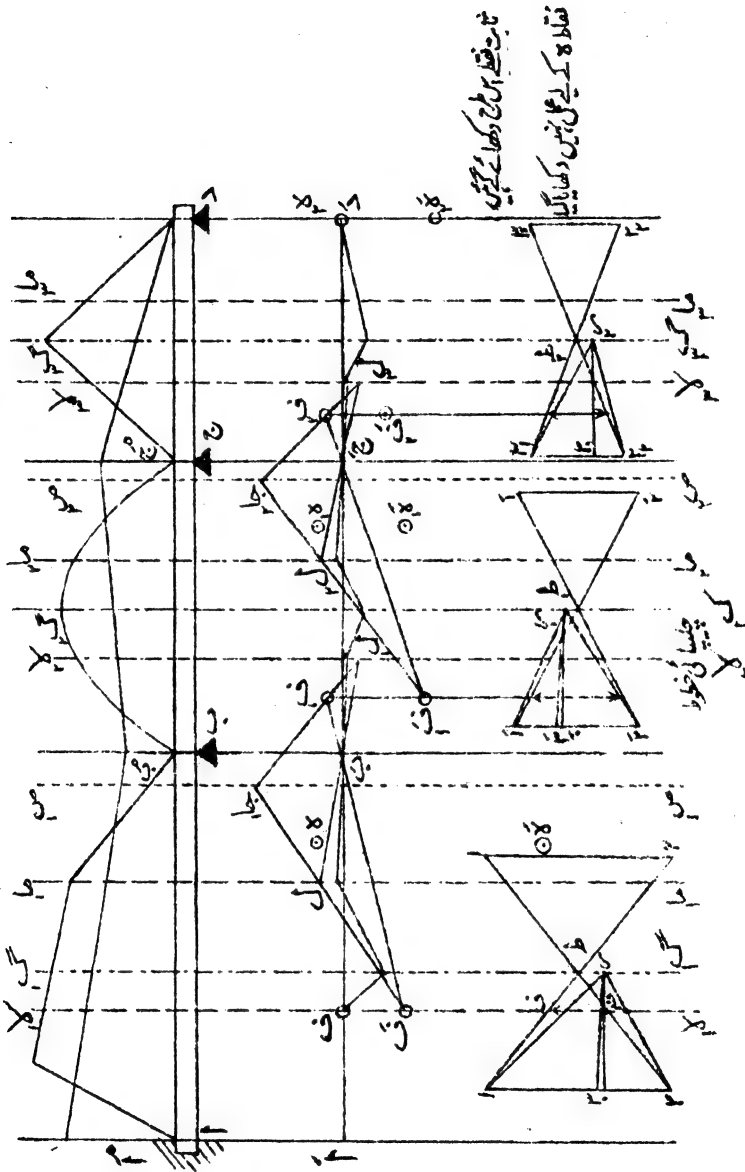
اب ثابت نقطہ معلوم کرو۔ سرا ثابت ہے اس لیے پہلا ثابت نقطہ

ہوگا۔ اب چلیپائی خطوط کے درمیان کے مقطوعے ف ف کے مساوی ف ف

قائم کرو اور مقلوب تثلیثی خط تک کوئی خط ف ف کھینچو جو ماس کو ل پر قطع کرے۔

ل ل کو ملاؤ اور خارج کر کے تثلیثی خط لا لا سے ل پر ملنے دو۔ تب ل ل

اور ف ف کے تقاطع سے دوسرے فصل کا ثابت نقطہ ف حاصل ہوگا۔



شکل ۱۵۰۔ تین فصل کے مسلسل شعبہ کی ترسیلی صورت



پھر یہی عمل دہرایا جائے جیسا کہ شکل میں کیا گیا ہے تو نقطے 'ف'، 'ف'، 'ف' حاصل ہونگے۔ اب دوسرے سرے سے چلو۔ یہ آزادانہ سہارا ہوا ہے اس لیے جیسا کہ ہم بتا چکے ہیں پہلا ثابت نقطہ کم نقطہ ذ پر ہی واقع ہوگا۔ پھر چلیپائی خطوط کے ذریعے متناظر ثابت نقطہ کم حاصل کرو۔ اور پھر نقاط 'ف' کے لیے جو عمل کیا گیا اس کو دہرانے سے ثابت نقاط 'ف'، 'ف'، 'ف' حاصل ہونگے۔ اب وسطی اضلاع اور سہاروں پر کے ماس کمیونج لو۔ عمل کی صحت کی جانچ دو طرح سے ہو سکتی ہے :-  
(۱) وسطی اضلاع مراکز ہندسی میں کے انقضابی خطوط پر ملنے چاہئیں۔  
(ب) متصل وسطی ضلع ملائے جائیں تو ان کو سہاروں کے نقاط میں گزرنا چاہیے۔

اب چلیپائی خطوط پر کے نقاط ۱، ۲، وغیرہ سے سہاروں پر کے ماسوں کے متوازی خطوط کھینچو اور قطب 'س'، 'س'، 'س' حاصل کرو اور پھر وسطی ضلعوں کے متوازی خطوط کھینچو جس سے نقاط ۱، ۲، وغیرہ حاصل ہونگے۔ تب

$$\frac{1' \times 2}{L} = M$$

اور اسی طرح۔ اب سہاروں کے معیار قائم کرو۔ اس طرح حقیقی خاؤ کے معیار کا نقشہ حاصل ہو جائیگا۔

مسلل شہتیر کے سہاروں کے معیار معلوم کرنے کا ایک اور لحاظ یہ بھی طریقہ جو پروفیسر کلیکسٹن فنڈلہ نے وضع کیا ہے اور ان کی کتاب پل کی تعمیر میں موجود ہے۔

### مسلل شہتیروں کے فوائد اور نقصانات — مسلل شہتیروں کے

خاؤ کے معیاروں کے نقشے دیکھنے سے معلوم ہوگا کہ اعظم خاؤ کا معیار کم ہوتا ہے یہ نسبت اس کے کہ ان ہی فصلوں پر سادہ سہارے ہوئے شہتیر علیحدہ رکھ دیے جاتے (سوائے اس صورت کے کہ دو مساوی فصل یکجاں لہے ہوئے ہوں اور اس صورت میں مسلل شہتیر اور علیحدہ شہتیروں کے اعظم معیار مساوی ہوتے ہیں)

اور یہ کہ اعظم معیار پیل پاویں پر واقع ہوتے ہیں۔ مسلسل شہتیروں کے بڑے نقائص جو بیان کیے جاتے ہیں یہ ہیں۔

(ا) تمام سہاروں کے ایک ہی سطح میں رہنے کا یقین نہیں کیا جاسکتا۔  
(ب) زور محسوب کرنے کے طریقے میں شہتیر کی تراش کو یکساں فرض کیا گیا ہے۔ یہ کفایت کے منافی ہے۔

حکم لکریٹ میں یہ نقائص اب پیش نہیں کیے جاتے اور حکم لکریٹ کے شہتیر تقریباً ہمیشہ مسلسل بنائے جاتے ہیں۔

(و) کے متعلق کم از کم متدد اشیاء میں مصنف کا خیال ہے کہ اگر لیول کسی قدر بدل بھی جائیں تو شہتیر میں ان نئے حالات کی مناسبت سے ایک مستقل خم پیدا ہو جائیگا اور زور اپنی آپ ترتیب کر لینگے۔

(ب) کے متعلق اکثر ماہرین کا خیال ہے کہ اس طرح جو غلطی واقع ہوگی وہ اتنی بڑی نہیں ہوگی کہ حسابات کو غلط ٹھہرائے۔

یہ دونوں نقائص اس طرح دور ہو سکتے ہیں کہ نقاط افطاف پر شہتیر کو

قطع کر دیا جائے اور وسطی حصوں کو سہاروں پر کے حصوں یا برآمدہ بریموں پر

ٹکایا جائے۔ برآمدہ بریمی گرڈ ریل کا یہی اصول ہے اور بڑے فضل کے پولوں میں

کا میاب ثابت ہوا ہے۔ فصل بڑا ہو تو شہتیر کے ذاتی وزن کا اضافی اثر زیادہ

ہوتا ہے یہاں تک کہ ایک فصل ایسا آتا ہے جس پر سادہ سہارے ہوئے شہتیر کا

استعمال ناممکن ہو جاتا ہے کیونکہ اس کے ذاتی وزن سے پیدا ہونے والے

زور جائزہ زور کی حد سے بڑھ جاتے ہیں۔ برآمدہ بریمی گرڈ ریل کی صورت میں

اعظم معیار سہاروں پر آتا ہے اور ان مقامات پر خاگو کا میار بڑھائے بغیر

مضبوطی کو بڑھانا آسان ہے۔ اس کی بہترین مثالوں میں سے ایک

فوری تھ (Forth) کا پل ہے جس کا بیان بہت سبق آموز اور دلچسپ ہوگا

اور جن طلبہ کو بڑے فضل کے پولوں کی تجویز میں دلچسپی ہو وہ اس کا مطالعہ کریں۔

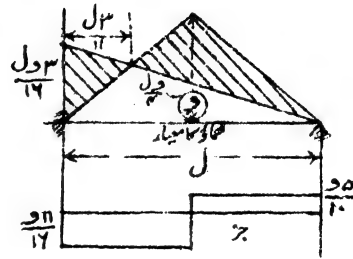
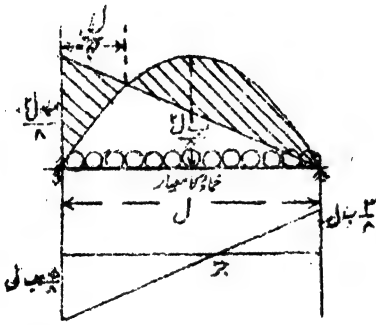
موافق حالات کے تحت مسلسل شہتیروں کا استعمال بڑی کفایت کا موجب

ہوتا ہے لیکن برطانوی مجوز ان کے عام نقصانات کا خیال کر کے عام طور پر

ان کا استعمال نہیں کرتے۔

شہتیر جو ایک سرے پر ثابت اور دوسرے سرے پر آزادانہ سہارے

ہوئے ہوں — اگر ایک شہتیر کا ایک سر ثابت اور دوسرا آزادانہ سہارا ہوا ہو تو خاؤ کے میعار اور جز کے نقشے وہی ہونگے جو ایک ایسے مسلسل شہتیر کے نصف کے ہوتے جس کے دو مساوی فضل ہوں اور لداؤ اسی طرح کا ہو جس طرح کا زیر بحث شہتیر میں ہے۔



شکل ۱۱۱۱ شہتیر جو ایک سرے پر ثابت اور دوسرے سرے پر سہارے ہوئے ہوں

اس کی وجہ یہ ہے کہ سرے کو ثابت کرنے سے وہ افقی ہو جاتا ہے اور مساوی فاصلوں اور ایک جیسے لداؤ کے دو فاصلوں کے شہتیر کے وسطی سہارے پہی ہوتا ہے۔ ذیل کی دو معیاری صورتوں پر غور کرنے سے یہ واضح ہو جائیگا۔  
(ا) ایک سر ثابت، دوسرا آزادانہ سہارا ہوا، بوجھ یکساں۔  
اس صورت میں خاؤ کے میعار اور جز کے نقشے وہی ہونگے جو اس مسلسل شہتیر کے ایک فضل کے تھے جس پر ہم نے سب میں پہلے غور کیا ہے۔ یہ نقشے شکل ۱۱۱۱ میں دکھائے گئے ہیں۔

(ب) ایک سر ثابت، دوسرا آزادانہ سہارا ہوا، بوجھ مرکزی۔  
فرض کرو کہ مرکزی بوجھ وہ ہے اور فضل L ہے۔

تب، اگر ب ثابت سر ہو اور ۱ آزادانہ سہارا ہو، اور آ خیالی آزادانہ سہارا ہو  
سراجو ثابت سرے کے دوسری جانب ہے تو تین میاروں کے مسئلے سے

$$م_۱ ل + ۲ م_۲ (ل + م_۱) = م_۱ ل + \left\{ \frac{ل}{۱۶} \times \frac{ل}{۲} \times \frac{ل}{۳} + \frac{ل}{۱۶} \times \frac{ل}{۲} \times \frac{ل}{۳} \right\}$$

$$\text{اس میں } م_۱ = م_۲ = ۰$$

$$\therefore ۲ م_۲ \times ل = \left\{ \frac{ل}{۱۶} + \frac{ل}{۱۶} \right\} \times ل$$

$$\therefore م_۲ = \frac{۳ ل}{۱۶}$$

اس طرح خاؤ کے میار کا نقشہ شکل ۱۱۱ کے مطابق ہوگا۔  
جز کا نقشہ حاصل کرنے کے لیے پہلے رد عمل معلوم کرو۔

$$م_۱ = \frac{۲}{۲} + \frac{م_۲ - م_۱}{ل}$$

$$= \frac{۳ ل}{۱۶} - \frac{۲}{۲}$$

$$= \frac{۵ ل}{۱۶}$$

$$\therefore م_۱ = \frac{۵ ل}{۱۶}$$

جز کا نقشہ وہ ہوگا جو شکل میں دیا گیا ہے۔

ہم اس باب کو ختم کرنے سے پہلے ثابت اور مسلسل شہتیروں کی  
چند اور مثالیں حل کریں گے۔

## حل شدہ مثالیں

(۱) ایک شہتیر جس کا فضل ۲۰ فٹ ہے ایک سرے پر در بستہ ہے اور دوسرے سرے سے ۵ فٹ کے فاصلے پر سہارا لگیا ہے۔  $\frac{1}{4}$  ٹن فی طولی فٹ کے یکساں بوجھ کے لیے خماڑ کے معیار اور جنر کے نقشے کھینچی۔

فرض کرو کہ شہتیر اب ہے (شکل ۱۱۲) جو سرے پر ثابت ہے اور نقطہ ج پر سہارا لگیا ہے۔

شہتیر کا حصہ ب ج ایک برآمدہ بیرم کی طرح ہے اس لیے ج پر خماڑ کا معیار  $\text{م} = \frac{5 \times 5}{4} \times \frac{1}{4} = 4525$  فٹ ٹن

ا پر معیار معلوم کرنے کے لیے ایک خیالی فصل ا ج مانو جو بالکل ا ج کے مشابہ ہے اور دیوار کے اندر ہے۔

تب تین معیاروں کے مسئلے سے

$$\text{م} \times 15 + 2 \text{ م} + (15 + 15) = 15 \times \frac{1}{8} = (15 + 15)$$

$$\text{لیکن } \text{م} = \text{م} = 4525$$

$$\therefore 40 \text{ م} + 4525 \times 30 = \frac{1}{8} (15 \times 2)$$

$$\therefore 2 \text{ م} + 1250 = \frac{15}{4}$$

$$\therefore 2 \text{ م} = \frac{15}{4} - 1250$$

$$= 54525 - 1250 = 53275$$

∴  $m = 1.59 \text{ ٹن تقریباً}$   
 اس طرح خماؤ کے معیار کا نقشہ وہ ہوگا جو شکل میں دیا گیا ہے۔ ج پر کا رد عمل معلوم کرنے کے لیے بالکل مسلل شہتروں کا سا عمل کرتے سے

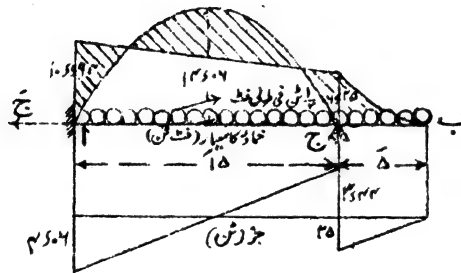
$$s_j = \frac{m}{5} - \frac{m}{15} + \frac{1}{4} \times \frac{5}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{15}{4} =$$

$$= 3565 - 931 + 1250 + 1525 =$$

$$= 3522 + 250 =$$

$$= 599 \text{ ٹن}$$

اس طرح جز کا نقشہ وہ ہوگا جو شکل میں دیا گیا ہے۔



شکل ۱۱۱

(۲) ایک بیل ہوئی کڑی ایک سرے پر مضبوطی کے ساتھ در بستہ ہے اور دوسرا سارا ڈھلے سرے کے ایک ستون کے اوپر آزادانہ ٹکا ہوا ہے۔ کڑی کا فضل ۱۲ فٹ ہے اور اس پر ستون سے ۱۲ فٹ کے فاصلے پر ۱۰ ٹن کا ایک اکیلا بوجھ ہے۔ ستون کا رد عمل معلوم کرو اور خماؤ کے معیار اور جز کے نقشے کھینچی۔ (بی ایس لندن ۱۹۰۶ء)۔



$$۲۴۰ \times ۴ = \frac{۲۸ \times ۲۴۰ \times ۲ \times ۶}{۱۶ \times ۳} = ۶۴ \text{ م}$$

$$\frac{۲۱۰}{۸} = \frac{۲۴۰ \times ۴}{۶۴} = ۱$$

$$۲۴۵۲۵ = \text{فٹ ٹن}$$

آزادانہ سہارے ہوئے شہر کی صورت میں ب کار و عمل

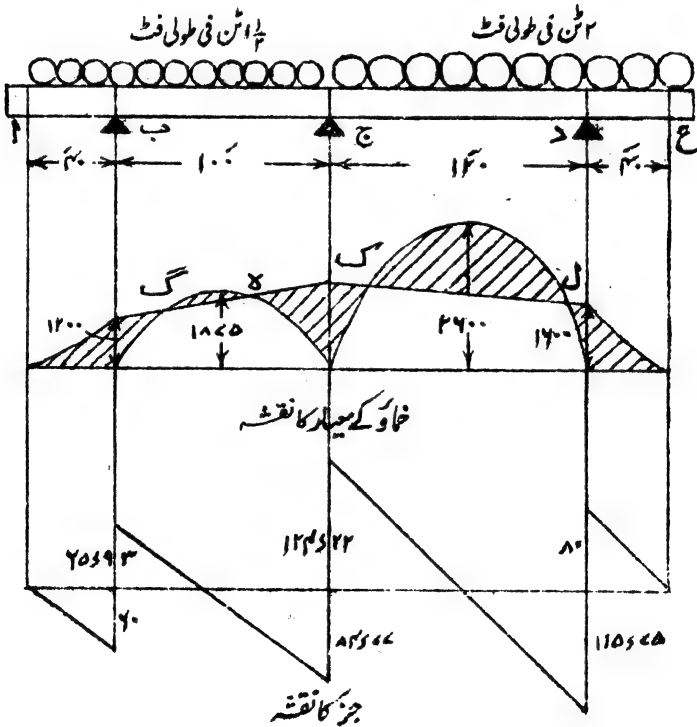
$$۲۵۵ = \frac{۳ \times ۱۰}{۱۶} = ۱$$

∴ موجودہ صورت میں سب = ب + م - ل

$$\frac{۲۴۵۲۵ - ۰}{۱۶} + ۲۵۵ =$$

$$۱۵۶۴ - ۲۵۵ =$$

$$۵۸۹ = \text{فٹ ٹن}$$





(۳) ایک مسلسل گرڈر دو نامساوی فصول پر مشتمل ہے جن کے طول ۱۰۰ فٹ اور ۲۰ فٹ ہیں۔ گرڈر کا طول ۳۰۰ فٹ ہے اور دونوں سروں پر براؤنچتہ ہے اور لداؤ وہ ہے جو شکل میں دکھایا گیا ہے (شکل ۱۱۴)۔ خاؤ کے معیار اور جنہ کے نقشہ کھینچی اور نقاط الغطاف اور سہاروں کی قوتوں کی مقدار دکھاؤ ربی۔ ایسی سی لندن ۱۹۰۰ء میں اس صورت میں سروں کے حصے اب اور د ع برآمدہ بریم ہیں۔

$$\therefore \text{مب} = \frac{۲۰ \times ۱ \frac{۱}{۴} \times ۲۰}{۲} = ۱۲۰۰ \text{ فٹ ٹن}$$

$$\text{مچ} = \frac{۲۰ \times ۲ \times ۲۰}{۲} = ۱۶۰۰ \text{ فٹ ٹن}$$

فصل ب ج کے لیے آزاد خاؤ کے معیار کا نقشہ ایک مکافہ ہوگا

$$\text{جس کا اعظم معین} = \frac{۱۰۰ \times ۱۰۰ \times ۱ \frac{۱}{۴}}{۲} = ۱۸۷۵ \text{ فٹ ٹن}$$

فصل ج د کے لیے آزاد خاؤ کے معیار کا نقشہ ایک مکافہ ہوگا

$$\text{جس کا اعظم معین} = \frac{۱۲۰ \times ۱۲۰ \times ۲}{۲} = ۳۶۰۰ \text{ فٹ ٹن}$$

تب تین معیاروں کے مسئلے سے

$$۱۰۰ \text{ مب} + ۲ \text{ مچ} = (۱۲۰ + ۱۰۰) + ۱۲۰ = ۳۴۰ \text{ مچ} = \frac{۱}{۲} (۱۲۰ \times ۲ + ۱۰۰ \times ۱ \frac{۱}{۴})$$

$$\text{یعنی } ۱۲۰۰۰ + ۲۴۰۰۰ = ۱۹۲۰۰۰ + ۲۴۰ \text{ مچ}$$

$$۹۲۰۰۰ = ۲۴۰ \text{ مچ}$$

$$\text{مچ} = ۲۱۰۰ \text{ فٹ ٹن تقریباً}$$

اب رد عملوں کو دیکھو۔

$$\text{کپ} = \frac{\text{مب} - \text{مچ}}{۱۰۰} + ۱\frac{۱}{۲} \times ۱۰۰ \times \frac{۱}{۲} + \frac{\text{مب} - \text{م}}{۱۰۰} + ۱\frac{۱}{۲} \times ۲۰ \times \frac{۱}{۲}$$

$$۹۶۰۶ - ۷۵ + ۲۰ + ۲۰ =$$

$$۹۵۶۹۳ + ۶۰ =$$

$$\text{ٹن } ۱۲۵۶۹۳ =$$

$$\text{کچ} = \frac{\text{مچ} - \text{م}}{۱۲۰} + ۱۲۰ \times ۲ \times \frac{۱}{۲} + \frac{\text{مب} - \text{م}}{۱۰۰} + ۱\frac{۱}{۲} \times ۱۰۰ \times \frac{۱}{۲}$$

$$۲۶۲۲ + ۱۲۰ + ۹۶۰۶ + ۷۵ =$$

$$۱۲۳۶۲۲ + ۸۲۶۰۶ =$$

$$\text{ٹن } ۲۰۸۶۲۹ =$$

$$\text{کد} = \frac{\text{م} - \text{مچ}}{۲۰} + ۲۰ \times ۲ \times \frac{۱}{۲} + \frac{\text{م} - \text{م}}{۱۲۰} + ۱۲۰ \times ۲ \times \frac{۱}{۲}$$

$$۲۰ + ۲۰ + ۲۶۲۲ - ۱۲۰ =$$

$$۸۰ + ۱۱۵۶۸ =$$

$$\text{ٹن } ۱۹۵۶۸ =$$

محل حج ۵۳۰ ٹن

اس طرح جز کے نقشے شکل کے مطابق حاصل ہونگے۔ اور نقاط

گ، ۷، ۸، ل نقاط انعطاف ہیں۔

(۴) ایک مسلسل شہتیر کا مجموعی طول ل ہے اور اس کے

تین فصل ہیں اور اس پر بوجھ یکساں ہے۔ فصلوں کا سبب میں

زیادہ باکفایت انتظام معلوم کرو۔

تشاکل سے لازم آتا ہے کہ بہترین انتظام میں سروں کے فصل

مساوی ہوں۔ فرض کرو کہ ان میں سے ہر ایک طول ل ہے اور وسطی فصل کا طول

ل (شکل ۱۱۱)۔ تب

$$ل = ل_۱ + ل_۲$$

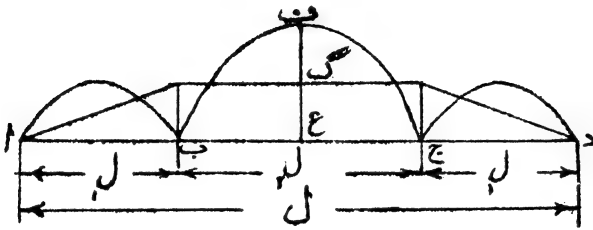
اب تین معیاروں کے مسئلے سے

$$م_۱ ل_۱ + م_۲ ل_۲ = م_۳ (ل_۱ + ل_۲) = م_۳ ل$$

تشاکل سے  $م_۳ = م_۱ + م_۲$

اور  $م_۳ = م_۱ + م_۲$

$$\therefore م_۳ (ل_۱ + ل_۲) = م_۱ ل_۱ + م_۲ ل_۲$$



شکل ۱۱۴

ہم کو  $ل$  اور  $ل_۱$  کا وہ ربط مطلوب ہے جس سے  $م_۱$  اقل ہو اور پھر اس کا الجینان کرنا ہو گا کہ  $م_۱$  درمیانی خاؤ کے معیاروں سے زیادہ ہے۔ اس ربط سے سب میں زیادہ با کفایت انتظام حاصل ہو گا۔

$$\frac{م_۱ (ل_۱ + ل_۲)}{(ل_۱ + ل_۲)} = م_۱$$

$$ل_۱ = ل - ل_۲$$

لیکن

$$\frac{م_۱ \{ل_۱ + (ل - ل_۱)\}}{(ل_۱ + ل - ل_۱)} = م_۱$$

یہ اقل ہو گا جب کہ  $\frac{م_۱}{ل_۱} =$

$$\text{یعنی } \frac{(\text{ل}^3 - \text{ل}^2 \text{ل} + \text{ل}^2 \text{ل} - \text{ل}^3)}{(\text{ل}^3 - \text{ل}^2 \text{ل})} =$$

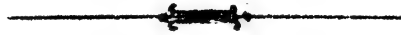
$$\text{یا } (\text{ل}^3 - \text{ل}^2 \text{ل}) - (\text{ل}^2 \text{ل} + \text{ل}^2 \text{ل} - \text{ل}^3)$$

$$= (\text{ل}^3 - \text{ل}^2 \text{ل} + \text{ل}^2 \text{ل} - \text{ل}^3)$$

$$\text{یا } \text{ل}^3 - \text{ل}^3 = 0$$

اس مساوات کا حل ترسیم کے ذریعے  $\text{ل} = 35$  پایا جائیگا۔

اس طرح دیکھو سہاروں کے معیاروں کی اقل قیمت اس وقت واقع ہوتی ہے جبکہ سروں کا ہر ایک فصل 35 ل ہو اور وسطی فصل 3 ل ہو جو وہ صورت میں درمیانی خاک کے معیار سہاروں کے معیاروں سے کم ہیں۔ اس طرح یہ انتظام سب میں زیادہ باکفایت ہے۔



## دسواں باب

### شہتیروں میں جزی زوروں کی تقسیم

جب کوئی شہتیر منصرف ہوتا ہے تو اس کے ہر نقطے پر ایک افقی جزی زور ہوتا ہے جو ایک پرت پر سے دوسری پرت کے پھسلنے کو روکتا ہے۔ ہم یہ دکھا چکے ہیں (صفحہ ۱۵) کہ لچکدار شے میں ایک جزی زور کے ساتھ ایک مساوی حدت کا جزی زور اس کے علی القوالم ہمیشہ پایا جاتا ہے۔ اس طرح دیکھو شہتیر کی صورت میں کسی نقطے پر افقی اور انتصابی جزی زوروں کی حدتیں کسی نقطے پر مساوی ہونگی۔ اب کسی انتصابی تراش پر مجموعی جزی قوت اس جزی قوت کے مساوی ہونی چاہیے تو محو شدہ ابواب کی طرح شہتیر کی قوتوں پر غور کرنے سے حاصل ہو۔ لیکن زور کی حدت تراش کے اندر یکساں نہیں ہوگی۔ اس طرح جزی قوت ج کو تراش کے رقبہ ب سے تقسیم کرنے سے جیسا کہ عام طور پر کیا جاتا ہے، اعظم جزی زور نہیں حاصل ہوگا۔

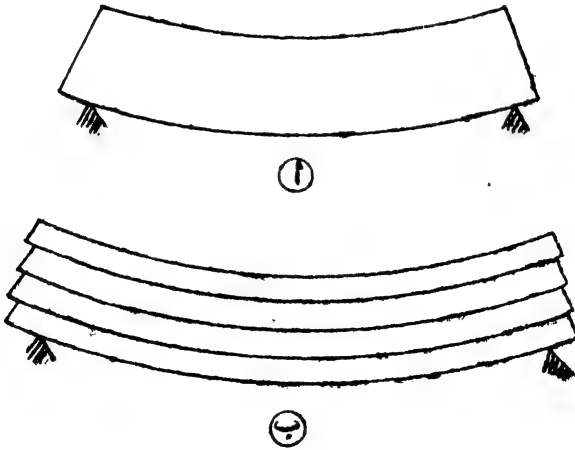
افقی جزی زور کی موجودگی ذیل کے تجربے سے نظر آ سکتی ہے۔

شکل ۱۱۱ میں ایک چھوٹا شہتیر دکھایا گیا ہے جو کسی بوجھ کے تحت

۱۵۔ ہم اس بحث میں فرض کر چکے کہ شہتیر افقی ہے۔ اگر یہ صورت نہ ہو تو ”افقی“ اور ”انتصابی“ کی بجائے ”شہتیر کے محور کے متوازی“ اور ”شہتیر کے محور کے علی القوالم“ پڑے جائیں۔

منتصرف ہوا ہے۔ اب خیالی طور پر شہتیر کی بجائے چند تختیاں ایک کے اوپر ایک رکھ دو۔ یہ تختیاں ایک دوسری پر پھسل کر وہ وضع اختیار کر نیگی جو شکل کے حصہ ب میں دکھائی گئی ہے۔ اس دوسری صورت میں یعنی تختیوں کی صورت میں مضبوطی پہلی صورت سے کم ہوتی ہے۔ اور یہ ظاہر ہے کہ صورت ا میں ایسے زور پائے جائینگے جو ایک پرت کو دوسری پر پھسلانے کی کوشش کریں گے۔ اب ہم شہتیر کے کسی نقطے پر جزری زور کا جملہ حاصل کریں گے اور بعد میں چند خاص صورتوں پر غور کریں گے۔

عام صورت۔ فرض کرو کہ ا ب اور ا ب (شکل ۱۱۶) ایک شہتیر کی دو تراشیں ایک چھوٹے فاصلہ لا پر ہیں، اور فرض کرو کہ اس شہتیر کی تراش ایک انقباضی محور کے محاذ و تشاکل ہے، اور فرض کرو کہ لدا و تمام تر عرضی ہے۔ تب جیسا کہ ہم دیکھ چکے ہیں کسی نقطے پر عرضی زور کی مدت ع ج گ اور ع ج گ سے حاصل ہوگی۔ اب تراش ا ب کے اُس حصے پر غور کرو جو کسی خط د د کے اوپر ہے۔ قدیمی محور سے فاصلہ ط ن پر کسی نقطہ ط پر ایک چھوٹے رقبہ بہ پر غور کرو۔



شکل ۱۱۶۔ شہتیروں میں افقی جز

تب خاؤ کے نظریے کی رو سے ط پر زور کی حدت =  $\frac{م \times ط}{ن}$  ،  
جہاں م اس نقطے پر خاؤ کا معیار ہے اور آ تراش کا دوسرا معیار۔

$$\therefore \text{رقبہ بہ پر قوت} = ن \times ب = \frac{م \times ط}{ن} \times ب$$

$$\therefore \text{رقبہ دہ پر مجموعی قوت} = \frac{م \times ط}{ن} \times ب$$

$$نم = \frac{م}{ن} \times ب \times ط$$

$$= \frac{م}{ن} \times د د کے اوپر کے رقبے کا پہلا معیار تبدیلی محور کے گرد$$

$$= \frac{م}{ن} \times ب \times م \times م \dots \dots \dots (۱)$$

جہاں ب خط د د کے اوپر کا رقبہ ہے اور م اس کے مرکز ہندسی کا فاصلہ  
تبدیلی محور سے۔

اسی طرح تراش ۱ ب میں خط د د کے اوپر کے رقبے پر کی قوت

$$نم = \frac{م}{ن} \times ب \times م$$

اب اگر لا چھوٹا ہو اور شہتیر کی تراش میں کوئی یکایک تبدیلی نہ ہو تو

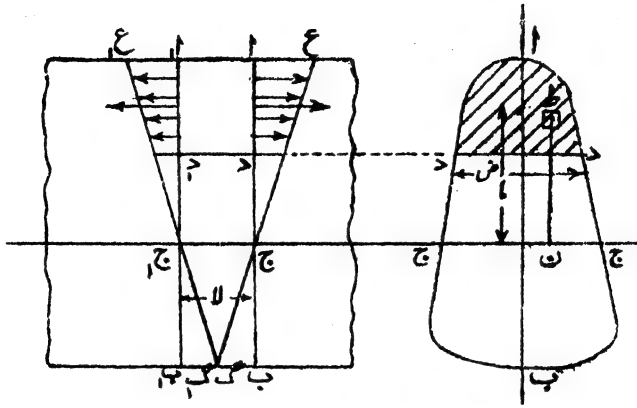
ب = ب، م = م، اور آ = آ رکھ سکتے ہیں۔

$$\therefore \text{نم} - \text{نم} = \frac{(م - م) \times ب}{ن} \dots \dots \dots (۲)$$

عرضی قوت کا یہ فرق وہ جزی قوت ہے جو خط د د پر برداشت

ہوتی ہے۔ اس کو یوں لکھ سکتے ہیں

$$\text{نم} - \text{نم} = \frac{(م - م) \times ب}{ن} \times \frac{ب}{ل}$$



شکل ۱۱۶ - جزی تقسیم

اب اگر لا بہت چھوٹا ہو تو  $\frac{ق}{ب} = \frac{ا}{ب}$  خواہ کے میار کے بڑھنے یا گھٹنے کی شرح ہوگی اور اس کو ہم دیے ہوئے نقطے میں کی تراش پر کی جزی قوت ق کے مساوی ثابت کر چکے ہیں۔

$$\therefore \text{نہا} - \text{نہا} = \frac{ق \times ب \times ا}{ب \times ا} \dots \dots \dots (۳)$$

یہ جزی قوت رقبہ  $ا \times ب = ا \times ب = ا \times ب$  ض پر عمل کرتی ہے۔

$$\therefore ا \times ب \text{ پر اوسط جزی زور} = \frac{\text{نہا} - \text{نہا}}{ا \times ب}$$

$$= \frac{ق \times ب \times ا}{ب \times ا}$$

$$\text{یعنی} \quad \frac{ق \times ب \times ا}{ا \times ب} = \text{ج} \dots \dots \dots (۴)$$

اس کو پوری تراش پر کے اوسط زور  $س = \frac{ق}{ب}$  کی رقوم میں یوں لکھ سکتے ہیں:-

$$\text{ج} = \frac{ق \times ب \times ا}{ب \times ا}$$

$$س = \frac{ق \times ب \times ا}{ا \times ب} \dots \dots \dots (۵)$$



اس میں  $\frac{ب}{مح} \times$  کو "جنہ کا سر" کہا جاسکتا ہے۔

دیکھو  $\times$  ما تعدیلی محور تک بڑھتا ہے اور پھر گھٹتا ہے کیونکہ تعدیلی محور کے نیچے کے رقبے کا پہلا معیار منفی ہے۔

اس طرح دیکھو جزی زور تعدیلی محور پر اعظم ہوتا ہے۔ یہ یاد رہے کہ ج سے د د پر کی اوسط حدت حاصل ہوتی ہے۔ جزی زور د د پر بھی یکساں نہیں ہوگا لیکن اگر تراش تعدیلی محور پر پتلی ہو گیا کہ استعمال میں آنے والی تراشیں ہوتی ہیں تو تعدیلی محور پر اعظم جزی تعدیلی محور کی ج کی قیمت سے، جو اوپر کے ضابطے سے حاصل ہو، کچھ بہت زیادہ نہیں ہوگا۔ مربع یا دور جیسی تراشوں میں د د پر اعظم جز اوسط سے ۵ تا ۱۰ فیصدی زیادہ ہوگا اور چپٹے ناقص یا چپٹے مستطیل کے لیے یہ فرق ۲۵ فیصدی تک ہو سکتا ہے۔ د د پر جزی زور کے تغیر سے بحث کرنا ہماری موجودہ بحث کی وسعت سے باہر ہے۔ یہاں صرف اتنا یاد رکھنا کافی ہے کہ یہ زور یکساں نہیں۔ سینٹ وینٹ نے مختلف صورتوں کے لیے اعظم زور کی قیمت حاصل کی ہے۔ ذیل کی خاص صورتوں پر غور کرو (شکل ۱۱، ۱۲، ۱۳) :-

(۱) مستطیلی تراش — بلندی  $h$  اور عرض  $b$  ہو تو تعدیلی محور سے فاصلہ  $l$  پر اوسط جز

$$J = \frac{b \times h^3}{12}$$

موجودہ صورت میں  $b = \left( \frac{h}{2} - l \right)$

$$J = \frac{h}{12} \left( \frac{h}{2} - l \right)^3 = \frac{h}{12} \left( \frac{h}{2} + l \right)^3$$

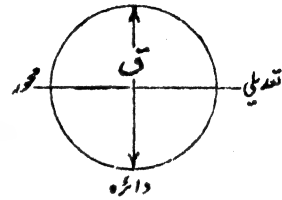
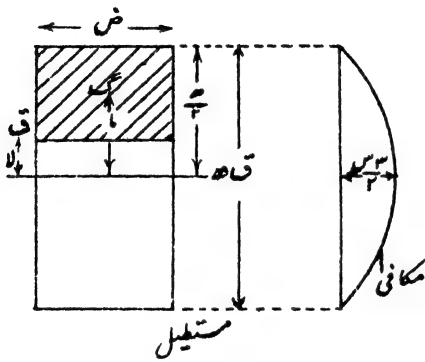
$$\therefore J = \frac{h}{12} \left( \frac{h}{2} - l \right)^3 \times \frac{h}{2} \times \frac{h}{2}$$

$$\frac{۶س (۲۵ - \frac{۲}{۲})}{۲۵} =$$

$$۶س (\frac{۲}{۲۵} - \frac{۱}{۲}) =$$

$$۳س (\frac{۲}{۲۵} - ۱) =$$

۴:۵



شکل ۱۱

اس میں لا شرکاب ہوتا ہے اس لیے مختلف گہرائیوں پر اوسط جزی زور کو  
تعبیر کرنے والا معنی ایک مکافی ہوگا۔ ج کی قیمت لا = یعنی تعدیلی محور پر  
اعظم ہوگی۔ اس جگہ ج =  $\frac{۳س}{۲} = ۵$ ، اس یعنی مستطیلی شہتیر میں اعظم جزی زور  
مرکز پر واقع ہوتا ہے اور پوری تراش کے اوسط جزی زور (یعنی جزی قوت  
بٹے رقبہ) کا ڈیڑھ گنا ہوتا ہے۔

(۲) مدد و تراش — یہ صورت گزشتہ صورت کی طرح آسان نہیں  
لیکن تعدیلی محور پر کا جزی زور آسانی سے یوں معلوم ہو سکتا ہے؛ —  
اس صورت میں

$$ب = \frac{\pi ق}{۸}$$

$$\frac{ق^۲}{۳۳} = ۱$$

$$\frac{ق^۲}{۱۶} = ۲ \text{ گ}$$

$$ق = ۳$$

$$\therefore \text{تعدیلی محور پر جزی زور} = س \times \frac{\frac{ق^۲}{۳۳} \times \frac{ق^۲}{۸}}{ق \times \frac{ق^۲}{۱۶}}$$

$$= \frac{۳}{۴} س = ۳۳، ۱ س$$

یعنی تعدیلی محور پر اوسط جزی زور پوری تراش کے اوسط جزی زور کا  $\frac{۱}{۴}$  اگنا ہے۔

معلوم ہو کہ اس صورت میں تعدیلی محور پر کا اعظم جزی زور ۵۴، ۱ س ہوتا ہے۔

(۳) نل نما تراش — فرض کر دو کہ ایک پتل نل ہے جس کا اوسط قطر ق اور موٹائی ٹ ہے۔

$$\text{تب } ب = \frac{ق^۲}{۲}$$

$$\frac{ق}{۳} = ۱$$

$$\frac{ق^۲}{۸} = ۲ \text{ گ}$$

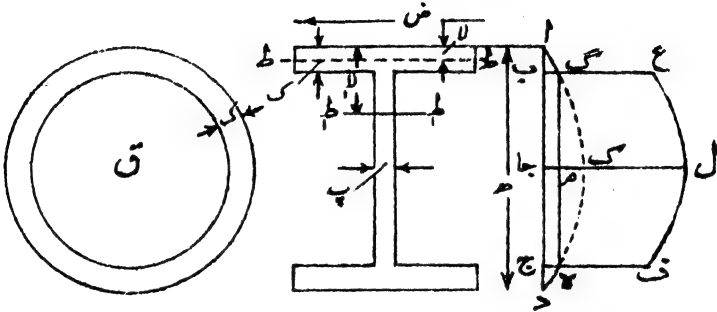
$$ق = ۴$$

$$\therefore \text{بج (تعدیلی محور پر)} = س \times \frac{\frac{ق^۲}{۳} \times \frac{ق^۲}{۲}}{ق \times \frac{ق^۲}{۸}}$$

یعنی تبدیلی محور پر اوسط جزی زور پوری تراش کے اوسط جزی زور کا  
مڈگنا ہوتا ہے۔

(۴) I تراش — اس میں کوروں اور پیٹے پر پڑنے والی  
جزی قوت علیحدہ علیحدہ محسوب کریں گے۔

فرض کرو کہ ایک I شہتیر کا عرض ض، گہرائی ھ، کوروں کی موٹائی  
ک اور پیٹے کی موٹائی پ ہے۔



شکل ۱۸۰

پہلے کور میں ایک افقی خط ط ط بالائی کنارے سے فاصلہ لا پر لو  
(شکل ۱۸۰)۔

$$\text{تب } ط ط \text{ پر اوسط جزی} = \frac{س \times ب \times ط}{س \times ط}$$

$$ج = \frac{س \times ض \times (ھ - لا)}{س \times گ \times ۲}$$

$$= \frac{س}{س \times گ \times ۲} (ھ - لا) \dots \dots \dots (۱)$$

اس میں لا شریک ہوتا ہے، اس لیے زور کے تغیر کا معنی ایک مکانی ہوگا۔  
لا = ک یعنی کور اور پیٹے کے مقام اتصال پر

$$\text{نجم} = \frac{\text{س}}{\text{مجم}} (\text{ک} - \text{ک}^2) \dots \dots \dots (۲)$$

اب پیٹے میں ایک خط ط ط بالائی کنارے سے فاصلہ لا پر لو۔

$$\text{تب ط ط پر اوسط جزی} = \frac{\text{س}}{\text{مجم}} \text{ب} \text{ما}$$

موجودہ صورت میں

ب ما = تقدیمی محور کے گرد ط ط کے اوپر کے رقبے کا پہلا معیار

$$= \frac{\text{ض ک} (\text{ک} - \text{ک}^2)}{۲} + \text{پ} (\text{لا} - \text{ک}) \left\{ \frac{\text{ک} - \text{ک}^2}{۲} + \text{ک} \right\}$$

$$= \frac{\text{ض ک} (\text{ک} - \text{ک}^2)}{۲} + \frac{\text{پ} (\text{لا} - \text{ک}) (\text{ک} - \text{ک}^2)}{۲}$$

اور جزی زور کے عام جملے میں پیٹے کے لیے ض = پ

$$\therefore \text{نجم} = \frac{\text{س}}{\text{مجم}} \left\{ \frac{\text{ض ک} (\text{ک} - \text{ک}^2)}{\text{پ}} + \text{پ} \frac{(\text{لا} - \text{ک}) (\text{ک} - \text{ک}^2)}{\text{پ}} \right\}$$

$$= \frac{\text{س}}{\text{مجم}} \left\{ \frac{\text{ض ک} (\text{ک} - \text{ک}^2)}{\text{پ}} + (\text{لا} - \text{ک} - \text{ک}^2 + \text{ک}^3) \right\}$$

$$= \frac{\text{س}}{\text{مجم}} \left\{ (\text{لا} - \text{ک}^2) + (\text{ک} - \text{ک}^2) \frac{\text{ض ک}}{\text{پ}} \right\}$$

$$= \frac{\text{س}}{\text{مجم}} (\text{لا} - \text{ک}^2) + \frac{\text{س ک} (\text{ک} - \text{ک}^2) (\text{ض} - \text{پ})}{\text{مجم پ}} \dots \dots \dots (۳)$$

اس جملے کی دوسری رقم لا پر منحصر نہیں اور پہلی رستم وہ جزی زور ہے جو واقع ہوتا  
اگر کوئی ط ط تک ہوتیں۔

اس طرح دیکھو زور کی تقسیم کا نقشہ یوں حاصل ہوگا: —

پہلے ایک مکانی اکد دیکھیں جس کا مرکزی معین جاگ مساوت (۱)

میں لا =  $\frac{س}{۲}$  رکھنے سے حاصل ہوگا۔

$$\text{یعنی جاگ} = \frac{س}{۲} \left( \frac{۲۰}{۲} - \frac{۲۰}{۲} \right) = \frac{س}{۲} \times ۰ = ۰$$

نقاط ب اور ج پر کوروں کے اندرونی پہلوؤں کے متناظر گ ع

اور ہ ف =  $\frac{س (ک-ک) (ض-پ)}{۲}$  قائم کرو اور نقاط ع اور ف کے درمیان

مکانی کا حصہ گ ک ہ کیچو۔ تب منحنی ا گ ع ل ف ہ د سے تراش کر مختلف گھرائیوں پر جزی زور معلوم ہوگا۔

پیشے پر مجموعی جزی قوت منحنی کے حصہ ب ع ل ف ج کے رقبے کو پیشے کے عرض سے ضرب دینے سے حاصل ہوگی۔

اس صورت پر غور کرو جس میں ک =  $\frac{۲۰}{۱۰}$ ، پ =  $\frac{۲۰}{۲}$  اور ض =  $\frac{۲۰}{۲}$  یہ تقریباً وہ تناسب ہے جو بیلے فولاد کی کرٹیوں میں پایا جاتا ہے۔ تب

$$\text{بگ} = \text{جگ} = \frac{س}{۲} (ک-ک) = ۰$$

$$= \frac{س}{۲} \left( \frac{۲۰}{۱۰} - \frac{۲۰}{۱۰} \right) = ۰$$

$$= \frac{۲۰}{۱۰} \times \frac{س}{۲} = ۰$$

$$\therefore \text{مرک} = \frac{س}{۲} \left( \frac{۲۰}{۱۰} - \frac{۲۰}{۲} \right) = \frac{۲۰}{۱۰} \times \frac{س}{۲} = ۰$$

$$= \frac{۲۰}{۲۵} \times \frac{س}{۲} = ۰$$

$$\text{یزگ ع} = \frac{س (ک-ک) (ض-پ)}{۲}$$

$$\frac{۲۰}{۵} \times \frac{۵۹}{۲۰} \times \frac{۵۹}{۱۰} \times \frac{۵}{۱۰} \times \frac{س}{۲۲} =$$

$$\frac{۵۸}{۱۰۰} \times \frac{س}{۲۲} =$$

$$\therefore \text{ب ع} = \frac{۵۸}{۱۰۰} \times \frac{س}{۲۲} + \frac{۵۹}{۱۰۰} \times \frac{س}{۲۲} =$$

$$\frac{۵۹}{۱۰} \times \frac{س}{۲۲} =$$

منفی ب ع ل ف ج کا رقبہ = ب ج (ب ع +  $\frac{۲}{۳}$  مرک)

$$(۴) \dots\dots\dots \left( \frac{۵۸}{۴۵} + \frac{۵۹}{۱۰} \right) \frac{س}{۲۲} \times \frac{۵۲}{۵} =$$

$$\frac{\text{موجودہ صورت میں آ} - \frac{۱۲}{۱۲} \text{ض} - \frac{۱۲}{۱۲} (\text{ض} - \text{پ}) - \frac{۱۲}{۱۲} (\text{ک} - \text{پ})}{۱۲} =$$

$$\frac{۱}{۱۲} \times \left( \frac{۵۲}{۵} \right) \frac{۵۹}{۲۰} - \frac{۲}{۲۲} =$$

$$= ۵۰.۲۱۹۲ - ۵۰.۲۱۴ =$$

$$= ۵۰.۲۲۵$$

تراش کا رقبہ = ض - (ض - پ) (ک - پ) =

$$= \text{ب} = \frac{۵۲}{۵} \times \frac{۵۹}{۲۰} - \frac{۲}{۲} =$$

$$= ۵۱.۱۴$$

$$\therefore \text{گ} = \frac{\text{آ}}{\text{ب}} = \frac{۵۰.۲۲۵}{۵۱.۱۴} = ۱۶.۰۸$$

مساوات (۴) پر واپس آؤ۔ منفی ب ع ل ف ج کا رقبہ

$$\left\{ \frac{258}{65} + \frac{29}{10} \right\} \times \frac{25}{100} =$$

$$\frac{25 \times 25000 \times 100}{1000000} =$$

$$25 \times 1000000 \times 100$$

$$(5) \dots\dots\dots 25000 \text{ س } 25000 =$$

∴ پیٹے پر پڑنے والا جزی = 25000 س 25000 × پیٹے کا عرض

$$= 25000 \text{ س } 25000 \times \frac{25}{100}$$

$$(6) \dots\dots\dots 1252 \text{ س } 1252 =$$

$$1252 \text{ س } 1252 = \text{پوری تراش کا رقبہ}$$

$$\therefore \text{تراش پر مجموعی جزی قوت قی} = 1252 \text{ س } 1252 \times$$

$$\therefore \frac{1252}{1252} = \frac{1252}{1252} = 89.52 \text{ فیصدی مجموعی جزی}$$

عملاً عموماً یہ مان لیا جاتا ہے کہ تختہ اور بجس گرڈروں میں پورا جزی پیٹے پر پڑتا ہے۔ اوپر کے حساب سے معلوم ہوتا ہے کہ I شہتیر میں جس میں کہ گوریں گہرائی کا لحاظ کرتے اکثر تختہ اور بجس گرڈروں کی کوروں سے بڑی ہوتی ہیں یہ مفروضہ ۱۰ فیصدی کی حد تک صحیح ہے اس لیے تختہ اور بجس گرڈروں میں جو معمولی قواعد کے تحت تجویز کیے جائیں یہ مفروضہ اور زیادہ صحیح ہوگا اور عملاً بالکل جائز ہوگا۔

لیکن اس کا خیال رہے کہ جو گرڈر کڑیوں اور تختوں کے بنے ہوں جیسے کہ عمارتوں میں استعمال ہونے والے مقابلہ تم گہرے اور وزنی گرڈر ہوتے ہیں ان میں یہ مفروضہ اتنا صحیح نہیں ہوگا۔ لیکن پھر بھی غلطی حفاظت کی جانب ہونگی کیونکہ پیٹے کے حقیقی زور مفروضہ زوروں سے کم ہو گئے۔



## تراش کے اندر جزی زور کی تقسیم معلوم کرنے کا ترسیمی طریقہ

کڑیوں اور تختوں سے بنی ہوئی اُس تراش پر غور کرو جو شکل ۱۱۹ میں دکھائی گئی ہے۔ پہلا مرحلہ یہ ہے کہ تراش کو ایک انتصابی مرکزی خط کے گرد لایا جائے۔ یہ اس طرح کیا جاتا ہے کہ کڑیوں پر اُڑے افقی خطوط کھینچے جائیں اور مرکزی کڑی کے دونوں طرف بازو کی کڑیوں کا افقی مابین جمع کیا جائے۔ اس سے وہ تراش حاصل ہوگی جو شکل میں دکھائی گئی ہے (یعنی

$$د = (ب + ج + د) -$$

کسی خط ط ط پر غور کرو۔ ہم دیکھ چکے ہیں کہ ط ط پر اوسط جزی

$$ج = س \times \frac{ب}{مض}$$

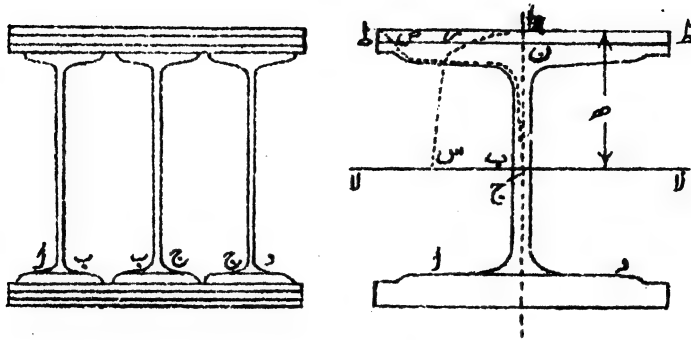
اس میں ب  $\times$  م = ط ط کے اوپر کے رقبے کا پہلا مییار تقدیمی محور لالا کے گرد۔ لالا کے گرد لالا کے اوپر کے حصے کے پہلے مییار کا معنی کھینچو جس کا طریقہ صفحہ ۹۵ د ۹۴ پر سمجھایا گیا ہے۔ چونکہ تراش ایک انتصابی محور کے گرد متساوی ہے اس لیے رقبے کے صرف نصف حصہ کے لیے معنی کھینچنا کافی ہے۔ یہ معنی لا ص ج ہے۔

$$تب \quad ب \times م = ۲ \times رقبہ جا لا ص ن \times م$$

$$\therefore ط ط پر اوسط جزی = \frac{س}{م مض} \times \frac{۲ \times جا لا ص ن \times م}{۱}$$

اب قطبی فاصلہ ف =  $\frac{۱}{م}$  لے کر پہلے مییار کے معنی کا حاصل میج

معنی جا ر س حاصل کرو۔



شکل ۱۱۱

تب  $n \times f =$  پہلے معیار کے مغنی کا رقبہ  $\tau \times \tau$  کے اوپر

$$\therefore \frac{n \times f \times g^2}{m} = \text{رقبہ جالاصن}$$

$$\therefore \tau \times \tau \text{ پر اوسط جز} = \frac{s}{\text{ض} \times \frac{1}{2}} \times \frac{n^2 \times f \times g^2}{m} \times \frac{1}{2}$$

$$s \times \frac{n^2}{\text{ض}} \times \frac{1}{2} =$$

$$\text{لیکن } \tau \times \tau = \text{ض} \times \frac{n^2}{2}$$

$$\therefore \tau \times \tau \text{ پر اوسط جز} = s \times \frac{n}{\tau}$$

اور اعظم جز زور جو تبدیلی محور پر واقع ہوگا  $s \times \frac{ج}{ب}$  ہوگا۔

نوٹ - شکل ۱۱۱ صرف ایک خاکہ ہے اور پیمانے پر نہیں اتاری گئی۔  
طلبہ اس مثال میں تختیاں  $10 \times \frac{1}{4}$  اور شہتیر  $4 \times 4$  لے کر اس کو بطور ایک  
سوال کے حل کریں۔ صحت کے لیے شکل بڑے پیمانے پر کھینچی جائے۔

شہتیر کا انصراف جز کی وجہ سے — اب تک ہم نے صرف

نھاؤ کے معیار سے پیدا ہونے والے انصاف پر غور کیا ہے۔ اب ہم دیکھینگے کہ جز سے پیدا ہونے والا انصاف نھاؤ کے معیار سے پیدا ہونے والے انصاف کے مقابلے میں کتنا ہوتا ہے۔

فرض کر دو کہ ج ج (شکل ۱۲۰) ایک شہتیر کے مرکزی خط کے ایک چھوٹے طول لا کو تقبیر کرتا ہے جس پر جزئی زور ج ہے۔ تب جزکی وجہ سے خط ج ج وضع ج ج اختیار کر گیا جس کا ڈھل سہ ہوگا۔

تب اگر جز کا مقياس م ہو تو سہ =  $\frac{ج}{م}$   
شہتیر کے چھوٹے طول کا انصاف ج ج = لا × سہ کیونکہ سہ چھوٹا ہے۔

$$\therefore \text{چھوٹے طول لا کا انصاف} = \frac{لا \times ج}{م}$$

$$\therefore \text{جزکی وجہ سے مجموعی انصاف} = \frac{لا \times ج}{م}$$

اس میں ج = س ×  $\frac{ب \times م}{ض \times م}$  جہاں س =  $\frac{ق}{ب}$  جس میں ق تراش پر کی جزئی قوت ہے اور ب تراش کا رقبہ۔

اگر تراش طول میں یکساں ہو تو  $\frac{ب \times م}{ض \times م}$  مستقل ہوگا اور فرض کر دو کہ یہ کے مساوی ہے۔

$$\text{تب جزکی وجہ سے انصاف} = لا \times \frac{ب \times ق}{ب \times م}$$

$$= لا \times \frac{ق}{م}$$

لیکن لا ق = جزئی قوت کے منحنی کا رقبہ دی ہوئی تراش تک

= خاؤ کا معیار اس تراش پر

= م

∴ جزکی وجہ سے انصراف = صا =  $\frac{ب}{م} \times م \dots \dots \dots (۱)$

اب ذیل کی صورتوں پر غور کرو:-

(۱) منفرد مرکزی بوجھ

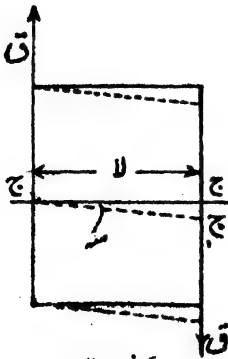
مرکز پر انصراف = صا =  $\frac{ب}{م} \times \frac{ول}{۴}$

اور یہ دکھایا جا چکا ہے کہ اس صورت میں خاؤ کے معیار کی وجہ سے

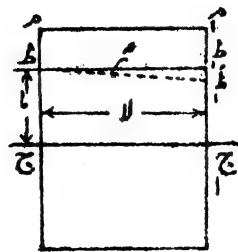
انصراف ص =  $\frac{ول}{۴}$

∴ صا =  $\frac{ب}{م} \times \frac{ول}{۴} \div \frac{ول}{۴}$

=  $\frac{ب}{م} \times \frac{۱۲}{۴}$



شکل ۱۲



شکل ۱۳

$$\frac{م}{۵} = \frac{لینے سے اور آ}{ب گ} = \frac{۲}{۲} \text{ رکھنے سے}$$

$$\frac{صا}{۳۰} = \frac{۲}{۲} \text{ ب گ} \dots\dots\dots (۲)$$

(۲) مسلسل لداؤ۔

$$\text{اس صورت میں صا} = \frac{۲}{۲} \times \frac{۲}{۲} \times \frac{۲}{۲}$$

$$\text{اور} \quad \frac{۵}{۳۸۲} = \frac{۲}{۲}$$

$$\therefore \frac{صا}{۳۰} = \frac{۲}{۲} \times \frac{۲}{۲} \times \frac{۲}{۲} = \frac{۲}{۲}$$

حسب سابق  $\frac{م}{۵} = \frac{۲}{۲}$  لینے سے

$$\frac{صا}{۲۲} = \frac{۲}{۲} \text{ ب گ} \dots\dots\dots (۳)$$

مستطیل تراش کے لیے بہ = ۱۵ اور گ =  $\frac{۲}{۱۲}$ ، جہاں ۵ شہتیر کی گہرائی ہے۔

$$\text{اس طرح (۲) ہو جاتا ہے} \quad \frac{صا}{۳۰} = \frac{۲}{۲} \text{ (۲)}$$

$$\text{اور (۳)} \quad \frac{صا}{۲۲} = \frac{۲}{۲} \text{ (۳)}$$

اس سے نتیجہ نکلتا ہے کہ اگر  $\frac{۲}{۲} = \frac{۱}{۱}$  تو جز کی وجہ سے انصراف ان دو صورتوں میں خاؤ کے معیار سے پیدا ہونے والے انصراف کا اعلیٰ الترتیب ۳۵ فیصدی اور ۳ فیصدی ہوگا۔

اس طرح دیکھو اگر ٹھوس مستطیل شہتیروں میں فصل گہرائی کے ۱۰ گنے زیادہ ہو تو جز سے پیدا ہونے والے انصراف کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔

لیکن یہ یاد رہے کہ بیلی کڑیوں، تختہ گر ڈروں، وغیرہ کی ایسی تراشوں میں

جو فصل کے لحاظ سے خاصے گہرے ہوں جز کا انصراف قابل لحاظ ہوگا۔ پلوں کے انجنیروں نے اکثر بیان کیا ہے کہ پلوں کا انصراف محسوب انصراف سے زیادہ ہوتا ہے۔ اس کی وجہ کسی حد تک ریوٹ دار جوڑوں کا ڈھیلا پڑ جانا ہے لیکن اگر محسوب انصراف میں جز کا انصراف شامل رکھا جائے تو حقیقی انصراف محسوب انصراف سے اتنا مختلف نہیں ہوگا جتنا کہ ہوتا ہے۔ بعض لوگوں کا خیال ہے کہ اگر انصراف کے معمولی ضابطے میں۔ مے کی قیمت ۲۵۰۰ کی بجائے ۱۰۰۰۰ ٹن فی مربع انچ لی جائے تو جز کی رعایت ہو جائیگی۔

اس کا بھی خیال رہے کہ ہم نے اعظم جزئی زور کے فساد پر غور کیا ہے حالانکہ جز متغیر ہوتا ہے۔ اس طرح نتیجہ حقیقی سے کسی قدر زیادہ حاصل ہوتا ہے لیکن اوسط جزئی زور لینے سے یہی بہتر ہے۔

جز وغیرہ کی وجہ سے شہتیر کی تراش میں مروڑ — خاؤ کے

سیار اور شہتیر کے زوروں کے درمیان ربط معلوم کرتے وقت برزونی کے مفروضہ کا استعمال کیا گیا یعنی کہ تراش خمیدگی کے بعد بھی مستوی رہتی ہے۔

تراش کو مروڑ دینے والے دو اسباب ہیں: (۱) جزئی زور (۲) ریشوں کے بڑھنے کی وجہ سے جانبی فشار پیدا ہوتے ہیں ان کا غیر یکساں ہونا۔

ایک شہتیر کی دو تراشوں پر غور کرو جو باہمی فاصلہ لا پر ہوں (شکل ۱۱) اور فرض کرو کہ ان پر خاؤ کے میار ہر اور ہر ہیں۔ مرکزی خط سے فاصلہ  $a$  پر دو نقطوں  $P$  اور  $Q$  پر غور کرو۔ دونوں پر تراش ایک ہی ہے۔

$$تب \quad P \text{ پر زور} = \frac{M}{P}$$

$$اور \quad Q \text{ پر} = \frac{M}{Q}$$

$$\therefore P \text{ پر جانبی فشاری فساد} = \frac{M}{a} \times \frac{a}{P}$$

$$\frac{ل}{ا} = \frac{ع}{ا} \times \frac{م}{ا}$$

کیونکہ طولی فساد =  $\frac{ز}{ا}$  اور جانبی یا عرضی فساد =  $\frac{ع}{ا} \times ط$  طولی فساد

$$\therefore \text{جانبی فشاری فساد کا فرق} = \frac{ع}{ا} (م - م_1)$$

∴ تراش کے ایک چھوٹے طول فرما پر جانبی فشار کا فرق

$$= \frac{ط}{ا} = \frac{ع}{ا} (م - م_1) \text{ ما فرما}$$

$$\therefore ع = ط \times \frac{ا}{ط} \text{ کا ڈھال} = \frac{ط}{ا} = \frac{ع}{ا} \times \frac{م - م_1}{ا} \times ما فرما$$

لیکن لا بہت چھوٹا ہو تو  $\frac{م - م_1}{ا} = \text{جزی قوت ق}$

$$\therefore ع = ط \times \frac{ا}{ط} \times ق \times ما فرما$$

کسی تراش کے اور ایسے خط کے درمیان جو ابتدا میں مرکزی خط کے متوازی تھا زاویہ کی تبدیلی معلوم کرنے کے لیے زاویہ کی ان چھوٹی چھوٹی تبدیلیوں کو جمع کرنا ہوگا۔

$$\therefore \text{مجموعی تبدیلی} = ط = \frac{ق \times ع}{ا} \times ما فرما$$

$$\frac{ق \times ع_1}{ا_1} = \frac{ق \times ع_2}{ا_2}$$

$$\text{کیونکہ } \frac{ق}{ا} = س$$

یہ ہم پہلے دکھا چکے ہیں کہ جز کی وجہ سے زاویہ کی تبدیلی  $\frac{س}{ا}$  ہوتی ہے۔

∴ دونوں اسباب کی وجہ سے مجموعی تبدیلی

$$\frac{س}{م} = \left( \frac{ب}{م} + \frac{ع}{م} \right)$$

$$\frac{س}{م} = \left( \frac{ب}{م} + \frac{ع}{م} \right)$$

$$ع = \frac{۵}{۲} م \text{ اور } ع = \frac{۱}{۲} \text{ رکھنے سے یہ تبدیلی}$$

$$\frac{س}{م} = \left( \frac{ب}{م} + \frac{ع}{م} \right)$$

اس ربط سے تراش کے کسی حصے پر ڈھال معلوم کیا جاسکتا ہے اور

تراش کی بگڑی ہوئی شکل حاصل ہو سکتی ہے۔ اس دلچسپ مسئلے کی مزید بحث ہماری کتاب کی وسعت سے باہر ہے لیکن یہاں جو کچھ بتایا گیا ہے وہ یہ واضح کرنے کے لیے کافی ہے کہ اس سے بحث کس طرح کی جائیگی۔



شہتیروں کے جز، خامو، اور انصراف کا خلاصہ  
(فضل ل)

شہتیر کی قسم	بوجھ	اعظم جز = ن ل	اعظم خامو کا معیار $m \times \text{دل} =$	اعظم انصراف $r \times \frac{\text{دل}}{3} =$
		ن	م	ر
آواز ادا سہارا ہوا	یکساں	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{5}{384}$
شائبہ	مرکزی	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{384}$
برآمدہ بریم	یکساں	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{192}$
"	مرکزی	۱	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
"	سرے پر	۱	۱	$\frac{1}{4}$

حصہ اول تمام شد



# فہرست اصطلاحات

## تعمیر و کانظر یہ اور تجویز

### حصہ اول

انگریزی	اردو	انگریزی	اردو
A	بادپیم	Centre-punch	مرکز سنبہ
		Centroid	مرکز ہندسی
		Cleat connections	کلیٹی رابطے
Anemometer	بادپیم	Conjugate diameter	مزدوج قطر
Asymmetrical section	غیر متشکل تاش	Contraflexure	انعطاف متعکس خمیدگی
B	شہتیر	Countersunk head	آٹکھ تراش سر
		Cover plate	ڈھانک تختی - ڈھانک تختی
		Crane	حامل
		D	مردہ بوجھ
Beam	شہتیر	Dead load	مردہ بوجھ
Bearing	سند	Deflection	انصراف
Bending	خاؤ	Distribution	تقسیم
Breaking stress	شکستی زور	Double shear	دوہرا جز
Buckling	خمیدگی	Ductility	تمدد
Built-in	دریستہ		
Built-up	ساختہ		
Butt joint	الصاقی جوڑ		
C	برآمدہ بیرم		
Cantilever	برآمدہ بیرم		

انگریزی	اردو	انگریزی	اردو
Dynamic formula	حرکیاتی ضابطہ	I	
E		Impact	ضرب - صدمہ - تصادم
Elasticity	چمک	Integral curve	تکلیلی منحنی
Elevation	روکار	Intensity of stress	زور کی مدت
Ellipse	ناقص	Isolated load	منفرد بوجھ
Extensometer	استادوپیمیا - تمدوپیمیا	J	
F		Jib	بازو
Factor of safety	قدرِ سلامتی	Joggled	چولدار - دنداندار
Failure	ناکارگی	L	
Flange	کور	Lap joint	آغوش جوڑ
Flexural rigidity	خماؤ کی استواری	Lateral	جانبی
Flitched beam	مربکب شہتیر	Leeward side	باد پشت جانب
Fracture	شکستگی	Lime mortar	چونا گچ
Funicular polygon	ریسمانی کثیر الاضلاع	Limiting stress	انتہائی زور
G		Link polygon	ریسمانی کثیر الاضلاع
Gusset plate	کلی تختی	Loading	لداؤ
H		Locus	طریق
Heterogeneous	غیر متجانس	Low-carbon steel	کم کاربن فولاد
High-carbon steel	بیش کاربن فولاد	M	
Hogging strain	حدِ بے فساد	Modulus	مقیاس
Hoisting mechanism	رفعی مکمل	Moment of inertia	معیارِ جمود
Homogeneous	متجانس	N	
Hydrostatics	ہاسکونیات	Neutral axis	تقدیلی محور
		Normal	عمادی

انگریزی	اُردو	انگریزی	اُردو
<b>O</b>		<b>R</b>	
Ordinate	معین	Riveting	ریوٹ کاری
Overhanging ends	برآویختہ سرے	Rolled section	بیلی تراش
<b>P</b>		Roller bearing	پھر کی سمنڈ گردونہ سمنڈ
Pan head	کڑا ہی سر	Rolling load	دور بہ وجہ متحرک بوجھ
Parabola	مکانی	Rosette	پھول
Permanent set	مستقل فساد	Rotor	گردشہ
Pitch	گھائی	<b>S</b>	
Pivot	چول	Safe load	بے خطر بوجھ
Planimeter	سطح پیم	Sagging strain	قمری فساد
Plastic body	سیکری پذیر جسم	Secondroid	ثانویہ
Points of contraflexure	نقاط انعطاف	Settlement	بٹھاؤ
Polygon	کثیر الاضلاع	Shear	جز
Principal	صدر کردی	Single shear	اکبر جز
Pull	کھینچ	Snap head	گول سر
Punching machine	مشنی مشین	Span	فصل
<b>R</b>		Specimen	نمونہ
Radius of gyration	گردشی نصف قطر	Stability	قائمیت - قائم پذیری
Range	وسعت	Stanchion	کھم
Reamer	روزن کشا	Static stress	سکونی زور
Repetition	تکرار	Steelyard	گزنہ تک
Resilience	بازگشتی	Strain	فساد
Resultant stress	حاصل زور	Stress	زور
Rigidity modulus	استواری کا مقياس	Strut	داب روک
		Suction pressure	چوس دباؤ

انگریزی	اردو	انگریزی	اردو
Sum curve	ماصل جمع منحنی	Trestle table	گھوڑی میز
<b>T</b>		<b>U</b>	
Tensile stress	تنشی زور	Uniform load	یکساں بوجھ
Tension flange	تناؤ کور	<b>V</b>	
Testing machine	امتیحانی مشین جانچ کل	Vector polygon	سمتی کثیر الاضلاع
Third lines	تہائی خطوط - تغلیشی خطوط	<b>W</b>	
Tie bar	بند صں سلاخ	Working stress	کامی زور
Timber	چوبینہ	<b>Y</b>	
Torsion	مروڑ		
Tracing paper	چربہ کاغذ	Yield point	نقطہ مغلوبیت
Transverse strain	عرضی فساد	<b>Z</b>	
Trapezium	منحرف	Zig-zag	کج جج پلہریا

# اشاریہ

## تعمیر و کا نظریہ اور تجویز

### (حصہ اول)

صفحہ	مضمون	صفحہ	مضمون
۹	تقشہ نمونوں کا پھیلاؤ	۴۰	اسٹینٹن، ڈاکٹر، تکراری بوجھوں پر
۱۱۷	ریوٹ قطر	۱۱	اسلوکم (آر-ایچ)
۱۱	اینٹ (دیکھو: چٹائی)		اکائی فساد (دیکھو: فساد)
۲۱۳	اینڈریوس و پیرسن کا ضابطہ		انصراف، شہتیروں کے
۲۸۳، ۳۵	حمالے اور گھوٹوں وغیرہ کے لیے	۲۷۲	تراش کی تبدیلی
۳۹، ۳۸	بازگشتگی	۲۷۰	ترسیلی عمل
	باؤ شنگر	۳۱۶، ۳۷	ثابت شہتیر
	برآمدہ بیرم (دیکھو: خواہ کے معیار)	۳۸۶	جزکی وجہ سے
۱۸۸	برنولی کا مفروضہ	۲۸۲	خواہ کی بازگشتگی
	بکسی گروڈ (دیکھو: تختی اور بکسی گروڈ)	۲۸۲، ۲۷۲	ریاضیاتی عمل
۴۰	بیرسٹو	۲۵۹	عام ضابطہ
۲۹۲، ۳۲۰	بیرنی گروڈ کا اصول	۲۹۳	کا خلاصہ
۳۸	بیکر، مسز بنجمن	۲۹۶، ۲۹۲	معیاری صورتیں
۳۹	زوروں کی تکرار	۲۶۰	مور کا مسئلہ
۱۱	پاپل ویل، ڈبلیو سی		انون، پروفیسر
۷۵	پارمانیڈز کا قاعدہ	۴۱	تکراری بوجھوں کا ضابطہ

صفحہ	مضمون	صفحہ	مضمون
	ثانویہ (دیکھو: معیارِ جمود)		پتھر (دیکھو: چٹائی)
۱۱	جائش، پروفیسر	۹۹	پٹری کی تراش کا معیارِ جمود
	اینڈوں کی مضبوطی وغیرہ	۴	پوائیسن کی نسبت
	جزر	۲۱۳	پیئر سن، پروفیسر کامل
۳۸۶	انصراف، جز کی وجہ	۲۱۳	حاملہ بک، وغیرہ
	اشکال	۳۵	بچک کی تواریخ
۱۳۵ تا ۱۴۱	برآمدہ بیرم	۶۲	ہوا کے دباؤ کا مضابطہ
۱۶۳	{ بوجھ، جز اور خاک کے		{ پیری، پروفیسر، شہتیر کے
	{ معیار کے درمیان ربط	۱۸۵	{ زوروں کے لیے نمونہ
۱۵۴ و ۱۴۳	ترسیلی عمل	۵۲	قمیشی زور (دیکھو: زور)
	ثابت شہتیر (دیکھو: ثابت شہتیر)	۵۲	تجزیہ کے اصول
۱۶۶	جہازوں کے لیے		تحتی اور بکسی گروڈر
۱۶۱ تا ۱۴۷	سادہ سہارے ہوئے شہتیر	۲۲۵	تقریبی مقیاس
۳۹۳	کا خلاصہ		تعمیروں کے فوری لداؤ (دیکھو: زورِ حرکیاتی)
۱۸۳ تا ۱۸۵	{ مائل بوجھوں اور ڈھالوں	۳۳۲	تین معیاروں کا مسئلہ
	{ شہتیروں کے لیے		ثابت شہتیر
	مسئل شہتیر (دیکھو: مسئل شہتیر)	۳۱۳ تا ۳۰۳	ترسیلی بحث
۳۹۰	شہتیروں کی مروڑ، جز کی وجہ سے	۳۲۱	جن کے سرے ایک بول میں نہ ہوں
	شہتیروں میں		شہتیر جو ایک سرے پر ثابت اور
۳۹۰ تا ۳۷۳	زور کی تقسیم	۳۶۳	{ دوسرے پر سہارے ہوئے ہوں
۱۹۹	کا اثر	۳۰۸	غیر متشکل لداؤ
۸۲	جمود کا ناقص (دیکھو: معیارِ جمود)	۳۲۰	فوائد اور نقصانات
۱۶۸	جہازوں کے خاکو کے معیار اور جز	۳۰۴	متشکل لداؤ
	چٹائی	۱۹۸	مرکب شہتیر



صفحہ	مضمون	صفحہ	مضمون
	سلسلہ شہتیر (دیکھو: سلسلہ شہتیر)	۱۱	اینٹوں کی مضبوطی
	دباؤ کا خط	۱۱	کے پچکار خواص
۱۸۲	عام صورت		چوبینہ
۶۲	وودکش (دیکھو: چٹائی کی تعمیر)		کامی زور چوبینہ کے لیے
۶۳	دو شہین کا مضابطہ ہوا کے لیے		(دیکھو: زور، کای)
	دھاتوں کی تسکین (دیکھو: زور کی تگڑائی)	۱۰	پچک کے خواص
۱۴۹	دھکیل کے مخنی		حاصل جمع مخنی (دیکھو: رقبے)
۹۷	ڈھلے ہوئے کے زور و فساد کے نقشے	۴۲	حرکی (حرکیاتی) لداؤ (دیکھو: زور، حرکیاتی)
۱۱۳	ذواربہ الاضلاع کا مرکز ہندی	۱۸۳	حالا، خمار، خماؤ کے معیار وغیرہ پر
	رقبے	۲۱۳ تا ۲۱۳	حالا، ہکوں وغیرہ میں زور
۷۵	پارمانیٹر کا قاعدہ		خماؤ کے معیار
۷۲	حاصل جمع مخنی	۱۳۱ تا ۱۳۱	برآمدہ بیرم
۷۲	ریاضیاتی پیمائش		بوجھ، جز اور خماؤ کے معیار کے
۷۵	سمتسن کا قاعدہ	۱۶۳	درمیان ربط
۱۰۶	مختلف تراشوں کی جدول	۱۵۴ تا ۱۵۴	ترسیمی تختیں
۶۹	ریسمانی اور سمتی کثیر الاضلاع کی تخت		ثابت شہتیر (دیکھو: ثابت شہتیر)
۶۹	عام	۱۶۶	جہازوں کے
	رنکین، پروفیسر		سادہ طور پر سہارے ہوئے شہتیر
۳۵	مخلوط زوروں کا نظریہ	۱۶۲ تا ۱۶۲	شہتیر جو ایک سرے پر ثابت اور
	ریلوٹ اور ریلوٹ دار جوڑ	۳۶۳	دوسرے پر سہارے ہوئے ہوں
۱۱۷	آغوش جوڑ	۱۴۳ تا ۱۶۹	عددی مثالیں
۱۲۲	استعداد	۳۹۳	کا خلاصہ
۱۱۷	الصاقی جوڑ	۱۸۴ تا ۱۷۵	مائل بوجھ اور ڈھلوان شہتیر
	جداول		متحرک بوجھ (دیکھو: متحرک بوجھ)

صفحہ	مضمون	صفحہ	مضمون
۵۱	شکستی زور کی جدول	۱۳۵	پیلی تراشوں کے لیے فضل بندی
۲۲۹ تا ۱۸۵	شہتیروں کے	۱۳۶	ریوٹوں کی مضبوطی
۱۸	صدر	۱۳۷	کلیٹی رابطے
۳۴	ضرب	۱۳۶ تا ۱۲۳	جزی مضبوطی
۴۷	غیر متجانس سلاخوں میں	۱۱۷	جوزوں کی قسمیں
۵	فساد کے نقشے	۱۳۰	چھیدنا اور برمانا
	فوری لداؤ کی وجہ سے (دیکھو: حرکی اور)	۱۱۷	ریوٹوں کا قطر
۵۹ تا ۵۴	کامی	۱۱۸	زنجیری اور لہریا ریوٹ کاری
۲۱	کاناقص	۱۱۶	سروں کی شکلیں
۳۷	کی تکراریں	۱۳۰ تا ۱۲۳	مسندی مضبوطی
۳	کی حدت	۳	میں فساد
۲۸	متحد عمادی اور جزی زور	۱۱۸	ناکارگی کے طور
۲۱	زور کا ناقص (دیکھو: معیار محمود)		زندہ بوجھ
	زور کی تکرار (دیکھو: زور)		خاؤ کے معیار اور جرن کے لیے
۳	زور کی حدت (دیکھو: زور)		(دیکھو: متحرک بوجھ)
۶۷	سمتی کثیر الاضلاع کی ساخت		کامی زوروں کے لیے
۷۵	سمسن کا قاعدہ		(دیکھو: زور کامی)
	سینٹ وینٹ		زور
۳۷۷	شہتیروں میں جزی زور	۴۷	نقشی
۲۵	مخلوط فساد	۱	تعریف
۵۱	شکستی زور (دیکھو: زور)	۲	جزی
	شہتیروں میں زور		شہتیروں میں (دیکھو: جز)
۱۸۶	تعدیلی محور	۲۲	حرکی
	جز میں زور (دیکھو: جز)	۳۷	سکونی

صفحہ	مضمون	صفحہ	مضمون
۷۰	قوتوں کی تحلیل	۲۱۷	خاؤ کے زور اور راست زور ایک ساتھ
۳۲۳، ۱۳۲	کامی زور (دیکھو: زور/کامی)	۲۱۴ تا ۲۰۴	خمدار
۱۰	کلیٹی رابطے	۱۹۱	شہنیر کا مقیاس
	کنکریٹ کے زور و فساد نقشے	۲۰۱	عام صورت
	گردشی نصف قطر (دیکھو: جمود کے معیار)	۲۱۳	مائل لداؤ
	گرڈر	۲۰۱ تا ۸۷	مزاحمت کا معیار
	انصرافات (دیکھو: انصرافات وغیرہ)	۱۸۷	مفروضات
	جز (دیکھو: جز)	۲۲۷	نظری اور عملی اختلاف
	خاؤ کے معیار (دیکھو: خاؤ کے معیار)	۱۸	صدر زور (دیکھو: زور)
	زور وغیرہ (دیکھو: شہنیر میں زور)	۴۴	ضرب کی وجہ سے زور (دیکھو: زور ضرب)
۵۸	لاؤن ہارت دیراش کا طریقہ		عرضی فساد (دیکھو: فساد)
	پچکدار	۶۰	فرش
۵۱	اشیاء کے خواص		فساد
۱	جسم کی تعریف	۴	اکائی
۸	حد	۱	تعریف
۵	تعریف	۴	عرضی
۵۴	کامی زور	۲	فساد کی قسمیں
۹	نقطہ مغلوبیت کے ساتھ حلط ملط	۲۸	مخلوط عادی اور جزئی فساد
	متقل یا مقیاس (دیکھو: مقیاس پچکدار)	۶۰	نور تھ کا پل "پھو" کے تجربات
۱	پچکدار جسم		فولاد، نرم
۸	پچکسی حد (دیکھو: پچکدار حد)	۷	کے زور و فساد کے نقشے
۲۲۳، ۲۱۷	متحدہ خاؤ کے زور اور راست زور	۶	تعمیری کام کے لیے متشی مضبوطی
	متحرک بوجھ	۳۷	فیریدین زوروں کی تکرار پر
۲، ۴۸	حائط مکانی	۵۵	قدر سلامت

صفحہ	مضمون	صفحہ	مضمون
	جمود کے	۲۲۰	دو منفرد بوجھ
۹۹	پٹری کی تراش کے	۲۲۹	عام صورت، ترسیمی عمل
۱۰۱، ۹۵	ترسیمی تخمین	۲۵۲	متحدہ متحرک اور مردہ بوجھ
۸۳	تعریف	۲۳۱	منفرد بوجھ
۹۱	ریاضیاتی تخمین	۲۳۳	یکساں بوجھ فصل سے بڑا
۱۰۳	غیر متجانس تراشیں	۲۳۷	فصل سے چھوٹا
۹۰	قطبی		مرکز ہندسی
۸۶	کے ناقص	۸۰	تعریف
۸۳	گردشی نصف قطر	۱۰۳	غیر متجانس تراشیں
۱۰۶	مختلف تراشوں کی جدول	۹۰	کی ریاضیاتی تعیین
۱۰۱	مستطیل	۱۰۶	مختلف تراشوں کی جدول
۸۶	حاصل ضربی	۱۰۱، ۹۳	مرکز ہندسی کی ترسیمی دریافت
	خاؤ (دیکھو: خاؤ کے معیار)	۱۱۲	مخرف اور ذواربجۃ الاصلع
	دوسرا (دیکھو: جمود کا معیار ادبی)	۱	مستقل فساد
۸۲	معیار جمود (دیکھو: معیار)		مسلسل شہتیر
	مقیاس	۳۲۰ تا ۳۵۳	ترسیمی بحث
۲۲۵، ۱۸۷	شہتیر	۳۳۲	تین معیاروں کا مسئلہ
	پیکدار	۳۳۰	ثابت سرے
	استواری (دیکھو: جز - ادبی)	۳۲۶	دوسری فصل یکساں لہے ہوئے
۱۲	جز	۳۲۹	سہارے ایک سطح میں نہیں
۱۲	حجم	۳۶۱	فوائد اور نقصانات
	حجم (دیکھو: حجم - ادبی)	۳۶۱	ساوی فصلوں کی شکل کسی تعداد تک
۱۳	درمیان ربط		معیار
۵۱	کی جدول	۷۵	پہلے

صفحہ	مضمون	صفحہ	مضمون
۳۷	وولر کے تجربات	۱۳	ینگ کا
۶۳	ہٹن کا ضابطہ ہوا کے لیے	۹۱	مرکابی پہلے اور دوسرے معیار
۶۰	ہنٹر، مسٹر ایڈم، ہوا کے دباؤ پر	۱۱۲	منحرف کے مرکز ہندسی
	ہوا		مور
۶۴	اسٹینٹن کے تجربات	۲۶۰	انصراف کا مسئلہ
۵۹	دباؤ ہوا کی وجہ سے	۱۰۰	معیار جمود کے لیے ترسیبی ساخت
۶۴	دود کشوں وغیرہ پر	۸۶	معیار کا جمود
۶۴	محکمہ تجارت کی سفارشات	۷	نقطہ مغلوبیت
۲	ہوک کا قانون	۵	کی تعریف
۳۵	ہین کاک، پروفیسر ای ایل	۹	پچک کی حد سے خلط ملط
	ینگ کا مقیاس (دیکھو: مقیاس پچک)	۲۰۸	ونکٹر کا ضابطہ کرلیوں کے لیے



# اغلاطانا

## تعمیروں کا نظریہ اور تجویز

(حصہ اول)

صحیح	غلط	نہا	نہا	صحیح	غلط	نہا	نہا
بے ب	بے ب	۱۳	۴۹	نقشہ	نقشہ	۵	۵
بے ب	بے ب	۱۸	۵۱	مقامی	مقامی	۶	۶
سیمنٹی	سیمنٹی	۱۴	۵۷	ج	ج	۷	۷
کرانے	کرانے	۱۴	۶۵	ا	ا	۸	۸
دوسرا	دوسرا	۴	۸۲	امتدادیما	امتدادیما	۹	۹
تختیوں	تختیوں	۱۹	۱۲۲	۵۰۰	۵	۱۰	۱۰
ریوٹوں	ریوٹوں	۱۳	۱۲۴	کوئی	کوئی	۱۱	۱۱
ل اور ا	ل اور ا	۱۳۵	۱۳۵	باب	باب	۱۲	۱۲
ولا	و	۱۳۳	۱۳۳	ماثل	ماثل	۱۳	۱۳
م	م	۱۱	۱۳۴	جائے	جائے	۱۴	۱۴
مکانی	مکانی	۶	۱۳۷	نظر انداز	نظر انداز	۱۵	۱۵
جانی	جانی	۱۳	۱۶۶	ہوئے	ہوئے	۱۶	۱۶
منغنی	منغنی	۱۶۸	۱۶۸	باب	باب	۱۷	۱۷
پایا جائیگا	دیا جائیگا	۱۸	۱۷۲			۱۸	۱۸

غلط	صحیح	غلط	صحیح	غلط	صحیح
۱۸۲	۹	کمانوں	کمانوں	۳۳۶	۵
۱۹۵	۶	تراش	تراش	۳۳۹	غلط
۱۹۸	۲	فشاری	فشاری	۳۵۸	۵
۱۹۹	۳	۶-۳۰	۶-۳۰	۳۶۰	غلط
۲۳۷	غلط	ب	ب	۳۶۲	غلط
۲۳۳	۲۱	عمل	عمل	۳۶۳	غلط
۲۳۶	۱۴	تجویر	تجویر	۳۶۴	غلط
۲۳۹	۱۲	زیر بحث	زیر بحث	۳۶۵	غلط
۲۴۰	۲۳	ف	ف	۳۶۶	غلط
۲۸۰	۴	اب	اب	۳۶۷	غلط
۲۸۸	شکل	شکل	شکل	۳۶۸	غلط
۲۹۶	۱۱	۱۲۰۰	۱۲۰۰	۳۶۹	غلط
۳۰۴	۱۳	طول	طول	۳۷۰	غلط
	۱	نہ	نہ	۳۷۱	غلط

کتاب خانہ جامعہ  
عثمانیہ









